



EXAMEN FINAL DE ÁLGEBRA Y FUNCIONES (Período 092)

Nombre y código. \_\_\_\_\_ Profesor(a) \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

Esperamos que tenga un buen desempeño en este examen, que hemos elaborado cuidadosamente con base en los objetivos de aprendizaje que se le fijaron al curso. Trabaje tranquilo, pero cuidadosamente y sin perder tiempo. Los puntos del examen se han escogido de tal manera que no se requiere calculadora para resolverlo; por esta razón no se permite su uso.

Recuerde que dar o recibir ayuda por cualquier medio para resolver un examen ocasiona la anulación del mismo.

**Asegúrese en este momento de tener apagados y guardados su celular y cualquiera otro aparato electrónico; el no hacerlo es causa de anulación del examen.**

1.1 (10%) Localice en las columnas de la derecha la respuesta de cada punto de la columna izquierda y escriba frente al signo = la letra correspondiente. (Las operaciones deben aparecer, identificadas con el punto correspondiente, en el espacio adjunto)

1.  $\sqrt{80} - \sqrt{5} = \underline{\hspace{2cm}}$

A. 10

E.  $\frac{-5}{16}$

2.  $\left(\frac{3}{4} + \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

B.  $3\sqrt{5}$

F.  $\frac{-1}{16}$

3.  $\left(-1 + \frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$

C.  $5\sqrt{3}$

4.  $\left(-\frac{1}{24} - \frac{1}{12}\right) \div \sqrt[3]{\frac{2}{25} - \frac{2}{5^3}} = \underline{\hspace{2cm}}$

D.  $\left(\frac{5}{2}\right)^2$

1.2 (20%) Cada punto siguiente debe responderse o completarse en el espacio adjunto. Los sencillos cálculos numéricos están pensados para que no requiera calculadora.

a. **Llene los espacios en blanco:** El resultado de simplificar la expresión  $(1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2})$  es \_\_\_\_\_. Las propiedades de la suma de números reales que se aplican para obtener este resultado son, **en su orden:** la propiedad \_\_\_\_\_ la propiedad \_\_\_\_\_ y la propiedad \_\_\_\_\_.

b. Aplicando las leyes de los exponentes, **determine**, utilizando el espacio adjunto, **el único valor de x** que satisface la igualdad siguiente:

$$\left[ \left( \frac{2}{3} \right)^2 \right]^x \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^{-3} \right]^{x-1} = \frac{2}{3}$$

c. En el espacio siguiente muestre que al simplificar completamente la expresión dada el resultado es  $\frac{2x}{3}$

$$\frac{\frac{x}{2}}{\frac{3}{2} - \frac{x}{x+1}} \times \frac{2 - \frac{x^2-3}{3}}{x - \frac{x^2-3}{2}}$$

- d. Un estudiante tiene estos resultados en uno de sus cursos, antes del examen final:
- Promedio en controles de estudio previo: ... 3.5. Representa el 10% de la nota definitiva.
  - Promedio en pruebas cortas: ..... 3.2. Representa el 20% de la nota definitiva
  - Primer examen parcial: ..... 3.4. Representa el 20% de la nota definitiva.
  - Segundo examen parcial: ..... 1.2. Representa el 20% de la nota definitiva.

¿Qué calificación mínima debe sacar el estudiante en el examen final, que representa entonces el 30% de la definitiva, para que la definitiva le quede en 3.0?

- e. Resuelva la desigualdad:  $x^2 - 3|x| + 2 > 0$ , con la condición  $x < 0$

- 2 (10%) En cada punto, desde a hasta c, complete la afirmación en el espacio provisto, con base en la función

$$f(x) = \frac{1}{(2x-3)^2}$$

- a. El dominio de esta función es el conjunto  $D = \{ x | \underline{\hspace{2cm}} \}$
- b. Los valores  $x = 1$  y  $x = 2$  muestran que la función no es inyectiva. En efecto, \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- c. Determine dos funciones  $g$  y  $h$  tales que  $(h \circ g)(x) = f(x)$ . Verifique con ellas la igualdad anterior.

**ESTOS PUNTOS DEBEN SER RESUELTOS EN LOS FORMATOS DE EXAMEN QUE SE LE ENTREGARON**

- 3 (15%) Identifique la cónica de ecuación  $9x^2 + 25y^2 - 54x + 100y - 44 = 0$ . Si es una parábola determine el vértice, el foco y la ecuación de la directriz. Si es una elipse o una hipérbola, determine el centro, los focos, los vértices, y la excentricidad. Finalmente haga la gráfica correspondiente.
- 4 (10%) Dados los puntos P(7, -1) y Q(2, -11), determine:
- La ecuación de la recta que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a la recta determinada por P y Q.
  - La ecuación de la circunferencia que tiene como uno de sus diámetros el segmento PQ
- 5 (10%) a. Demuestre la identidad  $(\cos x)(\cot x + \tan x) = \csc x$
- b. Determine el valor de esta expresión:  $\tan(\arccos(1/4))$
- 6 (15%) Resuelva tres de las cuatro ecuaciones siguientes:
- $2 \ln x = \ln(4x + 6) - \ln 2$
  - $\cos(2x) + \cos x = 0, \quad x \in [0, 2\pi]$
  - $x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x - 3 = 0$ , sabiendo que  $x = i$  es una solución
  - $4x^3 e^{-3x} - 3x^4 e^{-3x} = 0$
- 7 (10%) Resuelva solamente uno de los siguientes problemas:
- Midiendo desde cada extremo de un puente de 300 metros de longitud los ángulos de depresión con respecto a un mismo punto sobre el nivel del agua son  $60^\circ$  y  $45^\circ$ . ¿Cuál es la altura del puente sobre la superficie del agua?
  - Una sustancia radiactiva se desintegra según la función  $y = Ae^{-0.2x}$ , en la que y es la cantidad de sustancia en gramos presente después de x años. Si la cantidad inicial de sustancia (cuando  $x=0$ ) es 80 gramos, ¿en cuántos años quedará la mitad de esa cantidad inicial? (Es posible que alguno de estos valores le sea de utilidad:  $\ln 2=0.693$ ,  $\ln 40=3.689$ ,  $\ln(1/2)=-0.693$ )