# CURIOSIDAD NUMERICA

* **FRANKLIN J. VALVERDE DELGADO**

**Ingeniero Electricista de la Universidad del Valle. Especialista en Sistemas de Información EAFIT-ICESI. Profesor ICESI. Univalle-USABU-Liceo Benalcázar.**

En cierta reunión de amigos uno de ellos pidió al grupo escribir un número entero de dos cifras, sumar esas dos cifras y restar la suma obtenida del número original. Hecha esta operación, pidió que tachara una de las dos cifras de la diferencia, que el adivinaría la cifra que faltaba por tachar. Y así fue.

Sorperndido por tal situación tomé varios ejemplos y descubrí el secreto del amigo. Trabajé con números de hasta 6 cifras y en todos los casos tachaba todos los dígitos de la diferencia menos uno, pudiendo "adivinar" el dígito que faltaba por tachar.

Considere por ejemplo el número 765432, la suma de cuyos dígitos es 27; restemos

| | |
|---|---|
| 765432 | número dado |
| — 27 | suma de las cifras |
| ---------- | |
| 765405 | diferencia |

Al observar la diferencia vemos que el número es múltiplo de 9. Al "adivino" se le deben enumerar en cualquier orden los dígitos que se tachan, por ejemplo 7,6,5,0,5; calculando su suma (23) encuentra que falta por tachar el número 4 y así completa el valor del múltiplo de 9 más cercano a 23.

En el ejemplo anterior, ¿qué hubiera ocurrido si los dígitos tachados hubieran sido 7,6,5,4,5? la suma de estas cifras es 27 y estamos frente a un múltiplo de 9, de manera que el "adivino" aquí se puede rajar, ya que el dígito que falta por tachar bien puede ser un cero o un nueve. (Así que ¡cuidado! si usted es el adivino).

Veámos este otro ejemplo con el entero 101000 cuya suma de los dígitos es 2 y restemos.

$$\begin{array}{r} 101000 \\ -\ 2 \\ \hline 100998 \end{array}$$

Es claro que nuevamente, el número de la diferencia es múltiplo de 9; si el auditorio tacha los cinco primeros dígitos de la izquierda o los de la derecha, el "adivino" acierta con certeza, pero si no ocurre así, no le queda sino por decir "le falta por tachar un cero o un nueve"

¿Qué garantiza que la situación aquí planteada se cumpla para cualquier entero? El siguiente teorema y su correspondiente demostración.

TEOREMA.

Si la suma de las cifras de un número entero de dos o más dígitos se resta del número dado, la diferencia que se obtiene es nueve o un múltiplo de nueve.

Demostración.

Sea el número dado $a_n a_{n-1} a_{n-2} \ldots a_1 a_0$, donde las ai son los dígitos del número, que se pueden descomponer por la siguiente suma.

(1) $a_n{*}10^n + a_{n-1}{*}10^{n-1} + a_{n-2}{*}10^{n-2} + \ldots + a_1{*}10 + a_0$

La suma de las cifras del número es:

(2) $a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \ldots\ldots + a_1 + a_0$

Restando (2) de (1) y agrupando,

(3) $(a_n{*}10^n - a_n) + (a_{n-1}{*}10^{n-1} a_{n-1}) + \ldots\ldots + (10a_1 - a_1).$

Factorizando la resta resulta:

(4) $a_n(10^n - 1) + a_{n-1}(10^{n-1} - 1) + \ldots\ldots + a_1(10^1 - 1)$

Todos los términos de la serie (4) tienen un factor de la forma $10^j - 1$ para $j = 1, 2, \ldots, n$ cuya diferencia es un entero formado de nueves así:

$10^1 - 1 = 9$

$10^2 - 1 = 99$

$10^3 - 1 = 999$

.

.

.

$10^n - 1 = 9999\ldots9$ (n nueves)

lo que significa que se puede factorizar un nueve en la serie (4) y esto prueba el teorema por mera dedución. Formalmente se puede observar que

$$10^j - 1 = 9{*}\,10^{j-1} + 9{*}\,10^{j-2} + \ldots\ldots 9{*}10 + 9 = 9{*}\,(10^{j-1} + 10^{j-2} + \ldots\ldots + 10 + 1)$$

Luego la serie (4) se puede escribir asi:

$$a_n\left[9{*}(10^{n-1} + 10^{n-2} + \ldots + 10 + 1\right] + a_{n-1}\left[9{*}(10^{n-2} + 10^{n-3} + 10 + 1)\right] + 9\,a\,,$$

y factorizando el 9 queda

$$9{*}\Big[a_n(10^{n-1} + 10^{n-2} + \ldots + 10 + 1) + a_{n-1}(10^{n-2} + 10^{n-3} + \ldots + 10 + 1)$$
$$+ \ldots\ldots + a1\Big].$$

Lo que prueba el teorema.

FRANKLIN J. VALVERDE DELGADO
Ing. ELECTRICISTA UNIVALLE
ESPECIALISTA EN SISTEMAS DE INFORMACION EAFIT-ICESI
CATEDRATICO ICESI - UNIVALLE - USABU - LICEO BENALCAZAR