Taller #1

Econometría 06216

Repaso

Profesor: Julio César Alonso C.
Monitora: Ana Isabel Gallego L.

<u>Notas:</u>

- o Recuerde que únicamente tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- o Este taller es para ser entregado físicamente el próximo 20 de enero en los primeros 10 minutos de la clase. (no se recibirán talleres después de esa hora y fecha límite)

<u>INSTRUCCIONES:</u>

- Este taller puede ser escrito a mano, pero con letra legible.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.

1. Resuelva los siguientes puntos con la información dada en cada literal. (escriba **<u>todo</u>** su proceso y aclare las propiedades o igualdades de las que hace uso para llegar a su resultado)

   a) Muestre la siguiente ecuación como una sola sumatoria. Es decir una sumatoria de un solo término:
   $$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2$$
   b) Suponga que Y y X son variables aleatorias. Encuentre $E(XY)$, $Cov(X,Y)$ y $Cov(5X, 3+Y)$ a partir de los siguientes datos (aunque no debe reportar todos los decimales, en **<u>sus cálculos debe incluirlos todos</u>**, de tal forma que la respuesta sea exacta):
   $$\sigma_x^2 = 21$$
   $$\rho = 0.26$$
   $$\left(E(X)\right)^2 = 18$$
   $$Y = \begin{bmatrix} 86 & 44 & 85 & 47 & 29 & 26 & 71 & 46 & 28 & 96 \end{bmatrix}$$

2. Diga si las igualdades presentadas a continuación son verdaderas o falsas. Justifique en todos los casos. (Escriba **<u>todo</u>** su proceso y aclare las propiedades o igualdades de las que hace uso para llegar a su resultado)

   a) Para resolver éste punto, tenga en cuenta que A es una variable determinística y Y es una variable estocástica.
   $$Cov(\sqrt{A}Y, Y) = AVar(Y)$$
   b) Para resolver éste punto, tenga en cuenta que A es una variable aleatoria y X es una variable determinística.
   $$Var\left[X^2\right] = A(Var(X))$$

3. Un grupo de economistas con cierta adicción a los juegos de azar decide jugar con balotas, entonces introducen en una bolsa, balotas azules con las letras A, B, C, D, E, F, G, H e I, y en otra balotas verdes con las letras P, Q, R, S, T, U y V. Pero para hacerlo más interesante, también apuestan sobre el precio de cierre del dólar del día siguiente, 35% de los analistas de este mercado consideran que va a subir, y 30% consideran que permanecerá estable. Entonces se fijó la siguiente tabla de premios (una remuneración negativa significa que el jugador debe pagar, mientras que una remuneración positiva significa que el jugador recibe algo a cambio).

Pelota que saca de la bolsa	Remuneración (miles de pesos)
A	3
B	8
C	4
D	-8
E	10
F	-15
G	11
H	10
I	2

Pelota que saca de la bolsa	Remuneración (miles de pesos)
P	-2
Q	19
R	-14
S	7
T	8
U	-15
V	1

Si el dólar	Remuneración (miles de pesos)
Cae	15
Sube	20
No cambia	12

Sean M la remuneración obtenida por la balota azul, N, por la balota verde y O por el precio del dólar.

A partir de la Información anterior responda las siguientes preguntas:

a. Calcule el valor esperado de M, N y O.

b. Si Z= M-N+O calcule el valor esperado de Z.

c. Calcule la desviación estándar de O

d. Sea Y=O-M, calcule la covarianza entre Z y Y. ¿Son Z y Y variables aleatorias independientes?.

e. ¿Son M^5 y M^3 (estadísticamente) independientes?

Dadas las siguientes matrices

$$A=\begin{bmatrix}1 & 14 & 18 & 20\\ 9 & 9 & 17 & 21\\ 15 & 2 & 27 & 33\\ 13 & 32 & 5 & 11\end{bmatrix}\quad B=\begin{bmatrix}2 & 14 & 19 & 11\\ 7 & 5 & 7 & 7\\ 8 & 4 & 4 & 8\\ 11 & 12 & 5 & 2\end{bmatrix}$$

$$C=\begin{bmatrix}26\\ 18\\ 15\\ 7\end{bmatrix}\quad D=\begin{bmatrix}25 & 25 & 5 & 8\\ 5 & 5 & 1 & 17\\ 35 & 85 & 17 & 94\\ 95 & 65 & 13 & 32\end{bmatrix}$$

4. Encuentre (muestre todo el procedimiento): $AC,\ (C^T C)B,\ C B^T,\ (A^T A+B^T)$
5. Continuando con el ejercicio anterior, encuentre $B^{-1},\ A^{-1},\ 2A+B^T,\ C^T B,\ ran(B^{-1})$
6. Continuando con el ejercicio 3, encuentre $D^{-1}B,\ ran(D),\ \det(A^{-1}),\ \det(B),\ (A^T B^T)^{-1}$

Taller #1

Econometría 06216

Respuestas sugeridas

Repaso

Profesor: Julio César Alonso C.
Monitora: Ana Isabel Gallego L.

Notas:

- Recuerde que únicamente tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- Este taller es para ser entregado físicamente el próximo 20 de enero en los primeros 10 minutos de la clase. (no se recibirán talleres después de esa hora y fecha límite)

INSTRUCCIONES:

- Este taller puede ser escrito a mano, pero con letra legible.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.

1. Resuelva los siguientes puntos con la información dada en cada literal. (escriba **todo** su proceso y aclare las propiedades o igualdades de las que hace uso para llegar a su resultado)

   a) Muestre la siguiente ecuación como sumatoria de un solo término:

   $$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2$$

   Respuesta sugerida: $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$

   $$dado\ que:$$

   $$\overline{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i \Big/ n$$

   $$tenemos\ que:$$

   $$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2n\overline{x}^2 + n\overline{x}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\overline{x} * n * \overline{x} + n\overline{x}^2$$

   $$= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\overline{x}\sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} \overline{x}^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i^2 - 2\overline{x}x_i + \overline{x}^2) = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$$

   b) Suponga que Y y X son variables aleatorias. Encuentre $E(XY)$, $Cov(X,Y)$ y $Cov(5X, 3+Y)$ a partir de los siguientes datos (aunque no debe reportar todos los decimales, en **sus cálculos debe incluirlos todos**, de tal forma que la respuesta sea exacta):

   $$\sigma_x^2 = 21$$

   $$\rho = 0.26$$

   $$E(X)^2 = 18$$

   $$Y = [86 \quad 44 \quad 85 \quad 47 \quad 29 \quad 26 \quad 71 \quad 46 \quad 28 \quad 96]$$

   Respuesta sugerida

   $$Cov(X,Y) = \rho\sigma_x\sigma_y = 0.26 * \sqrt{21} * \sqrt{630.36} = 29.9142$$

   $$E(XY) = E(X)E(Y) + Cov(XY) = \sqrt{18} * 55.8 + 29.9142 = 266.65$$

   $$Cov(5X, 3+Y) = 5Cov(X,Y) = 5 * 29.9142 = 149.57$$

2. Diga si las igualdades presentadas a continuación son verdaderas o falsas. Justifique en todos los casos. (Escriba **todo** su proceso y aclare las propiedades o igualdades de las que hace uso para llegar a su resultado)

   a) Para resolver éste punto, tenga en cuenta que A es una variable determinística y Y es una variable estocástica.

   $$Cov(\sqrt{A}Y, Y) = AVar(Y)$$

   Respuesta sugerida:
   La afirmación es falsa porque:

   $$Cov(\sqrt{A}Y, Y) = E\left[\sqrt{A}YY\right] - E\left[\sqrt{A}Y\right]E\left[Y\right] = \sqrt{A}\left(E\left[Y^2\right] - E\left[Y\right]\right) = \sqrt{A}Var\left(Y\right)$$

   b) Para resolver éste punto, tenga en cuenta que A es una variable aleatoria y X es una variable determinística.

   $$Var\left[X^2\right] = A(Var(X))$$

   Respuesta sugerida

   Dado que X es una variable determinística, tenemos que $Var(X) = 0$, por lo tanto $Var\left[X^2\right] = 0$

   $$entonces$$

   $$AVar(X) = A(0) = 0 = Var(X^2)$$

3. Existe un grupo de economistas con cierta adicción a los juegos de azar. Deciden jugar a las pelotas, entonces introducen en una bolsa, pelotas azules con las letras A, B, C, D, E, F, G, H e I, y en otra pelotas verdes con las letras P, Q, R, S, T, U y V. Pero para hacerlo más interesante, también apuestan sobre el precio de cierre del dólar del día siguiente, 35% considera que va a subir, y 30% considera que permanecerá estable. Entonces se fijó la siguiente tabla de premios (una remuneración negativa significa que el jugador debe pagar, mientras que una remuneración positiva significa que el jugador recibe algo a cambio).

Pelota que saca de la bolsa	Remuneración (miles de pesos)
A	3
B	8
C	4
D	-8
E	10
F	-15
G	11
H	10
I	2

Pelota que saca de la bolsa	Remuneración (miles de pesos)
P	-2
Q	19
R	-14
S	7
T	8
U	-15
V	1

Si el dólar	Remuneración (miles de pesos)
Cae	15
Sube	20
No cambia	12

M será la remuneración obtenida por la pelota azul, N, por la pelota verde y O por el precio del dólar.

A partir de la Información anterior responda las siguientes preguntas:

a. Calcule el valor esperado de M, N y O.
E(M)=2.78
E(N)=0.57
E(O)=15.85

b. Si Z= M-N+O calcule el valor esperado de Z.
E(Z)=18.0563

c. Calcule la desviación estándar de O
La desviación estándar de O es 3.2753

d. Sea Y=O-M, calcule la covarianza entre Z y Y. ¿Son Z y Y variables aleatorias independientes?
Ver talleres anteriores

e. ¿Son M^5 y M^3 (estadísticamente) independientes?
Ver talleres anteriores

Dadas las siguientes matrices

$$A=\begin{bmatrix}1 & 14 & 18 & 20\\ 9 & 9 & 17 & 21\\ 15 & 2 & 27 & 33\\ 13 & 32 & 5 & 11\end{bmatrix}\quad B=\begin{bmatrix}2 & 14 & 19 & 11\\ 7 & 5 & 7 & 7\\ 8 & 4 & 4 & 8\\ 11 & 12 & 5 & 2\end{bmatrix}$$

$$C=\begin{bmatrix}26\\ 18\\ 15\\ 7\end{bmatrix}\quad D=\begin{bmatrix}25 & 25 & 5 & 8\\ 5 & 5 & 1 & 17\\ 35 & 85 & 17 & 94\\ 95 & 65 & 13 & 32\end{bmatrix}$$

4. Encuentre (muestre todo el procedimiento):
$AC,\ (C^T C)B,\ C\,B^T,\ (A^T A+B^T)$

AC =

688
798
1062
1066

$(C^T C)B$ =

1352	9464	12844	7436
4732	3380	4732	4732
5408	2704	2704	5408
7436	8112	3380	1352

$C\,B^T$ = No se puede hacer

$A^T A+B^T$ =

478	548	649	858
555	1310	623	899
660	626	1371	1668
858	894	1671	2053

5. Continuando con el ejercicio anterior, encuentre
$B^{-1},\ A^{-1},\ 2A+B^T,\ C^T B,\ ran(B^{-1})$

B^{-1} =

- 65/756	229/756	- 32/209	19/756
1/12	- 5/12	11/48	1/12
- 1/28	13/28	- 39/112	- 1/28
47/756	- 247/756	288/853	- 37/756

A^{-1} =

- 8/9	3 11/18	-1 7/12	- 19/36
- 5/39	53/78	- 17/52	- 1/12
-2 61/78	12 85/156	-5 67/104	-1 23/24
2 161/234	-11 443/468	5 121/312	1 61/72

$2A+B^T$ =

4	35	44	51
32	23	38	54
49	11	58	71
37	71	18	24

$ran(B^{-1})$ =4

6. Continuando con el ejercicio 4, encuentre
$D^{-1}B,\ ran(D),\ \det(A^{-1}),\ \det(B),\ (A^T B^T)^{-1}$

$D^{-1}B$ no se puede hacer porque D es una matriz singular.
D tiene rango 3 puesto que hay un par de columnas que no son linealmente independientes.

$$\det(A^{-1})=-\frac{1}{936}$$

$\det(B)$ =-3024

$(A^T B^T)^{-1}$ =

369/920	41/553	1 332/911	-1 129/424
-2 104/309	- 96/215	-8 28/555	7 336/487
1 65/193	254/973	4 337/557	-4 229/570
135/374	50/723	1 271/993	-1 113/536