

**Taller #3**  
**Econometría 06169**

**Profesor: Julio César Alonso C.**  
**Monitora: Ana Isabel Gallego L.**

**Notas:**

- o Recuerde que tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- o Este taller es para ser entregado los 10 primeros minutos de la clase del 4 de febrero.

**INSTRUCCIONES:**

- Este taller debe ser escrito en computador.
- Debe mostrar **TODO** el procedimiento que justifique cada uno de los valores que use para resolver el taller.
- Este taller es un trabajo en pareja. Por tanto el taller debe reflejar **únicamente** el trabajo de la pareja.

Fruto de la observación del mercado de trigo, un econométrista tiene serios indicios para pensar que éste mercado tiene un comportamiento competitivo en todos los países de la Comunidad Uropea<sup>1</sup> y Mérica. Su argumento es que aparentemente el precio del trigo en cada país, es “casi exactamente” el mismo que en el otro país realizando la conversión de una moneda a otra. Es importante anotar que en esas economías la costumbre es expresar la moneda doméstica en términos del Dolor Grande (DG) (que es la moneda de Tamos Unidos).

Para su investigación, el econométrista cuenta con una muestra de países, en los cuales recogió los siguientes datos:

$E_i$ : es la devaluación o revaluación porcentual, para el año de estudio en el país  $i$  (la tasa de cambio fue originalmente medida en unidades de moneda local por dolor grande).

$X_i$ , representa el crecimiento porcentual del nivel de precios de trigo del país  $i$  en el año de estudio.

$$\sum_{i=1}^{22} (X_i)^2 = 40.33 \quad \sum_{i=1}^{22} E_i^2 = 16.85 \quad \sum_{i=1}^{22} E_i X_i = 27.92 \quad S^2 = 0.318$$

$$\bar{X} = 0.34 \quad \hat{\beta}_1 = 0.86 \quad S_{\hat{\beta}_1} = 0.09173678 \quad \hat{\beta}_0 = -0.9042513 \quad S_{\hat{\beta}_0} = 0.12420706$$

1. A partir de la información suministrada, resuelva las siguientes preguntas:
  - a. Plantee el modelo que más se ajuste al propósito del econométrista. Además explique claramente cual es el signo y valor esperado de los coeficientes de ese modelo planteado.
  - b. Interprete los coeficientes estimados de acuerdo a su significancia.
  - c. Encuentre la devaluación/revaluación promedio de los países.
2. Continuando con la pregunta anterior:
  - a. Determine si el econométrista tenía razón.
  - b. ¿Qué concepto económico apoyan o refutan los resultados?

<sup>1</sup> Comunidad sin barreras arancelarias o para arancelarias, pero con monedas diferentes.

3. Con la información suministrada:
  - a. Construya la tabla ANOVA. (El máximo número de entradas posible, e indique los datos que le hacen falta para construir el resto de la tabla)
  - b. De ser posible, encuentre el coeficiente de determinación, interprételo y diga qué le permite concluir sobre el modelo. De lo contrario, diga qué información le falta para hacerlo.

4. Determine si los siguientes modelos pueden ser estimados por MCO. Así mismo determine cuántos de sus coeficientes pueden ser estimados y sea claro en el proceso mediante el cual llega a su conclusión.

- a.  $y_i = \sqrt{x_i} + \beta_1 \ln(W_i) + \gamma e^{y_i} + \alpha + \varepsilon_i$
- b.  $y_i = \text{sen}^2(\alpha x_i) + \cos^2(\alpha x_i^2) + \beta_1 \ln(W_i) + \varepsilon_i$

5. A partir de los siguientes datos determine:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{100} Y_i &= 29 & \sum_{i=1}^{100} Y_i X_{2i} &= 85 \\ \sum_{i=1}^{100} X_{1i} &= 150 & \sum_{i=1}^{100} Y_i X_{3i} &= 48 \\ \sum_{i=1}^{100} X_{2i} &= 15 & \sum_{i=1}^{100} X_{1i} X_{3i} &= 85 \\ \sum_{i=1}^{100} X_{3i} &= 66 & \sum_{i=1}^{100} X_{2i}^2 &= 125 \\ \sum_{i=1}^{100} Y_i X_{1i} &= 37 & \sum_{i=1}^{100} X_{2i}^2 &= 17 \\ & & \sum_{i=1}^{100} X_{3i}^2 &= 42 \\ & & \sum_{i=1}^{100} X_{1i} X_{2i} &= 300 \\ & & \sum_{i=1}^{100} X_{2i} X_{3i} &= 40 \\ & & \sum_{i=1}^{100} Y_i^2 &= 4000 \end{aligned}$$

- a. Determine la matriz  $X^T$  y  $X^T X$
- b. Encuentre los coeficientes estimados. (Muestre las fórmulas empleadas y el procedimiento empleado) y escriba la ecuación estimada.
- c. Halle la matriz de varianzas y covarianzas.
6. Continuando con la pregunta anterior,
  - a. Calcule la tabla ANOVA
  - b. Determine cuáles variables son individualmente significativos.
  - c. Encuentre el  $R^2$  del modelo estimado.

**Taller #3**  
**Respuestas Sugeridas**  
**Econometría 06169**

**Profesor: Julio César Alonso C.**  
**Monitora: Ana Isabel Gallego L.**

**Notas:**

- Recuerde que tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- Este taller es para ser entregado los 10 primeros minutos de la clase del 4 de febrero.

**INSTRUCCIONES:**

- Este taller debe ser escrito en computador.
- Debe mostrar **TODO** el procedimiento que justifique cada uno de los valores que use para resolver el taller.
- Este taller es un trabajo en pareja. Por tanto el taller debe reflejar **únicamente** el trabajo de la pareja.

Fruto de la observación del mercado de trigo, un econometrista tiene serios indicios para pensar que éste mercado tiene un comportamiento competitivo en todos los países de la Comunidad Uropea<sup>1</sup> y Mérica. Su argumento es que aparentemente el precio del trigo en cada país, es “casi exactamente” el mismo que en el otro país realizando la conversión de una moneda a otra. Es importante anotar que en esas economías la costumbre es expresar la moneda doméstica en términos del Dolor Grande (DG) (que es la moneda de Tamos Unidos).

Para su investigación, el econometrista cuenta con una muestra de países, en los cuales recogió los siguientes datos:

$E_i$ : es la devaluación o revaluación porcentual, para el año de estudio en el país  $i$  (la tasa de cambio fue originalmente medida en unidades de moneda local por dolor grande).

$X_i$ , representa el crecimiento porcentual del nivel de precios de trigo del país  $i$  en el año de estudio.

$$\sum_{i=1}^{22} (X_i)^2 = 40.33 \quad \sum_{i=1}^{22} E_i^2 = 16.85 \quad \sum_{i=1}^{22} E_i X_i = 27.92 \quad S^2 = 0.318$$

$$\bar{X} = 0.34 \quad \hat{\beta}_1 = 0.86 \quad S_{\hat{\beta}_1} = 0.09173678 \quad \hat{\beta}_0 = -0.9042513 \quad S_{\hat{\beta}_0} = 0.12420706$$

1. A partir de la información suministrada, resuelva las siguientes preguntas:
  - a. Plantee el modelo que más se ajuste al propósito del econometrista. Además explique claramente cual es el signo y valor esperado de los coeficientes de ese modelo planteado.

**El econometrista plantea que la tasa de cambio del país debe ser igual a 1.**

**La hipótesis del econometrista implica que.**

$$\text{Tasa de cambio} = \frac{\text{Precio país } i}{\text{Precio en TU}}$$

**Esto implica que, (empleando una diferencial total):**

<sup>1</sup> Comunidad sin barreras arancelarias o para arancelarias, pero con monedas diferentes.

$$\frac{\partial \text{Tasa de cambio}}{\partial t} = \frac{1}{\text{Precio en TU}} \frac{\partial \text{Precio país } i}{\partial t} + \left( -\frac{\text{Precio país } i}{(\text{Precio en TU})^2} \right) \frac{\partial \text{Precio en TU}}{\partial t}$$

$$\Delta \text{Tasa de cambio} = \frac{1}{\text{Precio en TU}} \Delta \text{Precio país } i + \left( -\frac{\text{Precio país } i}{(\text{Precio en TU})^2} \right) \Delta \text{Precio en TU}$$

$$\Delta \text{Tasa de cambio} \left( \frac{1}{\text{Tasa de cambio}} \right) = \left[ \frac{1}{\text{Precio en TU}} \Delta \text{Precio país } i + \left( -\frac{\text{Precio país } i}{(\text{Precio en TU})^2} \right) \Delta \text{Precio en TU} \right] \left( \frac{1}{\text{Tasa de cambio}} \right)$$

$$\frac{\Delta \text{Tasa de cambio}}{\text{Tasa de cambio}} = \left[ \frac{1}{\text{Precio en TU}} \Delta \text{Precio país } i + \left( -\frac{\text{Precio país } i}{(\text{Precio en TU})^2} \right) \Delta \text{Precio en TU} \right] \left( \frac{\text{Precio en TU}}{\text{Precio país } i} \right)$$

$$\frac{\Delta \text{Tasa de cambio}}{\text{Tasa de cambio}} = \frac{1}{\text{Precio en TU}} \Delta \text{Precio país } i \left( \frac{\text{Precio en TU}}{\text{Precio país } i} \right) - \left( \frac{\text{Precio país } i}{(\text{Precio en TU})^2} \right) \Delta \text{Precio en TU} \left( \frac{\text{Precio en TU}}{\text{Precio país } i} \right)$$

$$\Delta \% \text{Tasa de cambio} = \frac{\Delta \text{Precio país } i}{\text{Precio país } i} - \frac{\Delta \text{Precio en TU}}{\text{Precio en TU}}$$

$$\Delta \% \text{Tasa de cambio} = \Delta \% \text{precio país } i - \Delta \% \text{precio TU}$$

El modelo estimado implica que la variación en el precio en Tamos Unidos es una constante, es decir

$$\Delta \% \text{Tasa de cambio} = \beta_0 + \beta_1 \Delta \% \text{nivel de precios país } i + \mu_i$$

$$E_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \mu_i$$

Esto quiere decir que se espera que  $\beta_1$  sea igual a uno y  $\beta_0$  puede tomar cualquier valor.

b. Interprete los coeficientes de acuerdo a su significancia.

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

$$t_{calc} = \frac{0.86}{0.3} = 9.37$$

$$t_{\frac{0.01}{2}, 20} = 2.8453$$

$$H_0 : \beta_0 = 0$$

$$H_1 : \beta_0 \neq 0$$

$$t_{calc} = \frac{-0.9042}{0.1242} = -7.28$$

$$t_{\frac{0.1}{2}, 20} = 1.72$$

Encontramos que dado que el coeficiente asociado al intercepto es significativo con un 99% de confianza, durante ese año, la inflación de Tamos Unidos fue de -7.28%.

Por otro lado, tenemos que  $\hat{\beta}_1 = 0.86$  es significativo con un 99% de confianza, por lo tanto ante un aumento de un punto porcentual en la inflación, la devaluación/revaluación aumentará en 0.86 puntos porcentuales.

c. Encuentre la devaluación/revaluación promedio de los países.

Dado que:

$$S_{\hat{\beta}_1}^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} S^2 = \frac{0.318}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} = (0.09173678)^2$$

entonces

$$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = 37.7868$$

Teniendo en cuenta esto, obtenemos:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(E_i - \bar{E})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n E_i X_i - n \cdot \bar{E} \cdot \bar{X}}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} = \frac{27.92 - 22 * 0.34 * \bar{E}}{37.7868} = 0.86$$

$$\bar{E} = -0.61185$$

La devaluación promedio de los países es -0.61185%.

2. Continuando con la pregunta anterior:

a. Determine si el econométrista tenía razón.

Esto se puede determinar fácilmente por medio de una prueba de hipótesis. En este caso tenemos que  $H_0 : \beta_1 = 1$  versus  $H_A : \beta_1 \neq 1$ . Para comprobar esto se puede emplear el siguiente

estadístico:  $t_c = \frac{\hat{\beta}_1 - 1}{S_{\hat{\beta}_1}} = \frac{0.86 - 1}{0.09173678} = -\frac{0.14}{0.09173678} = -1.5261$ . Este número es menor en valor

absoluto a 1.72, por lo tanto, no hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula. Es decir que la PPP se cumple. **NO HAY EVIDENCIA PARA DECIR QUE EL ECONOMETRISTA NO TENÍA RAZÓN.**

b. ¿Qué concepto económico apoyan o refutan los resultados?

Los resultados apoyan el concepto de **Ley de Precio Único** (PPP), la cual plantea que en ausencia de costos de transporte u otros costos de transacción, el precio de un bien homogéneo transado en un mercado competitivo, será igual en todos los países.

3. Con la información suministrada:

a. Construya la tabla ANOVA. (El máximo número de entradas posible, e indique los datos que le hacen falta para construir el resto de la tabla)

**Tabla 1. Estructura de la Tabla ANOVA en general**

Fuente de Variación	SS	Grados de Libertad	MS
Regresión	$\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$	1	
Residuo (Error)	$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$	n-2	$s^2$
Total	$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$	n-1	

$$SST = \sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2 = \sum_{i=1}^{22} E_i^2 - n\bar{E}^2$$

$$SST = 16.85 + 22 * 0.6118513^2 = 30.31$$

Además, El SSE será igual a  $(n - 2)S^2 = 20 * 0.318 = 6.36$ . Así, la tabla Anova será:

**Tabla 2. Tabla ANOVA calculada**

<b>Fuente de Variación</b>	<b>SS</b>	<b>Grados de Libertad</b>	<b>MS</b>
Regresión	23.95	1	23.95
Residuo (Error)	6.36	20	0.318
<b>Total</b>	<b>30.31</b>	<b>21</b>	

## = no existe suficiente información para calcular este número

- b. De ser posible, encuentre el coeficiente de determinación, interprételo y diga qué le permite concluir sobre el modelo. De lo contrario, diga qué información le falta para hacerlo.

$$r^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{23.95}{30.31} = 0.7902$$

El 79.02% de la variabilidad de la variable dependiente es explicada por la regresión. Éste es un buen modelo.

4. Determine si los siguientes modelos pueden ser estimados por MCO. Así mismo determine cuántos de sus coeficientes pueden ser estimados y sea claro en el proceso mediante el cual llega a su conclusión.

a.  $y_i = \sqrt{x_i} + \beta_1 \ln(W_i) + \gamma e^{y_i} + \alpha + \varepsilon_i$

Respuesta sugerida.

Todos los coeficientes pueden ser hallados.

$$y_i = \sqrt{x_i} + \beta_1 \ln(W_i) + \gamma e^{y_i} + \alpha + \varepsilon_i$$

$$y_i - \sqrt{x_i} = \gamma e^{y_i} + \beta_1 \ln(W_i) + \alpha + \varepsilon_i$$

hagamos de  $z_i = y_i - \sqrt{x_i}$

y de  $w_i = e^{y_i}$

$$z_i = \alpha + \beta_1 \ln(W_i) + \gamma w_i + \varepsilon_i$$

b.  $y_i = \sin^2(\alpha x_i) + \cos^2(\alpha x_i^2) + \beta_1 \ln(W_i) + \varepsilon_i$

Respuesta sugerida: NO puede ser estimado porque es imposible linealizar el modelo.

5. A partir de los siguientes datos determine:

$$\begin{array}{lll}
 \sum_{i=1}^{100} Y_i = 29 & & \sum_{i=1}^{100} Y_i X_{2i} = 85 \\
 & \sum_{i=1}^{100} Y_i X_{3i} = 48 & \\
 \sum_{i=1}^{100} X_{1i} = 150 & & \sum_{i=1}^{100} X_{1i} X_{2i} = 300 \\
 & \sum_{i=1}^{100} X_{1i} X_{3i} = 85 & \\
 \sum_{i=1}^{100} X_{2i} = 15 & & \sum_{i=1}^{100} X_{2i} X_{3i} = 40 \\
 & \sum_{i=1}^{100} X_{2i}^2 = 125 & \\
 \sum_{i=1}^{100} X_{3i} = 66 & & \sum_{i=1}^{100} X_{3i}^2 = 42 \\
 & \sum_{i=1}^{100} X_{2i}^2 = 17 & \\
 \sum_{i=1}^{100} Y_i X_{1i} = 37 & & \sum_{i=1}^{100} Y_i^2 = 4000
 \end{array}$$

a. Determine la matriz  $X^T y$  y  $X^T X$

$$X^T X = \begin{vmatrix} 100 & 150 & 15 & 66 \\ 150 & 125 & 300 & 85 \\ 15 & 300 & 17 & 40 \\ 66 & 85 & 40 & 42 \end{vmatrix}$$

$$X^T y = \begin{vmatrix} 29 \\ 37 \\ 85 \\ 48 \end{vmatrix}$$

b. Encuentre los coeficientes estimados. (Muestre las fórmulas empleadas y el procedimiento empleado).

Primero hallamos  $X^T X^{-1}$

$$(X^T X)^{-1} = \begin{vmatrix} 0.83146 & 0.17936 & -0.02386 & -1.64685 \\ 0.17936 & 0.03914 & -0.00048 & -0.36060 \\ -0.02386 & -0.00048 & 0.00169 & 0.03686 \\ -1.64685 & -0.36060 & 0.03686 & 3.30639 \end{vmatrix}$$

Ahora aplicamos la fórmula:

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_3 \end{bmatrix} = (X^T X)^{-1} X^T y = \begin{bmatrix} -50,33 \\ -10,70 \\ 1,20 \\ 100,74 \end{bmatrix}$$

c. Halle la matriz de varianzas y covarianzas.

$$s^2 = \frac{y^T y - \hat{\beta}^T X^T y}{n - k} = \frac{4000 - \hat{\beta}^T X^T y}{100 - 4} = 9.56$$

$$Var(\hat{\beta}) = s^2 (X^T X)^{-1} = 9.56 (X^T X)^{-1} = \begin{vmatrix} 7.94876 & 1.71467 & -0.22806 & -15.74387 \\ 1.71467 & 0.37417 & -0.00463 & -3.44732 \\ -0.22806 & -0.00463 & 0.01611 & 0.35241 \\ -15.74387 & -3.44732 & 0.35241 & 31.60907 \end{vmatrix}$$

6. Continuando con la pregunta anterior,

a. Calcule la tabla ANOVA

Fuente de Variación	SS	G de L	MS
Regresión	$\hat{\beta}^T X^T y - n\bar{Y}^2$	$k - 1$	$MSR = \frac{SSR}{k - 1}$
Residuos	$y^T y - \hat{\beta}^T X^T y$	$n - k$	$MSE = \frac{SSE}{n - k}$
Total	$y^T y - n\bar{Y}^2$	$n - 1$	

	SS	G de L	MS
R	3073.90	3	1024.63
E	917.69	96	9.56
T	3991.59		

b. Determine cuáles **coeficientes** son individualmente significativos.

$\hat{\beta}$	$S(\hat{\beta})$	t calculado	t crítico 99%	Decisión
-50.32785	2.819239643	-17.8515682	2.873359855	***
-10.70034	0.611670743	-17.4936352	2.873359855	***
1.202939	0.126921493	9.477815902	2.873359855	***
100.7393	5.621964926	17.91887391	2.873359855	***

Todos los coeficientes son individualmente significativos.

c. Encuentre el  $R^2$  del modelo estimado.

A partir de la ANOVA, se tiene que el coeficiente de determinación es 0.770, con lo que se concluye que el 77% de la variabilidad de la variable dependiente es explicado por el modelo.