

**EVALUACIÓN DE LA FRONTERA EFICIENTE DE MEDIA VARIANZA  
UTILIZADO DIFERENTES MEDIDAS DE RIESGO**

IRVIN TAYPE HUAMAN

UNIVERSIDAD ICESI  
FACULTA DE CIENCIAS ADMINISTRATIVAS Y ECONÓMICAS  
SANTIAGO DE CALI, MAYO 2018

**EVALUACIÓN DE LA FRONTERA EFICIENTE DE MEDIA VARIANZA  
UTILIZADO DIFERENTES MEDIDAS DE RIESGO**

IRVIN TAYPE HUAMAN

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE:  
MAGISTER EN FINANZAS

DIRECTOR DEL TRABAJO DE GRADO:  
YENY ESPERANZA RODRIGUEZ RAMOS

UNIVERSIDAD ICESI  
FACULTA DE CIENCIAS ADMINISTRATIVAS Y ECONÓMICAS  
SANTIAGO DE CALI, MAYO 2018

## TABLA DE CONTENIDO

	Pag.
RESUMEN	9
PALABRAS CLAVES	9
ABSTRACT	9
KEYWORDS	10
INTRODUCCIÓN	11
OBJETIVO GENERAL	12
OBJETIVOS ESPECIFICOS	12
1. REVISIÓN DE LITERATURA	13
1.1. TEORÍA MODERNA DE PORTAFOLIO	13
1.2. CRITERIO DE SELECCIÓN DE ACTIVOS	16
1.2.1. Razón de Sharpe	16
1.2.2. Razón de Treynor	16
1.2.3. Alfa de Jensen	17
1.2.4. Índice de Modigliani y Modigliani	17
1.3. MÉTODOS DE MEDICIÓN DE RIESGO	18

1.3.1.	Desviación estándar (STD)	20
1.3.2.	Varianza de error de seguimiento (TEV)	20
1.3.3.	Media Varianza (BMSV)	21
1.3.4.	Semi-varianza (BTSV)	21
1.3.5.	Momentos parciales inferiores (LPM)	22
1.3.6.	Valor en Riesgo (VaR)	22
1.4.	MEDIDAS DE DISTANCIA ENTRE FRONTERAS	22
1.4.1.	Distancia de Manhattan	23
1.4.2.	Distancia Euclidiana	23
1.4.3.	Distancia Hamming	24
2.	METODOLOGÍA	25
2.1	RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN	25
2.2	SELECCIÓN DE ACTIVOS Y CONFORMACIÓN DE PORTAFOLIO	25
2.3	CONSTRUCCION DE LA FRONTERA CON DIFERENTES MEDIDAS DE RIESGO	26
2.4.	APLICACIÓN DE LAS MEDIDAS DE DISTANCIA	27
3.	RESULTADOS	28
3.1.1.	SELECCIÓN DE ACTIVOS	28

3.2. ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVAS DE LAS ACCIONES SELECCIONADAS	28
3.3. CONSTRUCCION DE LAS FRONTERAS EFICIENTES	32
3.4. CÁLCULO DEL VALOR EN RIESGO	41
3.5. MEDICIÓN DE DISTANCIA ENTRE FRONTERAS	42
4. CONCLUSIONES	47
5. BIBLIOGRAFÍA	49

## ÍNDICE DE TABLAS

	Pag.
TABLA 1. SELECCIÓN DE ACTIVOS.	28
TABLA 2. ESTADÍSTICAS DE LOS RETORNOS.	29
TABLA 3. MATRIZ DE CORRELACIÓN.	30
TABLA 4. CUANTIFICACIÓN DE RIESGOS CON DIFERENTES MÉTODOS DE MEDICIÓN DE RIESGO.	31
TABLA 5. PESOS DE LOS ACTIVOS CON SUS RESPECTIVOS RETORNOS, RIESGOS Y RAZÓN DE SHARPE CON EL MÉTODO DE MEDICIÓN DE RIESGO STD.	33
TABLA 6. PESOS DE LOS ACTIVOS CON SUS RESPECTIVOS RETORNOS, RIESGOS Y RAZÓN DE SHARPE CON EL MÉTODO DE MEDICIÓN DE RIESGO TEV.	34
TABLA 7. PESOS DE LOS ACTIVOS CON SUS RESPECTIVOS RETORNOS, RIESGOS Y RAZÓN DE SHARPE CON EL MÉTODO DE MEDICIÓN DE RIESGO BMSV.	36
TABLA 8. PESOS DE LOS ACTIVOS CON SUS RESPECTIVOS RETORNOS, RIESGOS Y RAZÓN DE SHARPE CON EL MÉTODO DE MEDICIÓN DE RIESGO BTSV.	38

TABLA 9. PESOS DE LOS ACTIVOS CON SUS RESPECTIVOS RETORNOS, RIESGOS Y RAZÓN DE SHARPE CON EL MÉTODO DE MEDICIÓN DE RIESGO LPM.	39
TABLA 10. VALOR EN RIESGO PARA CADA MÉTODO DE MEDICIÓN DE RIESGO (STD, TEV, BMSV, BTSV Y LPM).	41
TABLA 11. MATRIZ DE DISTANCIA EUCLIDIANA POR SUMATORIA.	43
TABLA 12. MATRIZ DE DISTANCIA EUCLIDIANA POR PROMEDIO.	44
TABLA 13 PORTAFOLIOS ÓPTIMOS PARA CADA MÉTODO DE MEDICIÓN DE RIESGO.	46

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

	Pag.
GRÁFICA 1. FRONTERA EFICIENTE DE MARKOWITZ CON LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR COMO MEDIDA DE RIESGO.	34
GRÁFICA 2. FRONTERA EFICIENTE DE MARKOWITZ CON LA VARIANZA DE ERROR DE SEGUIMIENTO (TEV) COMO MEDIDA DE RIESGO.	35
GRÁFICA 3. FRONTERA EFICIENTE DE MARKOWITZ CON LA MEDIA VARIANZA (BMSV) COMO MEDIDA DE RIESGO.	37
GRÁFICA 4. FRONTERA EFICIENTE DE MARKOWITZ CON LA SEMI VARIANZA (BTSV) COMO MEDIDA DE RIESGO.	39
GRÁFICA 5. FRONTERA EFICIENTE DE MARKOWITZ CON MOMENTOS PARCIALES INFERIORES (LPM) COMO MEDIDA DE RIESGO.	40
GRÁFICA 6. FRONTERAS EFICIENTES EN CONJUNTO.	42
GRÁFICA 7. MATRIZ DE DISTANCIA EUCLIDIANA POR SUMATORIA	44
GRÁFICA 8. MATRIZ DE DISTANCIA EUCLIDIANA POR PROMEDIO.	45



## **RESUMEN**

El objetivo general del presente trabajo consiste en realizar un análisis del efecto de la variable riesgo en la construcción de la frontera eficiente de Markowitz, y realizar una comparación entre ellas, utilizando medidas de cuantificación de distancias. Para cumplir con este propósito se realizó el análisis histórico de los precios diarios de las acciones que conforman el índice S&P500 para el periodo entre enero 2015 y diciembre 2017, y para constituir el portafolio, se utilizó la razón de Sharpe para seleccionar cinco acciones. Adicionalmente se utilizaron los diferentes métodos de medición de riesgo para construir las fronteras eficientes y evaluar su desplazamiento.

## **PALABRAS CLAVES**

Frontera eficiente, métodos de medición de riesgos, finanzas tradicionales y distancia entre fronteras.

## **ABSTRACT**

The objective of this study is to perform an analysis of the effect of the risk variable in the construction of Markowitz's efficient frontier, and to make a comparison between them, using measures of distance. To fulfill this purpose there was an historical analysis of the daily prices of the shares that make up the S&P500 index for the period between January 2015 and December 2017, and to constituting the portfolio, the Sharpe ratio was used to select five shares. In addition, the different

methods of risk measurement were used to build efficient frontiers and evaluate their displacement.

## **KEYWORDS**

Efficient frontier, risk measurement methods, traditional finance and distance between frontiers.

## **INTRODUCCIÓN**

En general hay una tendencia a definir el riesgo financiero como la variabilidad de un resultado financiero. No obstante, la definición de riesgo y su medición han sido estudiados y debatidos por diferentes autores, quienes se basan en la distribución de los retornos de los activos para escoger la mejor medida a utilizar.

Autores como, (Lucarelli & Brighetti, 2011) exponen la importancia del factor riesgo para la toma de decisiones de inversión e ilustran diferentes métodos de medición de riesgo, los cuales se usan para la conformación de portafolios. Cabe resaltar que el proceso de optimización de la frontera eficiente se basa en maximizar el retorno para un nivel de riesgo. Por esta razón, la medición del riesgo es una variable relevante por su impacto en la construcción de la frontera eficiente.

Analizar diferentes métodos de valoración de riesgo y evaluar su impacto en la construcción de la frontera eficiente es importante para los inversionistas ya que, permite tener un rango de posibilidades de fronteras eficientes, y por ende de niveles de riesgo para un determinado retorno promedio.

## **OBJETIVO GENERAL**

Determinar el efecto que tiene el uso de diferentes medidas de riesgo en la construcción de la frontera eficiente.

## **OBJETIVOS ESPECIFICOS**

- Seleccionar activos financieros para conformar portafolios de inversión diversificados.
- Identificar diferentes métodos de medición de riesgo financiero por los enfoques de finanzas tradicionales y conductuales.
- Construir la frontera eficiente utilizando las medidas de riesgo identificadas.
- Comparar los resultados de las fronteras eficientes construidas.

## **1. REVISIÓN DE LITERATURA**

En ocasiones los inversionistas comparan los portafolios según la rentabilidad generada, ignorando otros aspectos como el riesgo que se asumió para obtenerla. Al respecto, (Markowitz, 1959) desarrolló estudios evaluando la eficiencia de portafolios y dio origen a la Teoría Moderna de Portafolio, considerando tanto el retorno como el riesgo de este. Este mismo autor, propone diferentes medidas de riesgo además de la desviación estándar, cuyo uso se ha intensificado en la última década.

A continuación, se exponen los principales conceptos y teorías que son relevantes para el desarrollo de la investigación, abordando la teoría moderna de portafolio, los criterios de selección de activos para conformar portafolios, las distintas medidas riesgo que pueden involucrarse en la toma de decisiones de portafolio, así como las medidas de distancia entre fronteras.

### **1.1. TEORÍA MODERNA DE PORTAFOLIO**

En el artículo de selección de portafolio (Markowitz, 1959) se propone que un inversor debe abordar el portafolio como un todo, teniendo en cuenta el retorno y el riesgo global, en lugar de concentrarse en activos individuales. Hay tres hipótesis principales bajo esta teoría:

- Los inversores conforman sus portafolios teniendo en cuenta el rendimiento y riesgo esperado.
- Los inversores son racionales, es decir, son reacios al riesgo e intentan maximizar su utilidad esperada.

- El horizonte de inversión de los inversores es uno y único.

Estas hipótesis representan la relación de media-varianza y la diversificación del riesgo. Teniendo en cuenta que los inversores prefieren el retorno más alto y el riesgo más bajo, (Markowitz, 1959) propone calcular el retorno esperado como el promedio ponderado de los rendimientos esperados de los activos individuales en función de sus participaciones individuales. Su fórmula es la siguiente:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n E(R_i)W_i$$

Donde:

$R_p$  es el retorno del portafolio p.

$R_i$  es el retorno del activo i con i = 1 hasta n.

$W_i$  es el peso o participación del activo i en la cartera p.

A su vez, este autor propone calcular el riesgo como un promedio ponderado de los riesgos de los activos individuales en función de sus participaciones individuales y respaldado por la covarianza de los activos individuales medidos por el coeficiente de correlación. Su fórmula es la siguiente:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n (w_i \sigma_i)^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}}$$

Donde:

$\sigma_p$  es la desviación estándar del portafolio p.

$w_i$  es el peso o participación del activo i en el portafolio p.

$\rho_{ij}$  es el coeficiente de correlación entre los activos i y j.

(Markowitz, 1959) procede a optimizar el portafolio a partir del cálculo del riesgo y retorno de este, en caso de maximizar el retorno para un nivel de riesgo dado, la formulación es la siguiente:

$$\max E[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \dots + \xi_n x_n]$$

$$s. t. \quad \text{Var}[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \dots + \xi_n x_n] \leq \beta$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Donde:

$E$  denota el operador de valor esperado.

$\text{Var}$  denota el operador de varianza.

$x_i$  es el peso o proporción invertida en el activo i.

$\xi_i$  representa el retorno aleatorio para la activo i.

$\beta$  es el nivel de riesgo máximo que el inversor puede tolerar.

En caso de minimizar el riesgo para un nivel de retorno dado, la formulación es la siguiente:

$$\min \text{Var}[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \dots + \xi_n x_n]$$

$$s. t. \quad E[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \dots + \xi_n x_n] \leq \alpha$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Donde:

$\alpha$  representa el retorno inversión mínimo que el inversor puede aceptar.

## 1.2. CRITERIO DE SELECCIÓN DE ACTIVOS

Existen diferentes medidas de desempeño de portafolio que se utilizan como criterio de selección de activos para conformar portafolios diversificados, entre las cuales se destacan: razón de Sharpe, razón de Treynor, Alfa de Jensen e Índice de Modigliani y Modigliani.

### 1.2.1. Razón de Sharpe

Es un indicador que mide el exceso de rendimiento por unidad de riesgo derivado de una inversión, es decir, que tanto compensa el rendimiento de una inversión frente al riesgo de esta (Sharpe, 1963). Se define como:

$$S = \frac{E[R_p] - R_F}{\sigma}$$

Donde:

$E[R_p]$  es el rendimiento esperado del portafolio.

$R_F$  es la tasa libre de riesgo.

$\sigma$  es el riesgo del portafolio

### 1.2.2. Razón de Treynor

Es un indicador que mide el exceso de rendimiento de un portafolio diversificado por unidad de riesgo sistemático o no diversificable, es decir, el riesgo del mercado medido por el coeficiente beta (Brown & Reilly, 2009) y (Treynor, 1965). Se define como:

$$T = \frac{E[R_p] - R_F}{\beta_p}$$



Donde:

$E[R_p]$  es el rendimiento esperado del portafolio.

$R_F$  es la tasa libre de riesgo.

$\beta_p$  es la beta del portafolio

### 1.2.3. Alfa de Jensen

Es un indicador que mide el exceso de rentabilidad obtenido por el mercado para un nivel de riesgo sistemático dado (Jensen, 1968). Se define como:

$$\alpha = (R_p - R_F) - (R_M - R_F)\beta_p$$

Donde:

$R_p$  es el rendimiento del portafolio.

$R_F$  es la tasa libre de riesgo.

$R_M$  es el rendimiento del mercado.

$\beta_p$  es la beta del portafolio.

### 1.2.4. Índice de Modigliani y Modigliani

Es un indicador que compara el portafolio con el de referencia en base a sus rendimientos ajustados por el riesgo (Modigliani & Modigliani, 1997), lo que permite evaluar una gestión positiva y activa. Se define como:

$$M2 = \frac{\sigma_M}{\sigma_p} R_p + \left(1 - \frac{\sigma_M}{\sigma_p}\right) R_f$$

Donde:

$\sigma_M$  es el riesgo del mercado.

$\sigma_p$  es el riesgo del portafolio.

$R_p$  es el rendimiento del portafolio.

$R_f$  es la tasa libre de riesgo.

### **1.3. MÉTODOS DE MEDICIÓN DE RIESGO**

La asignación eficiente de portafolios busca maximizar el retorno con un riesgo dado o minimizar el riesgo para un retorno esperado. De esto se puede inferir, la importancia de medir el riesgo para la optimización de portafolios. El inversor tiene muchas oportunidades de controlar el riesgo, buscando la diversificación para reducir la exposición a riesgos de mercados individuales y utilizando métodos estadísticos para tratar de cuantificar la magnitud de ese riesgo (Warwick, 2003).

Durante años muchos autores han estado definiendo y midiendo el riesgo. (Gallati, 2003) define el riesgo como aquella condición en la cual existe una posibilidad de desviarse del resultado esperado o deseado.

(Lucarelli & Brighetti, 2011) presentan diferentes definiciones y métodos de medición de riesgo desde los enfoques de finanzas tradicionales y comportamentales. En particular, (Ricciardi, 2004) distingue la definición de riesgo dependiendo del enfoque, el riesgo para las finanzas tradicionales es definido como unidimensional, objetivo y con una percepción macro-orientada; mientras que para las finanzas comportamentales, el riesgo es subjetivo, multidimensional y con percepción micro-orientada.

Trabajos más recientes presentan el Valor en Riesgo (VaR) como una medida predominante utilizada en el contexto de la gestión del riesgo operacional (Lebovic, 2012). (Sanei, Banihashemi, & Kaveh, 2016), utilizan modelos lineales de Análisis

de Envolvimiento de Datos (DEA) para estimar la frontera eficiente de Markowitz, considerando inicialmente la varianza como una medida de riesgo. Sin embargo, según estos autores, tanto las teorías como las prácticas indican que la varianza no es una buena medida de riesgo. Por lo tanto, ellos consideraron el Valor en Riesgo (VaR) como una nueva medida de riesgo. En su estudio, ellos pretenden demostrar que, al aumentar el tamaño de la muestra, las fronteras de los modelos lineales con varianza y valor en riesgo, como medida de riesgo, y aproximan gradualmente las fronteras de los modelos de media varianza y valor medio en riesgo.

Finalmente, (Brutti Righi & Borenstein, 2017) comparan las medidas de riesgo con respecto al rendimiento de las estrategias de portafolios óptimos, considerando once medidas de riesgo de diferentes clases y diferentes escenarios en un marco de simulación. Estos autores concluyen que no existe una medida de riesgo claramente dominante, pero al incluir términos de desviación consistentemente muestran ventajas con respecto al rendimiento.

Partiendo de este hecho, existen diferentes métodos de medición de riesgo para conformar portafolios. Esta investigación se centrará en los métodos de medición de riesgo de las finanzas tradicionales.

En las finanzas tradicionales, los métodos de medición se clasifican en medidas de riesgo simétricas y asimétricas. En las primeras importa tanto el riesgo alcista como el riesgo bajista, los cuales siguen una distribución normal. En las segundas, tan solo es de interés el riesgo bajista, el cual no sigue una distribución normal.

Las medidas de riesgo simétricas que se destacan en la literatura financiera son: la desviación estándar (STD) y la varianza de error de seguimiento (TEV). Las

medidas de riesgo asimétricas que más se utilizan son: Media varianza (BMSV), Semi-varianza (BTSV), Los momentos parciales inferiores (LPM) y Valor en riesgo (VaR).

### 1.3.1. Desviación estándar (STD)

La desviación estándar mide la dispersión que tienen los datos de una variable aleatoria, respecto a su media. La fórmula es la siguiente:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \pi_i [r_i - E(r)]^2}$$

Donde:

$$E(r) = \sum_{i=1}^n r_i \pi_i$$

Y:

$\pi_i$  es la probabilidad de que ocurra el escenario i.

$r_i$  es el retorno asociado a la probabilidad del escenario i.

### 1.3.2. Varianza de error de seguimiento (TEV)

La TEV mide la diferencia entre el rendimiento esperado de la inversión y el rendimiento de un punto de referencia o posición de destino especificada. La fórmula es la siguiente:

$$TEV = \sum_{i=1}^n \pi_i [r_i - b_i]^2$$

Donde:

$\pi_i$  es la probabilidad de que ocurra el escenario i.

$r_i$  es el retorno asociado a la probabilidad del escenario i.

$b_i$  es el retorno de referencia asociado a la probabilidad del escenario i.

### 1.3.3. Media Varianza (BMSV)

La media varianza mide la dispersión que tienen los datos que están por debajo del retorno medio de una variable aleatoria con respecto al retorno medio (Markowitz, 1959). La fórmula es la siguiente:

$$BMSV = \sum_{i=1}^n \pi_i \text{Max}[0, (E(r) - r_i)]^2$$

Donde:

$$E(r) = \sum_{i=1}^n r_i \pi_i$$

Y:

$\pi_i$  es la probabilidad de que ocurra el escenario i.

$r_i$  es el retorno asociado a la probabilidad del escenario i.

### 1.3.4. Semi-varianza (BTSV)

La semi-varianza mide la diferencia entre los rendimientos por debajo de un punto objetivo de retorno y el rendimiento de un punto objetivo de retorno (Markowitz, 1959). La fórmula es la siguiente:

$$BTSV = \sum_{i=1}^n \pi_i \text{Max}[0, (T - r_i)]^2$$

Donde:

$\pi_i$  es la probabilidad de que ocurra el escenario i.

$r_i$  es el retorno asociado a la probabilidad del escenario i.

$T$  es el objetivo de retorno.

### 1.3.5. Momentos parciales inferiores (LPM)

Los momentos parciales inferiores miden las desviaciones negativas del retorno de un punto de referencia, dado el grado de aversión al riesgo (Bawa, 1975) y (Fishburn, 1977). La fórmula es la siguiente:

$$LPM(a, t) = \sum_{i=1}^n \pi_i \text{Max}[0, (t - r_i)]^a$$

Donde:

$LPM(a, t)$  es el momento parcial inferior asociado al retorno objetivo  $t$  y al grado  $a$ .

$\pi_i$  es la probabilidad de que ocurra el escenario  $i$ .

$r_i$  es el retorno asociado a la probabilidad del escenario  $i$ .

$a$  es el grado de LPM o coeficiente de propensión al riesgo.

### 1.3.6. Valor en Riesgo (VaR)

Calcula la peor pérdida potencial sobre un horizonte objetivo con un nivel de confianza dado (Jorion, 2001):

$$\text{Probabilidad } [V_t \geq VaR] = 1 - \alpha$$

Donde:

$V_t$  es la pérdida en  $t$ .

$t$  es el final del periodo.

$\alpha$  es el nivel de confianza.

## 1.4. MEDIDAS DE DISTANCIA ENTRE FRONTERAS

Existen medidas que permiten cuantificar la distancias entre fronteras eficientes. Al respecto, (Andria, di Tollo, & Lokketangen, 2013) comparan diferentes portfolios diversificados y miden sus respectivas distancias para evaluar el desempeño del

portafolio frente a un benchmark, como puede ser el mismo mercado. Para esto, estos autores proponen aplicar tres medidas de distancias encontradas en el trabajo de (Lokketangen & Woodruff, 2005), la distancia Manhattan, la distancia Euclidiana y la distancia de Haming.

#### **1.4.1. Distancia de Manhattan**

La geometría del taxista, conocida también como distancia Manhattan, consiste en medir la distancia dada por la suma de las diferencias de ponderaciones de los activos entre dos portafolios (Lokketangen & Woodruff, 2005). La fórmula es la siguiente:

$$MD = \sum_{i=1}^n |Mv_i - IT_i|$$

Donde:

$Mv_i$  es la fracción invertida en el activo  $i$

$IT_i$  es el Index Tracking

#### **1.4.2. Distancia Euclidiana**

Conocida también como distancia euclídea, consiste en medir la distancia dada por suma al cuadrado de las diferencias de las ponderaciones al cuadrado de los activos entre dos portafolios (Lokketangen & Woodruff, 2005). La fórmula es la siguiente:

$$ED = \sqrt{\sum_{i=1}^n (Mv_i - IT_i)^2}$$

Donde:

$Mv_i$  es la fracción invertida en el activo  $i$

$IT_i$  es el Index Tracking

### 1.4.3. Distancia Hamming

Definida al introducir una variable binaria para indicar si un activo está en el portafolio o no, y sumando la diferencia absoluta de estas variables entre los dos portafolios. (Lokketangen & Woodruff, 2005). La fórmula es la siguiente:

$$HD = |\sum_{i=1}^n (zit_i + zmv_i)|$$

Donde:

$zmv_i$  es el ceil  $mv_i$

$zit_i$  es el ceil  $it_i$

A partir de lo anterior, se pretende evaluar el efecto de la medición de riesgo en la construcción de la frontera eficiente utilizando diferentes medidas de distancia entre las fronteras, según la literatura expuesta.



## **2. METODOLOGÍA**

Esta sección contiene cuatro (4) partes. La primera está relacionada con la recolección de información de los precios de las acciones que cotizan en el New York Stock Exchange (NYSE). La segunda está relacionada con la selección de las posibles acciones que conformaran el portafolio a ser desarrollado, teniendo en cuenta los activos con mayor razón de Sharpe. La tercera está relacionada con la construcción de las fronteras eficientes con diferentes medidas de riesgo. Por último, la cuarta etapa está relacionada con la medición de las distancias entre las fronteras.

### **2.1 RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN**

En esta primera etapa se buscaron los precios históricos diarios de las quinientas cinco (505) acciones que componen el índice de Standard & Poor's 500 (S&P500) incluyendo el índice, desde enero de 2015 hasta diciembre de 2017, y se calcularon los respectivos retornos logarítmicos.

### **2.2 SELECCIÓN DE ACTIVOS Y CONFORMACIÓN DE PORTAFOLIO**

Se escogieron cinco (5) acciones para conformar el portafolio eficiente, y el criterio de selección que se utilizó fue la razón de Sharpe. Esto se hizo por facilidad para implementar las diferentes medidas de riesgo que se analizan. Sin embargo, el número de acciones puede aumentar.

A partir de la selección de activos, se procedió a construir la frontera eficiente de Markowitz, siguiendo el planteamiento del problema tradicional:

$$\max E[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \dots + \xi_n x_n]$$

$$s. t. \quad Var[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \dots + \xi_n x_n] \leq \beta$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$$

$$x_i \leq 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Para la construcción de la frontera eficiente se tomaron cien (100) combinaciones de los pesos o participaciones de los activos seleccionados, desde la mínima varianza hasta el máximo retorno esperado.

También se estimó el portafolio eficiente que maximiza la razón de Sharpe.

### **2.3 CONSTRUCCION DE LA FRONTERA CON DIFERENTES MEDIDAS DE RIESGO**

Las medidas de riesgo que se utilizaron para construir la frontera eficiente fueron:

1) desviación estándar, 2) varianza de error de seguimiento, 3) media varianza, 4) semi varianza 5) momentos parciales inferiores y 5) valor en riesgo.

Para cada una de ellas se calculó la matriz de varianza-covarianza utilizando la formula siguiente y se reemplazó la desviación estándar por cada método de medición de riesgo:

$$COV_{ij} = \rho_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j$$

Donde:

$\rho_{ij}$  es el índice de correlación entre el activo i y j.

$\sigma_i$  es el riesgo del activo i. (STD, TEV, BMSV, BTSV y LPM).

$\sigma_j$  es el riesgo del activo j. (STD, TEV, BMSV, BTSV y LPM).

## **2.4. APLICACIÓN DE LAS MEDIDAS DE DISTANCIA**

Se calcularon las distancias entre las fronteras para evaluar el efecto de los diferentes métodos de medición de riesgo en la construcción de la frontera eficiente.

Se utilizó la distancia euclidiana.

### 3. RESULTADOS

Esta sección contiene cinco (5) partes. La primera está relacionada con la selección de los activos para conformar el portafolio. La segunda está relacionada con un breve análisis de las estadísticas descriptivas de los componentes del portafolio. La tercera hace referencia al desarrollo de la construcción de las fronteras eficientes para cada método de medición de riesgo. La cuarta presenta el cálculo del valor en riesgo para cada método de medición de riesgo. Finalmente, se realiza el análisis de las distancias entre las fronteras.

#### 3.1.1. SELECCIÓN DE ACTIVOS

La selección de activos se realizó utilizando la razón de Sharpe. En la tabla 1 se muestra las razones de Sharpe de las acciones que fueron seleccionadas.

Tabla 1. Selección de activos.

Acción	Sharpe	Treynor	Jensen	Modigliani
NVIDIA Corporation	0,12011613	0,00227391	-0,00361473	0,00093460
Amazon	0,09973665	0,00156153	-0,00165316	0,00077603
The Progressive Corporation	0,09617056	0,00121464	-0,00043268	0,00074828
Northrop Grumman Corporation	0,09403638	0,00122596	-0,00043831	0,00073168
Align Technology	0,09311900	0,00161449	-0,00171172	0,00072454

Fuente: Elaboración Propia.

#### 3.2. ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVAS DE LAS ACCIONES SELECCIONADAS

Se tomaron los precios diarios de todas las acciones que conforman el índice S&P500, desde enero de 2015 hasta diciembre de 2017, al igual que el mismo índice. A partir de estos datos, se calcularon los respectivos retornos logarítmicos. La tabla 2 presenta las principales estadísticas descriptivas para las acciones y el índice S&P500, en el periodo analizado.

Tabla 2. Estadísticas de los retornos.

Resumen de Estadísticas	S&P500	NVIDIA Corporation	Amazon	The Progressive Corporation	Northrop Grumman Corporation	Align Technology
Media	0,00035	0,00300	0,00177	0,00097	0,00098	0,00182
Error típico	0,00028	0,00091	0,00065	0,00037	0,00038	0,00071
Mediana	0,00029	0,00248	0,00104	0,00077	0,00075	0,00191
Moda	NA	-0,00765	NA	0,00000	0,00000	0,00000
Desviación estándar	0,00778	0,02497	0,01771	0,01011	0,01043	0,01957
Varianza de la muestra	0,00006	0,00062	0,00031	0,00010	0,00011	0,00038
Curtosis	3,54398	19,96363	13,31258	1,38178	4,26327	13,21574
Coefficiente de asimetría	-0,40408	2,08293	1,58168	0,03379	0,60202	0,43483
Rango	0,07850	0,35818	0,21133	0,07927	0,10285	0,26843
Mínimo	-0,04021	-0,09731	-0,07915	-0,04157	-0,04285	-0,11796
Máximo	0,03829	0,26088	0,13218	0,03770	0,06000	0,15047
Suma	0,26160	2,26307	1,33252	0,73373	0,73980	1,37462
Cuenta	754	754	754	754	754	754

Fuente: Elaboración propia.

Se observa que la acción con mayor retorno y mayor riesgo es NVIDIA Corporation, y la acción con menor retorno y menor riesgo es The Progressive Corporation. Es de destacar que los retornos de esta última acción están por encima del retorno del mercado (S&P500). También se puede destacar que los 5 acciones presenta sesgo

positivo, e incluso, NVIDIA Corporation y Amazon presenta un sesgo por encima de 1. Por otro lado, las acciones que presentan una forma leptocúrtica son NVIDIA Corporation, Amazon, Northrop Grumman Corporation y Align Technology.

A partir de los retornos de las acciones medidos por el promedio, se procedió a calcular el coeficiente de correlación entre los activos. La tabla 3 presenta la matriz de correlación de las variables seleccionadas.

Tabla 3. Matriz de correlación.

<b>Acción</b>	<b>NVIDIA Corporation</b>	<b>Amazon</b>	<b>The Progressive Corporation</b>	<b>Northrop Grumman Corporation</b>	<b>Align Technology</b>
<b>NVIDIA Corporation</b>	1,0000000	0,2476706	0,1958420	0,2356149	0,2856571
<b>Amazon</b>	0,2476706	1,0000000	0,2357312	0,2461970	0,2528591
<b>The Progressive Corporation</b>	0,1958420	0,2357312	1,0000000	0,4309668	0,2280419
<b>Northrop Grumman Corporation</b>	0,2356149	0,2461970	0,4309668	1,0000000	0,2480830
<b>Align Technology</b>	0,2856571	0,2528591	0,2280419	0,2480830	1,0000000

Fuente: Elaboración propia.

Se observa que la correlación de los pares de acciones seleccionadas es inferior al 50% en todos los casos. Sin embargo, cabe resaltar que los activos con mayor correlación son The Progressive Corporation y Northrop Grumman Corporation. La cuantificación del riesgo con los diferentes métodos (desviación estándar, TEV, BMSV, BTSV<sup>1</sup> y LPM<sup>2</sup>) se presenta en la tabla 4.

Tabla 4. Cuantificación de riesgos con diferentes métodos de medición de riesgo.

Riesgo	NVIDIA Corporation	Amazon	The Progressive Corporation	Northrop Grumman Corporation	Align Technology
STD	0,0249710	0,0177076	0,0101120	0,0104270	0,0195652
TEV	0,0250510	0,0178202	0,0103079	0,0106171	0,0196671
BMSV	0,0157461	0,0112710	0,0070834	0,0070166	0,0136329
BTSV	0,0167935	0,0123346	0,0082151	0,0081351	0,0145894
LPM	0,0153466	0,0112798	0,0076260	0,0075383	0,0130848

Fuente: Elaboración propia.

Se observa que la variación de los métodos simétricos de desviación estándar (STD) y varianza de error de seguimiento (TEV) fue muy cercana y proporcional al incremento de la media al retorno objetivo. La variación de los métodos asimétricos de media varianza (BMSV), semi varianza (BTSV) y momentos parciales inferiores (LPM) con respecto a los dos anteriores fue de mayor distancia reflejando el interés por el riesgo bajista. Cabe resaltar que la acción The Progressive Corporation es el

<sup>1</sup> Para hallar el TEV, BTSV y LPM, los cuales según la fórmula no toman como referencia la media sino un retorno objetivo, se definió este retorno objetivo como la media de cada activo más 0.20%.

<sup>2</sup> Para calcular el grado de LPM o coeficiente de propensión al riesgo, se utilizó la siguiente formula:  $a = 2 - ((INVERSIÓN * 2) / PATRIMONIO)$ , Donde:  $INVERSIÓN < PATRIMONIO$ . Dando como resultado un valor mayor a 0 y menor o igual a 2. Por lo tanto, un  $a$  menor a 1 se entiende como un inversionista buscador de riesgo, por el contrario, un  $a$  mayor a 1 como reacio al riesgo. Para este método se definió un patrimonio o riqueza del inversionista de USD100.000.000 y una inversión en el portafolio de USD10.000.000.

que tiene menor riesgo en los métodos simétricos y Northrop Grumman Corporation es el que tiene menor riesgo en los métodos asimétricos.

### **3.3. CONSTRUCCION DE LAS FRONTERAS EFICIENTES**

A partir de lo anterior, se procedió a construir la frontera eficiente utilizando 100 combinaciones de pesos o participaciones de los activos, que den como resultado un riesgo entre el mínimo y el máximo riesgo de los activos individuales, y las diferentes medidas de riesgo ya planteadas.

Dependiendo de la medida de riesgo, fue necesario generar matrices de covarianza con las que se construyeron las diferentes fronteras eficientes utilizando cien (100) combinaciones de pesos de los activos.

A continuación, se presentan los resultados para cada medida de riesgo.

- Frontera Eficiente de Markowitz con la desviación estándar (STD) como medida de riesgo.

En la tabla 5 se visualiza siete (7) de las cien (100) combinaciones de pesos de los activos con sus respectivos retornos, riesgos y razón de Sharpe, utilizando STD como medida de riesgo.



Tabla 5. Pesos de los activos con sus respectivos retornos, riesgos y razón de Sharpe con el método de medición de riesgo STD.

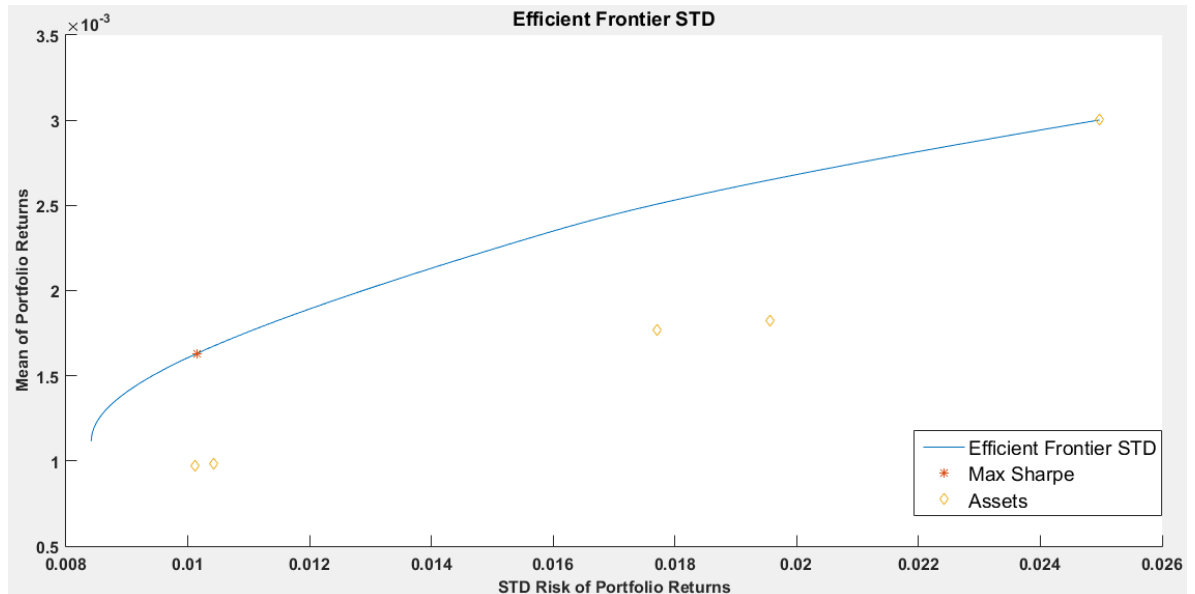
Retorno	Riesgo	Sharpe	NVIDIA Corporation	Amazon	The Progressive Corporation	Northrop Grumman Corporation	Align Technology
0,11%	0,84%	13,27%	1,11%	8,87%	45,12%	39,36%	5,54%
0,14%	0,88%	15,42%	10,18%	13,39%	37,17%	30,38%	8,88%
0,17%	1,09%	16,01%	24,13%	20,34%	24,94%	16,56%	14,02%
0,20%	1,31%	15,46%	34,60%	25,55%	15,77%	6,20%	17,88%
0,23%	1,59%	14,72%	46,04%	30,72%	1,59%	0,00%	21,65%
0,27%	1,97%	13,51%	71,73%	17,20%	0,00%	0,00%	11,07%
0,30%	2,50%	12,02%	100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fuente: Elaboración propia.

En cuanto a la distribución de los pesos, en el portafolio de mínimo riesgo contribuye en mayor medida la acción que a la vez presentó menor riesgo y menor retorno (The Progressive Corporation). Por otro lado, y como era de esperarse, el portafolio de mayor riesgo está conformado 100% por NVIDIA Corporation que es la acción que presentaba mayor riesgo y mayor retorno.

Con la información anterior se procedió a graficar la frontera eficiente del portafolio, donde el eje x es el riesgo y el eje y es el retorno. A su vez, para calcular el portafolio óptimo entre las cien (100) combinaciones de pesos de los activos se maximizó la razón de Sharpe. En la gráfica 1, se puede visualizar la frontera eficiente del portafolio, los activos individuales y el portafolio óptimo.

Gráfica 1. Frontera eficiente de Markowitz con la desviación estándar como medida de riesgo.



Fuente: Elaboración propia.

- Frontera Eficiente de Markowitz con la varianza de error de seguimiento (TEV) como medida de riesgo.

En la tabla 6 se muestra siete (7) de las cien (100) combinaciones de pesos de los activos con sus respectivos retornos, riesgos y razón de Sharpe, utilizando TEV como medida de riesgo.

Tabla 6. Pesos de los activos con sus respectivos retornos, riesgos y razón de Sharpe con el método de medición de riesgo TEV.

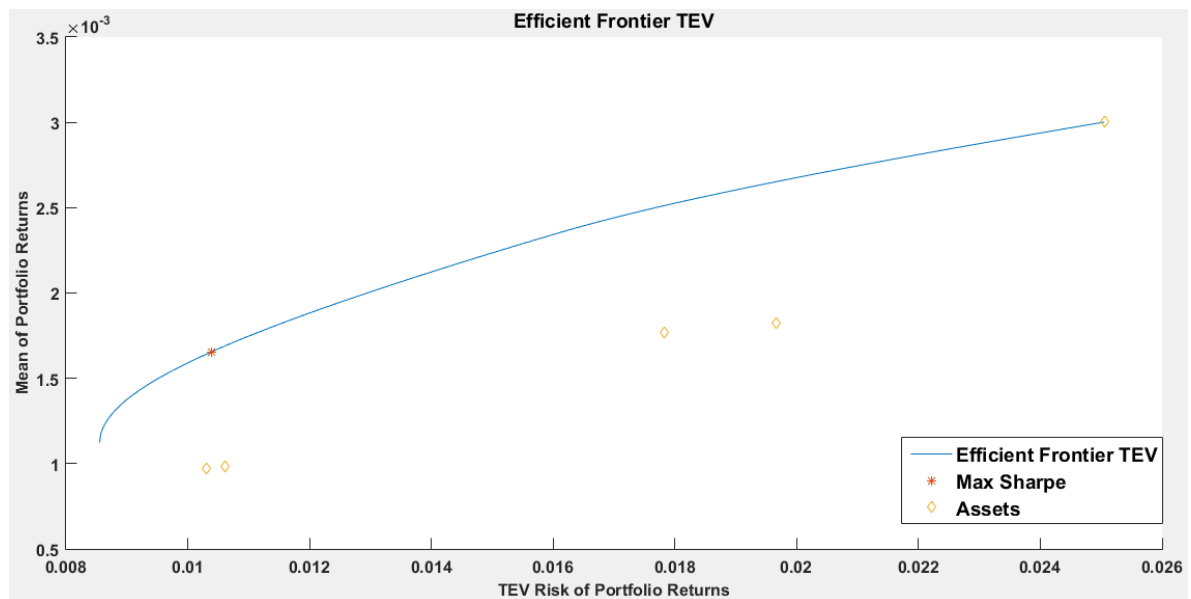
Retorno	Riesgo	Sharpe	NVIDIA Corporation	Amazon	The Progressive Corporation	Northrop Grumman Corporation	Align Technology
0,11%	0,86%	13,13%	1,24%	9,17%	44,69%	39,10%	5,79%
0,14%	0,90%	15,25%	10,31%	13,62%	36,80%	30,18%	9,09%
0,17%	1,10%	15,88%	24,27%	20,46%	24,65%	16,46%	14,17%
0,20%	1,32%	15,37%	34,73%	25,60%	15,54%	6,16%	17,97%
0,23%	1,60%	14,65%	46,17%	30,67%	1,47%	0,00%	21,69%
0,27%	1,98%	13,46%	71,84%	17,11%	0,00%	0,00%	11,05%
0,30%	2,51%	11,98%	100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fuente: Elaboración propia.

En cuanto a la distribución de los pesos, en el portafolio de mínimo riesgo sigue contribuyendo en mayor medida la acción The Progressive Corporation, pasando de una participación de 45.12% a 44.69%. A su vez, la acción Northrop Grumman Corporation disminuyó su participación de 39.36% a 39.10%. Por otro lado, el portafolio de mayor riesgo sigue conformado 100% por NVIDIA Corporation.

Con la información anterior se procedió a graficar la frontera eficiente del portafolio con la varianza de error de seguimiento (TEV) como medida de riesgo. A su vez, para calcular el portafolio óptimo entre las cien (100) combinaciones de los pesos de los activos se maximizó la razón de Sharpe. En la gráfica 2, se puede visualizar la frontera eficiente del portafolio, los activos individuales y el portafolio óptimo con TEV como medida de riesgo.

Gráfica 2. Frontera eficiente de Markowitz con la varianza de error de seguimiento (TEV) como medida de riesgo.



Fuente: Elaboración propia.

- Frontera Eficiente de Markowitz con la media varianza (BMSV) como medida de riesgo.

En la tabla 7 se muestra siete (7) de las cien (100) combinaciones de pesos de los activos con sus respectivos retornos, riesgos y razón de Sharpe, utilizando BMSV como medida de riesgo.

Tabla 7. Pesos de los activos con sus respectivos retornos, riesgos y razón de Sharpe con el método de medición de riesgo BMSV.

Retorno	Riesgo	Sharpe	NVIDIA Corporation	Amazon	The Progressive Corporation	Northrop Grumman Corporation	Align Technology
0,11%	0,57%	20,06%	2,21%	11,39%	40,70%	41,21%	4,49%
0,14%	0,60%	23,27%	11,50%	15,78%	33,43%	32,38%	6,91%
0,18%	0,72%	24,52%	25,79%	22,55%	22,23%	18,81%	10,63%
0,20%	0,86%	23,93%	36,50%	27,62%	13,83%	8,63%	13,42%
0,23%	1,02%	22,94%	48,08%	32,81%	2,88%	0,00%	16,23%
0,27%	1,25%	21,29%	72,38%	20,06%	0,00%	0,00%	7,56%
0,30%	1,57%	19,06%	100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

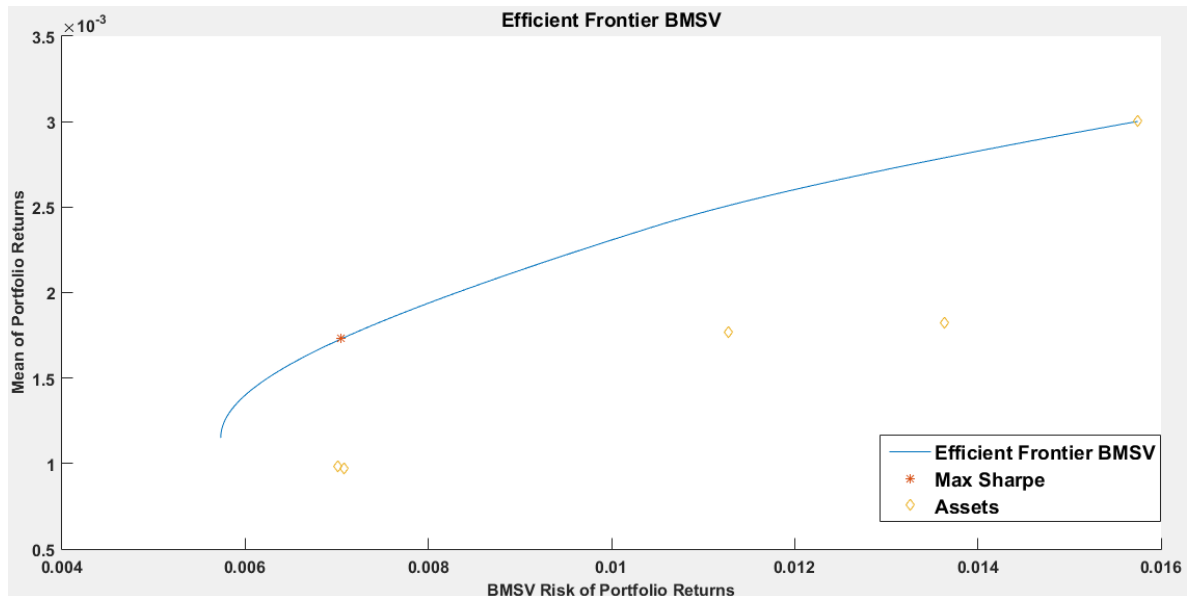
Fuente: Elaboración propia.

En cuanto a la distribución de los pesos, en el portafolio de mínimo riesgo contribuye en mayor medida la acción Northrop Grumman Corporation, con una participación de 41.21%. En cambio, la acción The Progressive Corporation, que contribuía en mayor participación en la medida de riesgo de desviación estándar (STD), paso de 45.12% a 40.70%. Por otro lado, el portafolio de mayor riesgo sigue conformado 100% por NVIDIA Corporation.

Con la información anterior se procedió a graficar la frontera eficiente del portafolio con la media varianza (BMSV) como medida de riesgo. A su vez, para calcular el portafolio óptimo entre las cien (100) combinaciones de pesos de los activos se maximizó la razón de Sharpe. En la gráfica 3, se puede visualizar la frontera

eficiente del portafolio, los activos individuales y el portafolio óptimo con BMSV como medida de riesgo.

Gráfica 3. Frontera eficiente de Markowitz con la media varianza (BMSV) como medida de riesgo.



Fuente: Elaboración propia.

- Frontera Eficiente de Markowitz con la semi varianza (BTSV) como medida de riesgo

En la tabla 8 se muestra siete (7) de las cien (100) combinaciones de los pesos de los activos con sus respectivos retornos, riesgos y razón de Sharpe, utilizando BTSV como medida de riesgo.

Tabla 8. Pesos de los activos con sus respectivos retornos, riesgos y razón de Sharpe con el método de medición de riesgo BTSV.

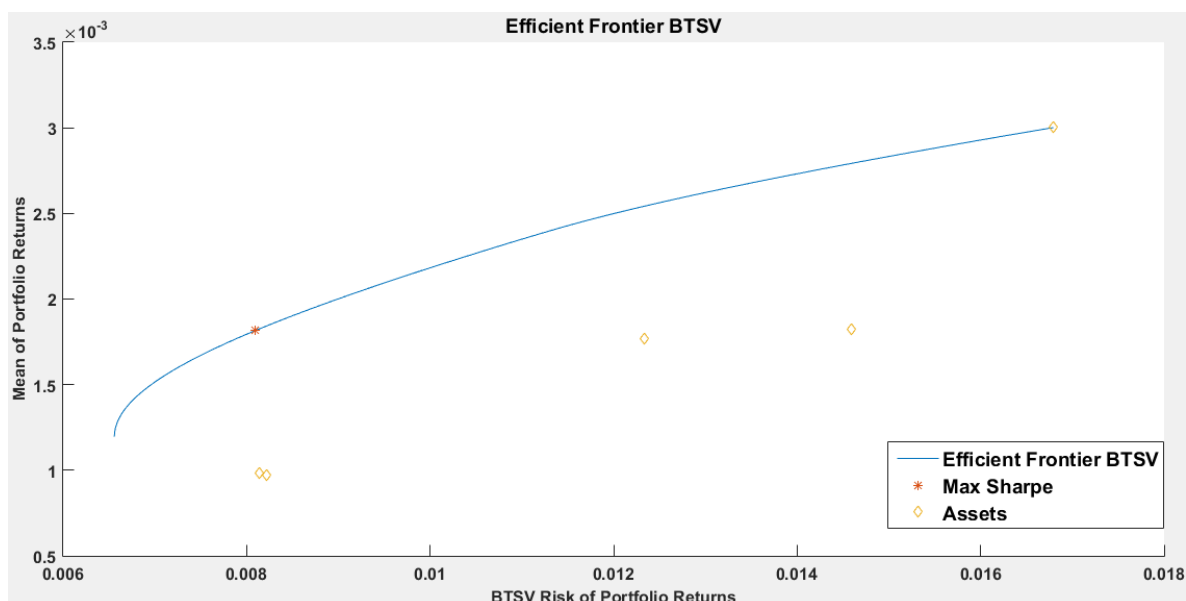
Retorno	Riesgo	Sharpe	NVIDIA Corporation	Amazon	The Progressive Corporation	Northrop Grumman Corporation	Align Technology
0,12%	0,66%	18,23%	3,24%	12,96%	38,76%	39,05%	5,99%
0,14%	0,68%	21,06%	12,48%	16,84%	31,77%	30,62%	8,28%
0,18%	0,80%	22,43%	26,71%	22,81%	21,03%	17,66%	11,79%
0,21%	0,94%	22,09%	37,38%	27,28%	12,97%	7,94%	14,43%
0,24%	1,11%	21,32%	48,94%	31,78%	2,23%	0,00%	17,04%
0,27%	1,35%	19,87%	73,04%	18,95%	0,00%	0,00%	8,01%
0,30%	1,68%	17,87%	100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fuente: Elaboración propia.

En cuanto a la distribución de los pesos, en el portafolio de mínimo riesgo contribuye en mayor medida la acción Northrop Grumman Corporation, con una participación de 39.05%. En cambio, la acción The Progressive Corporation, que contribuía en mayor participación en la medida de riesgo de desviación estándar (STD), paso de 45.12% a 38.76%. Por otro lado, el portafolio de mayor riesgo sigue conformado 100% por NVIDIA Corporation.

Con la información anterior se procedió a graficar la frontera eficiente del portafolio con la semi varianza (BTSV) como medida de riesgo. A su vez, para calcular el portafolio óptimo entre las cien (100) combinaciones de pesos de los activos se maximizó la razón de Sharpe. En la gráfica 4, se puede visualizar la frontera eficiente del portafolio, los activos individuales y el portafolio óptimo con BTSV como medida de riesgo.

Gráfica 4. Frontera eficiente de Markowitz con la semi varianza (BTSV) como medida de riesgo.



Fuente: Elaboración propia.

- Frontera Eficiente de Markowitz con momentos parciales inferiores (LPM) como medida de riesgo.

En la tabla 9 se muestra siete (7) de las cien (100) combinaciones de pesos de los activos con sus respectivos retornos, riesgos y razón de Sharpe, utilizando LPM como medida de riesgo.

Tabla 9. Pesos de los activos con sus respectivos retornos, riesgos y razón de Sharpe con el método de medición de riesgo LPM.

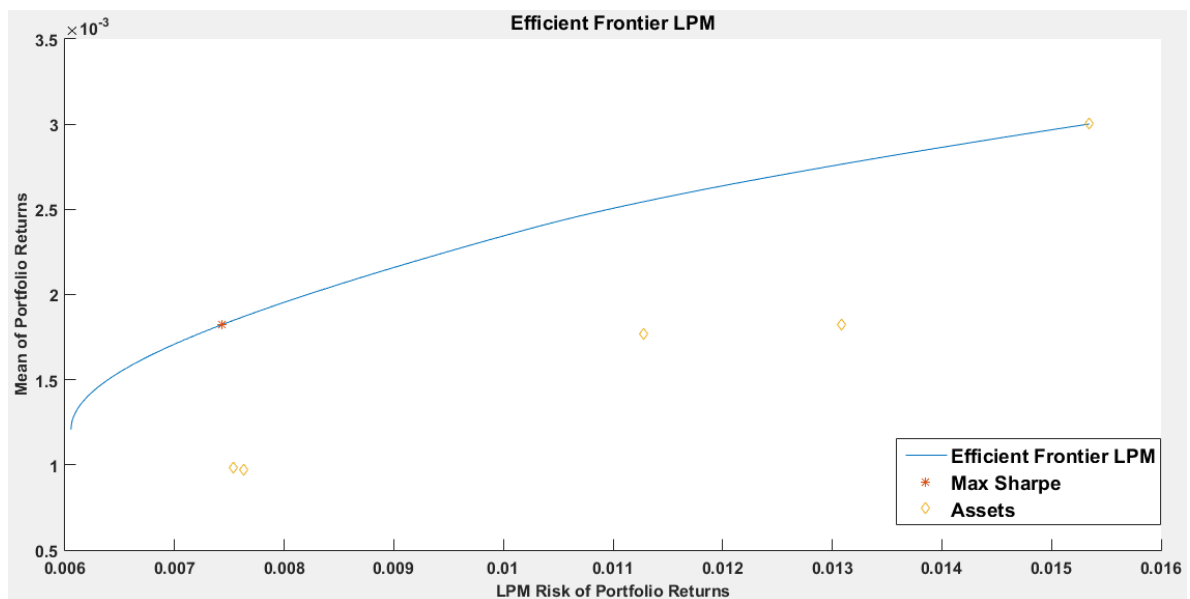
Retorno	Riesgo	Sharpe	NVIDIA Corporation	Amazon	The Progressive Corporation	Northrop Grumman Corporation	Align Technology
0,12%	0,61%	19,94%	3,32%	13,30%	38,02%	38,51%	6,85%
0,14%	0,63%	22,99%	12,50%	17,07%	31,08%	30,13%	9,22%
0,18%	0,74%	24,53%	26,61%	22,88%	20,40%	17,23%	12,88%
0,21%	0,86%	24,19%	37,19%	27,24%	12,39%	7,55%	15,62%
0,24%	1,01%	23,37%	48,70%	31,57%	1,43%	0,00%	18,30%
0,27%	1,23%	21,74%	73,18%	18,21%	0,00%	0,00%	8,61%
0,30%	1,53%	19,56%	100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fuente: Elaboración propia.

En cuanto a la distribución de los pesos, en el portafolio de mínimo riesgo contribuye en mayor medida la acción Northrop Grumman Corporation, con una participación de 38.51%. En cambio, la acción The Progressive Corporation, que contribuía en mayor participación en la medida de riesgo de desviación estándar (STD), paso de 45.12% a 38.02%. Por otro lado, el portafolio de mayor riesgo sigue conformado 100% por NVIDIA Corporation.

Con la información anterior se procedió a graficar la frontera eficiente del portafolio con momentos parciales inferiores (LPM) como medida de riesgo. A su vez, para calcular el portafolio óptimo entre las cien (100) combinaciones de pesos de los activos se maximizó la razón de Sharpe. En la gráfica 5, se puede visualizar la frontera eficiente del portafolio, los activos individuales y el portafolio óptimo con LPM como medida de riesgo.

Gráfica 5. Frontera eficiente de Markowitz con momentos parciales inferiores (LPM) como medida de riesgo.



Fuente: Elaboración propia.



### 3.4. CÁLCULO DEL VALOR EN RIESGO

El valor en riesgo (VaR) permite cuantificar la peor pérdida esperada bajo condiciones normales en un periodo de tiempo específico con un nivel de confianza dado. Este se estimó para cada método de medición de riesgo (STD, TEV, BMSV, BTSV, LPM). En la tabla 10 se puede visualizar el VaR para cada método teniendo en cuenta siete de las cien combinaciones de pesos de las acciones del portafolio.

Tabla 10. Valor en riesgo para cada método de medición de riesgo (STD, TEV, BMSV, BTSV y LPM).

VaR STD	VaR TEV	VaR BMSV	VaR BTSV	VaR LPM
184.600,70	187.805,85	121.865,41	140.615,25	128.797,54
192.165,35	195.249,19	125.313,70	143.974,92	131.572,16
236.134,10	238.764,29	150.002,43	168.459,45	153.201,75
285.129,47	287.449,29	178.615,64	197.385,05	179.001,58
345.683,95	347.774,46	214.538,80	234.206,29	211.999,58
431.237,06	433.254,85	264.585,71	286.287,19	259.533,45
550.898,83	552.759,08	336.295,53	360.662,11	327.000,39

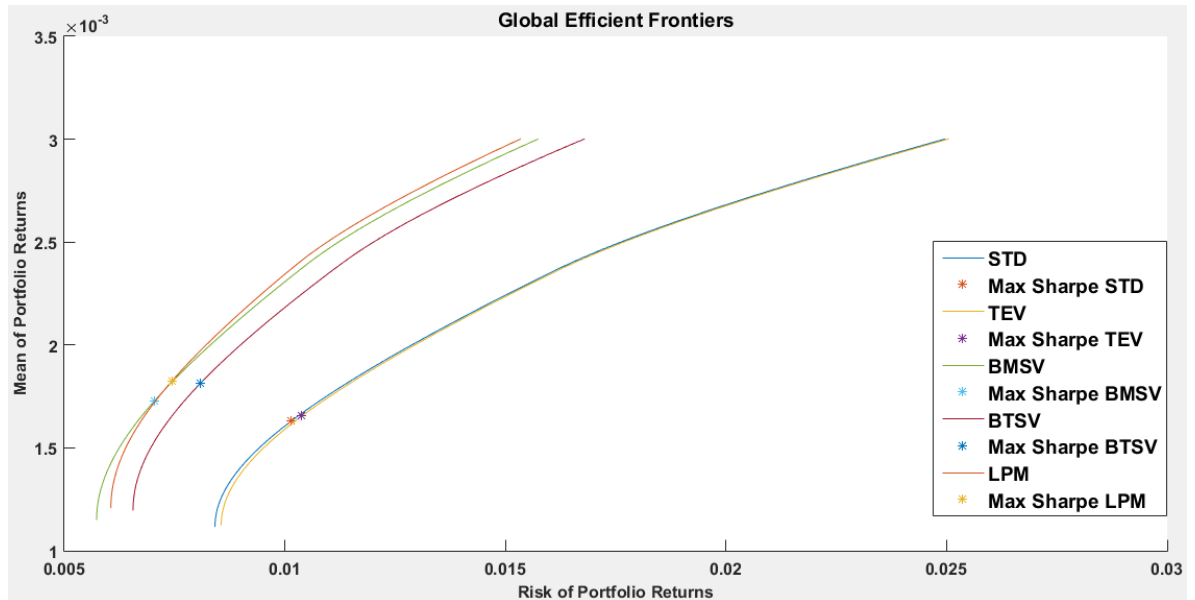
Fuente: Elaboración propia.

Se puede observar que los métodos desviación estándar (STD) y varianza de error de seguimiento (TEV) presentan mayor pérdida esperada a comparación de los métodos media varianza (BMSV), semi varianza (BTSV) y momentos parciales inferiores (LPM). La media varianza presenta la menor pérdida esperada y la varianza de error de seguimiento presenta la mayor pérdida esperada.

### 3.5. MEDICIÓN DE DISTANCIA ENTRE FRONTERAS

La gráfica 6 muestra las fronteras eficientes construidos a partir de las medidas de riesgo: desviación estándar (STD), varianza de error de seguimiento (TEV), media varianza (BMSV), semi varianza (BTSV) y momentos parciales inferiores (LPM).

Gráfica 6. Fronteras eficientes en conjunto.



Fuente: Elaboración propia.

Se puede observar un desplazamiento de la frontera eficiente al calcular el riesgo con diferentes métodos. Por esta razón se procedió a calcular las distancias para determinar el efecto del riesgo en la construcción de la frontera eficiente. Se utilizó la distancia euclidiana, midiendo las distancias entre las fronteras teniendo en cuenta los cien (100) retornos y riesgos generados a partir de los pesos de los activos que se utilizaron para la construcción de cada frontera.

Una vez calculados las distancias, se procedió a medir el efecto de dos maneras. En el primero se sumaron las cien (100) distancias de cada frontera, tal y como se puede observar en la tabla 11. En el segundo se halló el promedio de estas cien (100) distancias de cada frontera, como se puede visualizar en la tabla 12.

Tabla 11. Matriz de distancia euclidiana por sumatoria.

<b>RIESGO</b>	<b>STD</b>	<b>TEV</b>	<b>BMSV</b>	<b>BTSV</b>	<b>LPM</b>
<b>STD</b>	0,0000	0,0106	0,5045	0,4182	0,5032
<b>TEV</b>	0,0106	0,0000	0,5151	0,4288	0,5138
<b>BMSV</b>	0,5045	0,5151	0,0000	0,0864	0,0195
<b>BTSV</b>	0,4182	0,4288	0,0864	0,0000	0,0850
<b>LPM</b>	0,5032	0,5138	0,0195	0,0850	0,0000

Fuente: Elaboración propia.

Se puede observar que la distancia entre los métodos de medición de riesgo simétricos, desviación estándar (STD) y varianza de error de seguimiento (TEV) es de 0.0106, esto se debe porque al calcular el TEV, se utilizó un retorno objetivo de 0.20% por encima de la media.

Las distancias entre los métodos de medición de riesgo asimétricos, media varianza (BMSV), semi varianza (BTSV) y momentos parciales inferiores (LPM) son inferiores a 0.1, siendo los métodos BMSV y BTSV los que presentan mayor distancia de 0.0850. Cabe resaltar que las distancias entre los métodos simétricos y asimétricos son superiores o iguales a 0.4182 e inferiores o iguales a 0.5151.

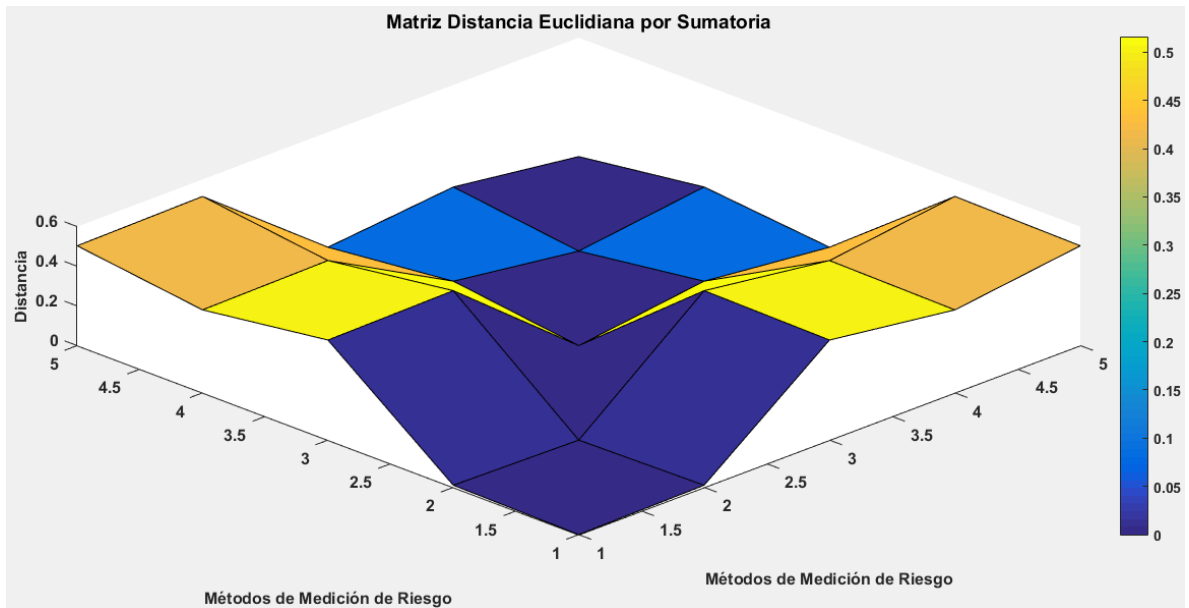
Tabla 12. Matriz de distancia euclidiana por promedio.

RIESGO	STD	TEV	BMSV	BTSV	LPM
STD	0,0000	0,0001	0,0050	0,0042	0,0050
TEV	0,0001	0,0000	0,0052	0,0043	0,0051
BMSV	0,0050	0,0052	0,0000	0,0009	0,0002
BTSV	0,0042	0,0043	0,0009	0,0000	0,0008
LPM	0,0050	0,0051	0,0002	0,0008	0,0000

Fuente: Elaboración propia.

Se puede observar que la medida de distancia entre fronteras tanto por sumatoria como por promedio presentan las mismas conclusiones expuestas anteriormente, pero diferente escala en la distancia. En la gráfica 7 se puede visualizar la medición de la distancia entre las fronteras por sumatoria.

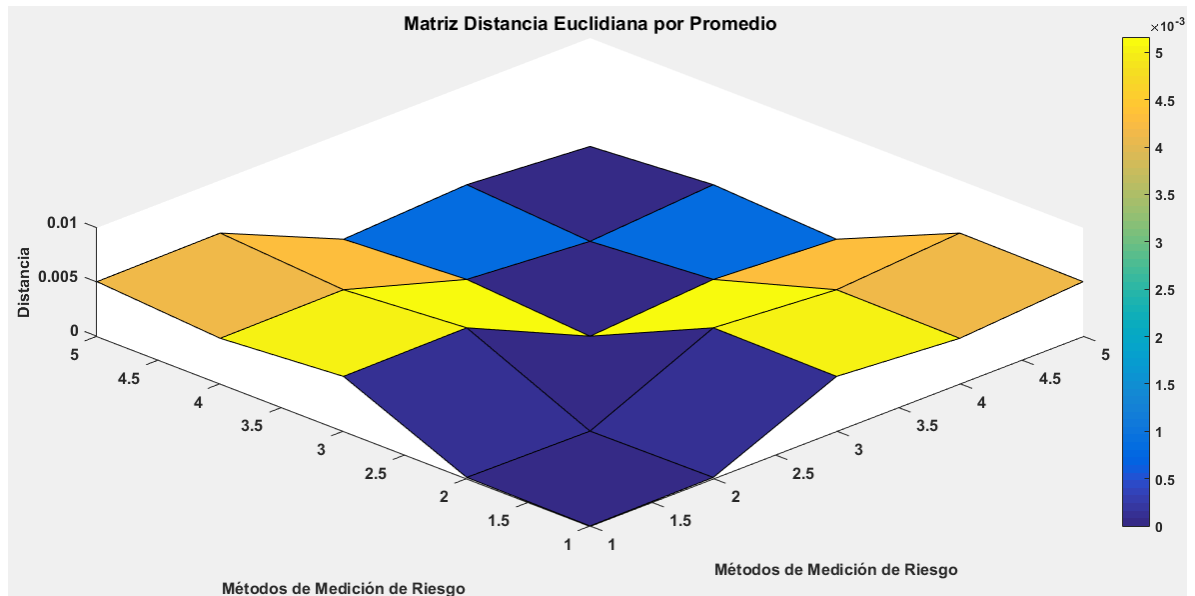
Gráfica 7. Matriz de distancia euclidiana por sumatoria



Fuente: Elaboración propia

En la gráfica 8 se puede visualizar la medición de distancia entre fronteras por promedio.

Gráfica 8. Matriz de distancia euclidiana por promedio.



Fuente: Elaboración propia.

Claramente se puede observar que las distancias son cortas entre los métodos del grupo simétrico como entre los métodos del grupo asimétrico. También se puede visualizar la magnitud de las distancias entre estos dos grupos de métodos de medición de riesgo (simétrico y asimétrico).

En la tabla 13 se presenta los portafolios óptimos por cada método de medición de riesgo con sus respectivos retornos, riesgos, razón de Sharpe y participaciones de los activos que conforman el portafolio.

Tabla 13 Portafolios óptimos para cada método de medición de riesgo.

Medida de Riesgo	Retorno	Riesgo	Sharpe	NVIDIA Corporation	Amazon	The Progressive Corporation	Northrop Grumman Corporation	Align Technology
STD	0,16%	1,01%	16,07%	19,95%	18,25%	28,61%	20,71%	12,48%
TEV	0,17%	1,04%	15,93%	20,78%	18,75%	27,69%	19,89%	12,90%
BMSV	0,17%	0,71%	24,53%	24,36%	21,87%	23,35%	20,17%	10,25%
BTSV	0,18%	0,81%	22,43%	27,42%	23,11%	20,49%	17,01%	11,97%
LPM	0,18%	0,74%	24,53%	27,32%	23,18%	19,87%	16,58%	13,06%

Fuente: Elaboración propia.

Se puede observar que The Progressive Corporation contribuye en mayor medida en los portafolios óptimos medidos con los métodos simétricos. En cambio, NVIDIA Corporation contribuye en mayor medida en los portafolios óptimos medidos con los métodos asimétricos.

Sin embargo, cada uno de estos portafolios se consideran óptimos para cada uno de estos métodos, tanto para los métodos simétricos como asimétricos. Por lo tanto, el criterio de selección del portafolio óptimo pasa a depender de las preferencias del inversor, el cual tiene un rango de decisión entre las fronteras construidas con diferentes métodos.

Esta investigación resalta la importancia de que los portafolios optimizados deberían reflejar las preferencias del inversor, más allá de la media y la varianza.

#### **4. CONCLUSIONES**

Existe una gran cantidad de métodos de medición de riesgo en las finanzas tradicionales, las cuales se clasifican en medidas de riesgo simétricas y asimétricas, los cuales han sido involucrados en la construcción de la frontera eficiente, dando como resultado el desplazamiento de la frontera y, por ende, un rango o distancia entre los mismos.

Las fronteras eficientes calculados entre los métodos de medición de riesgo simétrico y asimétricos presentan unos rangos o distancias superiores a los que existe entre ellos. Esto se debe que los primeros tienen en cuenta el riesgo alcista como bajista y los segundos tienen un interés solo en el riesgo bajista.

A partir de la información recopilada, se evaluó el efecto de las diferentes medidas de riesgo, permitiendo entender mejor como calcularlos, utilizarlos para optimizar el portafolio y medirlos para tomar decisiones.

Por lo anterior, el riesgo es una variable que impacta significativamente en la constitución del portafolio y por lo tanto se debe considerar al momento de tomar decisiones de inversión.

Cabe resaltar que Harry Markowitz señaló que los portafolios optimizados deberían reflejar las preferencias de los inversores, más allá de la media y la varianza, recordando que el juicio del inversor es inherente a la optimización de portafolio de media varianza.

Por lo tanto, esta investigación es importante en la medida que profundiza en los diferentes métodos de medición de riesgo con la finalidad de considerarlos en el momento de conformar portafolios diversificados de acuerdo con las preferencias del inversor.

Por último, cabe señalar que los métodos de medición de riesgo desarrollados en esta investigación tienen el enfoque de las finanzas tradicionales. Sin embargo, existen diversos métodos propuestos por las finanzas conductuales, el cual destaca el lado emocional de la conducta del riesgo, combinando las competencias financieras con la psicología y neurociencia afectiva, es decir, incorporan las preferencias del inversor en la construcción de portafolio óptimos.

De esta manera, se propone continuar la evaluación del efecto de la variable riesgo teniendo en cuenta los métodos de medición de riesgo según las finanzas conductuales y de esta forma, ampliar la investigación de la medida de riesgo en la toma de decisiones financieras.



## 5. BIBLIOGRAFÍA

- Andria, J., di Tollo, G., & Lokketangen, A. (2013). *Distance Measures for Portfolio Selection*. Berlín: Springer Science+Business Media.
- Bawa, V. S. (1975). Optimal rules for ordering uncertain prospects. *Journal of Financial Economics*.
- Brown, K. C., & Reilly, F. K. (2009). *Analysis of Investments and Management of Portfolios*. United Kingdom: Cengage Learning.
- Brutti Righi, M., & Borenstein, D. (2017). A Simulation Comparison of Risk Measures for Portfolio Optimization. *Elsevier*.
- Evans, J. L., & Archer, S. H. (1968). Diversification And The Reduction Of Dispersion: An Empirical Analysis. *The Journal of Finance*.
- Fishburn, P. C. (1977). Mean-Risk Analysis with Risk Associated with Below-Target Returns. *American Economic Review*.
- Gallati, R. (2003). *Risk Management and Capital Adequacy*. United States: McGraw Hill.
- Jensen, M. C. (1968). The performance of mutual funds in the period 1945-1964. *The Journal of Finance*.
- Jorion, P. (2001). *Financial Risk Manager Handbook*. United States: John Wiley & Sons.
- Lebovic, M. (2012). *Use of Coherent Risk Measures in Operational Risk Modeling*. Prague: Charles University in Prague, Faculty of Social Sciences, Institute of Economic Studies.
- Lokketangen, A., & Woodruff, D. L. (2005). A distance Function to Support Optimized Selection Decisions. *Decision Support Systems*.
- Lucarelli, C., & Brighetti, G. (2011). *Risk Tolerance in Financial Decision Making*. New York: Palgrave Macmillan.
- Markowitz, H. (1959). Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. *Yale University*.
- Modigliani, F., & Modigliani, L. (1997). Risk-adjusted performance Winter. *Journal of Portfolio Management*.

- Ricciardi, V. (2004). *A Risk Perception Primer: A Narrative Reserch Review of the Risk Perception Literature in Behavioral Accounting and Behavioral Finance*. United States: SSRN Electronic Journal.
- Sanei, M., Banihashemi, S., & Kaveh, M. (2016). Estimation of Portfolio Efficient Frontier by Different Measures of risk Via DEA. *Int. J. Industrial Mathematics*.
- Sharpe, W. (1963). A Simplified Model for Portfolio Analysis . *Managenment Science*.
- Treynor, J. L. (1965). How to rate management of investment funds. *Harvard Business Review*.
- Warwick, B. (2003). *The Handbook of Risk*. United States: John Wiley & Sons.