

Tareas matemáticas y Comunidades de Aprendizaje para describir la Competencia Matemática Comunicar en estudiantes de grado noveno de la I.E. Libardo Madrid Valderrama

Kenny Patricia Sinisterra Aragón

Universidad ICESI  
Facultad de Educación  
Maestría en Educación  
Santiago de Cali  
Mayo, 2018

Tareas matemáticas y Comunidades de Aprendizaje para describir la Competencia Matemática Comunicar en estudiantes de grado noveno de la I.E. Libardo Madrid Valderrama

Trabajo de grado presentado para optar el título de Magister en Educación

Kenny Patricia Sinisterra Aragón

Directora: Mg. Liliana Sandoval Manzano

Universidad ICESI  
Facultad de Educación  
Maestría en Educación  
Santiago de Cali  
Mayo, 2018

**Nota de aceptación**

Aprobado por el Comité de Trabajos de Grado en cumplimiento de los requisitos exigidos por la Universidad ICESI para otorgar el título de Maestría en Educación.

---

Director del trabajo de grado

---

Firma del jurado

---

Firma del jurado

Santiago de Cali, mayo de 2018

## **Dedicatoria**

Dedico este trabajo de investigación primeramente al ETERNO por quien vivo y me muevo. También a mis hijos Samuel, Paula y Miguel quienes soportaron mi ausencia durante este tiempo de estudio e investigación. Igualmente, a mi esposo Favio que con mucha paciencia me animó para llegar al final. A mi madre Paulina y mis hermanos Yenmarly, Francisco y Oriana quienes me apoyaron siempre. A mis estudiantes que son la fuente de mi inspiración. A toda la comunidad Libardina que se prestó para que esta investigación se llevara a cabo.

## **Agradecimiento**

Agradezco primeramente al MEN que permitió con su programa de “Becas para la Excelencia Docente” que muchos maestros lograran el sueño de estudiar una maestría. También a la universidad ICESI por su gran compromiso y responsabilidad durante el proceso de estudio de la maestría. A mis maestros que con paciencia acompañaron el largo camino del aprendizaje durante esta jornada. A mi tutora Liliana Sandoval que con gran sabiduría condujo este trabajo de investigación por senderos firmes. A todas las personas que influyeron de una u otra manera para que este trabajo llegara a feliz término.

## Tabla de Contenido

<b>Resumen</b>	10
<b>Abstract</b>	11
<b>Introducción</b>	12
1. 15	
2. 22	
2.2 Objetivos	24
<b>Objetivo general</b>	24
<b>Objetivos específicos</b>	24
2.3 Justificación	25
<b>3. Marco de referentes conceptuales</b>	27
3.1 Postura epistemológica	27
3.2 La educación matemática	29
3.3. Educación para el desarrollo de competencias matemáticas	30
<b>3.4 Qué es una competencia matemática</b>	32
<b>3.5 Niveles y tipos de competencias matemáticas</b>	36
3.6 Competencia matemática comunicar	37
3.7 El lenguaje matemático en la competencia comunicar	40
3.8 Construcción del objeto matemático ecuaciones lineales.	42
3.9 Perspectiva curricular	45
3.10 Tareas matemáticas	46
3.11 Comunidades de aprendizaje	50
<i>El aula como comunidad de aprendizaje</i>	51
<i>Desarrollo de una comunidad de aprendizaje</i>	51
<i>Rol del docente en el trabajo por comunidades de aprendizaje</i>	52
<b>4. Marco metodológico</b>	54
4.1 Tipo de estudio	54
4.2 Alcance	54
4.3 Técnicas	55
4.4 Instrumentos	55
4.5 Categorías de análisis	55
4.6 Contexto institucional	56
4.6 Sujetos de estudio	57
4.7 Procedimiento	57
4.8 Consideraciones éticas	59

<b>5. Hallazgos, análisis y discusión</b>	60
5.1 Comunidades de aprendizaje para la comunicación matemática en la secundaria Libardina	60
5.2 Características de la competencia matemática comunicar-CMC en los estudiantes Libardinos de secundaria	71
<b>5.2.1 Codificar y decodificar</b>	72
<b>5.2.2 Traducir en secundaria, una tarea por desarrollar</b>	79
<b>5.2.3 Describir</b>	90
<b>5.2.4 Argumentar</b>	96
<b>5.2.5 Persistencia y disposición</b>	99
<b>6.</b>	100
6.1 Conclusiones	101
6.2 Recomendaciones	109
<b>7.</b>	109

## Lista de Tablas

Tabla 1. Respuestas Tarea 1, punto 3.	74
Tabla 2. Ejercicios para codificar, decodificar y traducir expresiones matemáticas	79
Tabla 3. Actividad tarea uno traducción	81
Tabla 4. Traduciendo del lenguaje algebraico a otros lenguajes	82
<b>Tabla 5.</b> Pregunta 3, tarea 2. Expresión algebraica del problema de Mariana.	84
<b>Tabla 6.</b> Preguntas 1 y 2, problema de Mariana.	86
Tabla 7. Respuesta descripción. Tarea 2 punto 3b.	90
Tabla 8. Respuesta descripción solución segunda parte problema de Mariana	91
Tabla 9. Preguntas para argumentar.	95
<b>Tabla 10.</b> Pregunta argumentación tarea 2.	96



## Lista de Figuras

Figura 1. Conformación de las comunidades de aprendizaje, reacciones de los estudiantes 1.	62
Figura 2. Conformación de las comunidades de aprendizaje, reacciones de los estudiantes 2	¡Error! Marcador no definido.
<i>Figura 3. Situaciones encontradas con la tarea de diagnóstico</i>	64
<b>Figura 4. Descripción general de la competencia</b>	¡Error! Marcador no definido.
Figura 5. Aprendizajes por mejorar según el informe del ICFES	¡Error! Marcador no definido.6
<b>Figura 6. Descripciónn general de la competencia, informe del ICFES</b>	¡Error! Marcador no definido.
Figura 7. Aprendizajes por mejorar,2016.	¡Error! Marcador no definido.
<b>Fuente 8. Pantallazo actividad GeoGebra, decodificación.</b>	75
Figura 9. Actividad GeoGebra, Decodificación 2	75
Figura 10. Decodificación, Actividad geogebra pantallazo.	76
Ilustración 11. Pantallazo Geogebra, Actividad decodificación.	77
Ilustración 12. Pantallazo Geogebra, actividad decodificación	77
Figura 13. Problema de Mariana Parte 1.	¡Error! Marcador no definido.3
<b>Figura 14. Problema de Mariana parte 2.</b>	85
Figura 15. Gráfica tarea 3	¡Error! Marcador no definido.7
<i>Figura 16. Gráfica 2 tarea 3.</i>	88
Figura 17. Gráfica 3, Tarea 3.	89
<b>Figura 18. Respuestas Tarea 3 segundo momento punto 1a.</b>	92
Figura 19. muestra de respuestas sobre descripción.	94
Figura 20. Respuestas Tarea 2, segundo momento, punto 2.	97
Figura 21. Relación entre las tareas matemáticas, los procesos de la CMC y la CMC.	102

## **Resumen**

El presente estudio permitió describir la Competencia Matemática Comunicar (CMC) en los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Libardo Madrid Valderrama (IELMV), mediante un estudio descriptivo en el que se usó como técnicas de investigación la revisión documental y la observación participante a las comunidades de aprendizaje durante el desarrollo de cuatro tareas matemáticas sobre el objeto matemático Ecuaciones Lineales. Con esto fue posible aflorar algunas de las características de esta competencia, entre las que se pueden mencionar los procesos de decodificación, codificación, traducción, descripción, argumentación y persistencia. Igualmente, las comunidades de aprendizaje se convirtieron en un elemento clave para la descripción de la CMC.

Palabras Claves: Competencia Matemática Comunicar, Tareas matemáticas, Comunidades de aprendizaje, Ecuaciones Lineales.

## **Abstract**

The present study allowed to describe the communicative mathematical competence (CMC) in ninth grade students of the Libardo Madrid Valderrama Educational Institution (IELMV), through a descriptive study in which documentary review and participant observation was used as research techniques. learning communities during the development of four mathematical tasks on the mathematical object Linear equations. With this it was possible to emerge some of the characteristics of this competence, among which can be mentioned the processes of decoding, coding, translation, description, argumentation and persistence. Likewise, the learning communities became a key element for the characterization of the CMC.

Key Words: Mathematical Competence Communicate, Mathematical Tasks, Learning Communities, Linear Equations

## **Introducción**

El propósito del presente estudio es describir cómo es la competencia matemática comunicar en los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Libardo Madrid Valderrama, así como identificar algunas de las razones que explican su desempeño en dicha competencia en las Pruebas Saber. Para lograrlo, se realizó una investigación descriptiva, apoyada en un diseño transversal, que recolectó información a través de distintos instrumentos sobre las características que presenta la competencia comunicar en los estudiantes de grado noveno de la institución.

El estudio traza un esquema diferente al usar como técnicas de investigación la observación participante con el uso de tareas matemáticas desarrolladas en comunidades de aprendizaje, ya que estas permitieron tener un contacto directo con los estudiantes quienes al trabajar en el contexto de su comunidad interactuaban intercambiando ideas, planteando interrogantes, buscando soluciones, en fin, realizando las actividades propuestas, que afloraban las maneras de proceder, interpretar y comprender las problemáticas planteadas que finalmente hacen emerger las características de la CMC dentro de las clases.

Las tareas matemáticas permitieron explorar los intereses, experiencias y la comprensión de los conceptos matemáticos de los estudiantes; durante su desarrollo se evidenció algunos de los distintos modos en que aprenden, ya que estas comprometen su intelecto estimulando las conexiones que permiten el desarrollo de un contexto apropiado para las ideas matemáticas. En el trabajo desarrollado se diseñaron tareas que poseen cualidades específicas para introducir ideas matemáticas importantes como el objeto matemático

Ecuaciones Lineales, para comprometer y retar intelectualmente a los estudiantes y hacer emerger las características o rasgos de la CMC en este grupo en particular.

Una de las cualidades que se pensó y que es de gran importancia fue la conexión de la tarea con aspectos de la vida cotidiana del estudiante sabiendo que estas se originan en contextos que son claramente matemáticos, acotando como imperante que las tareas por sí mismas no son suficientes en el proceso de enseñanza, por esto durante la aplicación de las tareas la docente decidió qué aspectos resaltar de ellas en un momento determinado. De igual forma el rol del docente consistió en organizar y dirigir parte del trabajo de los estudiantes mediante la selección de preguntas acordes con las experiencias, emergiendo un rol de apoyo a los estudiantes que no realizaron los procesos de pensamiento adecuados, teniendo cuidado de no interferir en la autonomía y de sostener el reto o demandas incluidos en la tarea por desarrollar, con lo que se pudo describir la persistencia de los estudiantes.

Por su parte, las comunidades de aprendizaje se convirtieron en una estrategia metodológica que permitió a los estudiantes interactuar de forma activa disminuyendo la brecha entre los que dominan el estudio de las matemáticas y los que les cuesta dificultad, dado que la mayor parte del tiempo del trabajo en el aula, los estudiantes que avanzaron más rápido llevaron a aquellos que lo hacían más lento, igualmente, aquellos que tenían mayor destreza en una determinada habilidad, ayudaban a aquellos menos diestros.

Todo lo anterior permitió desarrollar un trabajo que además de poner en juego la competencia comunicar en matemáticas, promovió el estudio de la ecuación lineal con estudiantes de secundaria.

La investigación se presenta en los seis apartados que conforman el presente documento organizados de la siguiente manera. En el primer apartado se encuentra el estado de la cuestión

que permite mostrar al lector las investigaciones relacionadas con la CMC, con las tareas matemáticas y con las comunidades de aprendizaje.

El segundo apartado se presenta el planteamiento del problema, el cual se ha enmarcado en los resultados de las pruebas saber, en los resultados de investigaciones que reflejan la problemática y el acontecer de las clases de grado noveno de la IE Libardo Madrid Valderrama.

En el tercer apartado se presentan los referentes conceptuales asumiendo como ejes principales que los orientan la postura epistemológica, la educación matemática, competencias matemáticas, niveles y tipos de competencias matemáticas, competencia matemática comunicar, el lenguaje matemático en la competencia comunicar, la construcción del objeto matemático Ecuaciones Lineales, las tareas matemáticas y las comunidades de aprendizaje.

En el cuarto apartado se tiene el diseño metodológico en el que se destaca la metodología con enfoque cualitativo de tipo descriptivo para explicar las cualidades de la competencia comunicar, se presentan las características de los estudiantes participantes, y los instrumentos de investigación no convencionales como las tareas matemáticas y las técnicas de investigación como las comunidades de aprendizaje.

En el quinto apartado se expone el análisis y discusión de los resultados encontrados por secciones, cada una de las cuales corresponde a la descripción de una característica de las encontradas para esta competencia. En el sexto apartado se mencionan las conclusiones orientadas según los objetivos propuestos en la investigación y las recomendaciones.

## 1. Estado del arte

La investigación sobre educación matemática ha centrado parte de sus esfuerzos en estudiar el desarrollo de competencias en los estudiantes de primaria y secundaria, donde los procesos de enseñanza y aprendizaje han sido analizados procurando la comprensión para la formación y el desarrollo de competencias que requiere el adecuado desarrollo de las capacidades del individuo, así como la calidad creciente en los procesos de uso y apropiación de conocimientos García, B.Q; Coronado A.; Montealegre L. (2011). En este orden de ideas, son pocas las investigaciones que se han encargado de caracterizar de manera profunda las competencias matemáticas, en especial la CMC, con este panorama en mente a continuación se presentan aquellas investigaciones que resultan relevantes para establecer el estado de la cuestión en este campo.

Con relación a esta competencia, Cruz, I. (2013) expone que se presenta en el contexto de la clase de matemáticas como un elemento integrante de esta, teniendo en cuenta que es a través de la competencia comunicar como se puede entablar la relación docente-estudiante, estudiante-estudiante, estudiante-docente, para llegar a constituir en el aula de clase la comunidad de aprendizaje, en la que los aprendizajes resultan de compartir y desarrollar significado matemático. Con este aspecto Cruz pone en evidencia la importancia de conocer en profundidad el estado de esta en los estudiantes de la IE Libardo Madrid Valderrama.

Consecuentemente Arreguín L.E.; Jorge A. Alfaro J.A.; Ramírez M.S. (2012) desarrollaron una investigación cualitativa de estudio de casos, que se orientó por la pregunta ¿Cómo se desarrollan las competencias matemáticas de los alumnos de segundo grado de secundaria mediante el uso de la técnica de aprendizaje orientada en proyectos? lo que permitió

evidenciar que las competencias matemáticas de planteamiento y resolución de problemas, comunicación y argumentación en los estudiantes, se despliegan al resolver problemas vinculados con su entorno sociocultural y acordes con sus objetivos, posibilidades e intereses; a través del trabajo en equipo; forjando oportunidades para utilizar diversos recursos como conocimientos disciplinarios e interdisciplinarios; en dicho estudio dentro de las competencias evaluadas estuvo la competencia de comunicación la que se evidenció en los estudiantes al comunicar los resultados de su problema con claridad y fluidez tanto de manera oral como por escrito; y con el apoyo de la técnica de aprendizaje orientada en proyectos pusieron a prueba sus ideas, escucharon las soluciones de los demás, dibujaron, trazaron y escribieron; utilizaron la tecnología para presentar su proyecto, en conjunto, estas experiencias favorecieron positivamente su competencia comunicativa.

Estos corolarios muestran una forma de indagar sobre la competencia comunicar en relación con su desarrollo, aportando para este trabajo estrategias que fueron usadas para hacer emerger o aflorar la competencia de los estudiantes a medida que desarrollan sus actividades.

García, et al, (2011) en el artículo denominado Formación y desarrollo de competencias matemáticas: una perspectiva teórica en la didáctica de las matemáticas, plantean una postura teórica sobre el proceso de formación y desarrollo de competencias matemáticas, argumentando desde el enfoque sociocultural unos conceptos que, a su juicio, contribuyen a resignificar el concepto de competencias matemáticas. Los planteamientos teóricos asumidos se hacen en el marco de una visión contemporánea de la didáctica de las matemáticas (p. 159). De este planteamiento se asume el enfoque sociocultural, como punto de partida para el diseño de la metodología de este estudio en el que se trata de implementar una estrategia con comunidades de aprendizaje.



Otra investigación desarrollada por Cortés D.; Loaiza D y Ramírez L.E. (2013) muestra un trabajo que devela aspectos relacionados entre las tareas, los procesos matemáticos y los niveles de complejidad con la actividad matemática de aprendizaje de la Circunferencia articulados en un modelo que los autores han denominado modelo teórico a priori (MTAP) el cual involucra aspectos cognitivos, afectivos y de tendencia de acción que implica una pragmática de uso social de la misma competencia. El MTAP se aplicó con estudiantes de grado noveno de la I.E. Dante Alighieri de San Vicente del Caguán, el cual permite caracterizar la competencia matemática comunicar, mediante el análisis de capacidades, descriptores y actuaciones de los participantes, enfocados desde el constructo de la comunicación, a partir de la interacción social en el aula. Uno de los principales aportes de este trabajo es la forma como caracterizan el desarrollo de la competencia, lo que permitió establecer criterios que sirvieron para caracterizar la competencia en general, siguiendo algunos de los indicadores descritos por los autores.

Desde otro punto de vista, Solar H. y Deulofeu J. (2016) presentan un estudio relacionado con la gestión de la competencia de argumentación en el aula de matemática. En el trabajo muestra cómo el grupo de investigación Competencias Matemáticas (COMMAT) ha realizado investigaciones sobre la formación de profesores para el desarrollo de las competencias matemáticas, específicamente la argumentación. En esta investigación presentamos, mediante el estudio de casos de clases de matemáticas, las percepciones de los profesores sobre la argumentación en el aula de matemáticas; la existencia de argumentación en las clases observadas; la estructura de la argumentación; el rol del docente para promover el desarrollo de la argumentación; y finalmente, las condiciones para promover la argumentación en la clase de matemáticas, punto que constituye el tema central del artículo. Como conclusión encontramos tres grandes condiciones: tres estrategias comunicativas para

promover la argumentación, tareas matemáticas abiertas y una planificación con una gestión especializada de la argumentación.

Por su parte, Díez-Palomar, J.; García P.; Molina S.; Rué, L. (2011), describen la aplicación del aprendizaje dialógico a la enseñanza de las ciencias y de las matemáticas en el contexto de comunidades de aprendizaje. Con el análisis de lo ocurrido en dicha aplicación, los autores discuten los alcances educativos de la estrategia “grupos interactivos” tal y como se definen y aplican en las Comunidades de Aprendizaje. Sugiriendo a partir de los hallazgos que este tipo de estrategia modifica las dinámicas del aula, promueve interacciones basadas en el aprendizaje instrumental, lo que consecuentemente declina en un mayor aprendizaje de matemáticas y ciencias.

A partir de los resultados anteriores, este trabajo le aportó al desarrollo del presente estudio el trabajo por comunidades de aprendizaje, como herramienta útil en situaciones propias del entorno científico, cotidiano, social y cultural de los estudiantes; ya que esta estrategia permite reconocer la naturaleza del conocimiento como creación humana, producto de la actividad humana.

El trabajo por comunidades de aprendizaje implica el desarrollo de una actividad común para ser desarrollada en equipo, en este sentido, las tareas matemáticas vienen a ser el fin común que tienen las comunidades conformadas en la presente investigación.

Al indagar sobre las investigaciones realizadas en torno al uso de las tareas matemáticas como instrumentos de aprendizaje es común (Herbst 2012; García B, *et al*; 2011), pero su uso como instrumentos de investigación no es frecuente, en este sentido Herbst (2012) en el trabajo denominado “Las tareas matemáticas como instrumentos en la investigación de los fenómenos de gestión de la instrucción: un ejemplo en geometría” demuestra cómo el uso de problemas en clase de geometría puede ser utilizado para traer a la superficie fenómenos en la gestión de

la instrucción, un aspecto clave para el desarrollo de este trabajo por cuanto se pretende que a través del desarrollo de las tareas propuestas, emerjan o salgan a la luz las principales fortalezas, debilidades o como él les llama “fenómenos” asociados al desarrollo de la competencia matemática comunicar.

En su estudio Herbst describe y ejemplifican dos clases de fenómenos, en primer lugar la adaptación de los problemas para que su trabajo inicial por parte de los estudiantes se beneficie de las normas de situaciones de instrucción existentes en la clase, y segundo la transición a otra situación de instrucción que permita al maestro adjudicarle valor a la tarea realizada, con lo que le fue posible discutir estos fenómenos en el contexto de un análisis a priori del problema de las bisectrices de un cuadrilátero. Así este trabajo sustenta la posibilidad de hacer emerger los fenómenos asociados a la competencia comunicar usando tareas matemáticas basadas en el objeto matemático Ecuaciones Lineales.

En otras investigaciones como la de Sala G., Giménez J. & Font V (2013), se expone que el diseño de tareas de contexto histórico cultural cuya resolución conlleve al uso de las matemáticas, puede incidir positivamente en la movilización de competencias en los estudiantes. En el trabajo los investigadores se trazaron como objetivo que los estudiantes iniciaran su competencia en indagación, para su evaluación se concretó un sistema de indicadores, las tareas fueron diseñadas a partir de situaciones histórico culturales. Por ejemplo, a partir de una situación arqueológica, plantearon una indagación para descubrir el posible propietario de un tesoro de monedas romanas encontradas en la excavación de una casa de época romana; con este ejercicio llegaron a algunas conclusiones preliminares que se avalan con los resultados obtenidos, de las cuales se considera valiosa para esta investigación que el contexto histórico cultural próximo a los estudiantes, resulta motivador, ya que permite la conexión de las matemáticas con la realidad cercana al estudiantado.

Con base en esto, fue posible realizar tareas matemáticas tomando situaciones del contexto real de los estudiantes, por ello se hilan las tareas a través del desarrollo de una situación basada en las opciones que los padres dan a una niña llamada Mariana para sus quince años, a partir de la cual se van generando problemas que los estudiantes deben resolver.

Otro aspecto importante para la investigación que se desarrolló fue el uso de recursos didácticos disponibles en la institución, que al ser incluidos en las tareas matemáticas proporcionaron espacios relevantes, para que las características de la competencia comunicar emergieran. En este sentido, en el trabajo presentado por Pabón, J.A.; Nieto Z.C. & Gómez, C.A. (2015), en el cual se propuso introducir al estudiante en el uso de GeoGebra como herramienta que facilita el desarrollo de competencias de jóvenes de grado décimo; lo que facilitó conocer la experiencia compartida a través de una investigación cualitativa, acción participante, en una muestra de 27 estudiantes de una Institución Educativa. En sus resultados se logró que los estudiantes simbolizaran matemáticamente los procesos a seguir para buscar soluciones a un problema de la vida real, modelando funciones, además fortalecieron la destreza de representar los resultados obtenidos para una posterior interpretación y análisis de los resultados, lo que los llevó a concluir que es posible que los estudiantes adquieran fortalezas mediante el uso de estos recursos. Uno de los hallazgos más relevantes fue que con el uso de GeoGebra es posible que se detecten debilidades, por lo cual se consideró útil para diseñar una de las tareas matemáticas en la que los estudiantes representan ecuaciones lineales.

En este orden de ideas García M.L.; Benítez A.A. realizaron un trabajo interesante en el que aplicaron tareas que les permitieron identificar los factores que influyen para que el alto nivel de demanda cognitiva de una tarea se mantenga durante la implementación de esta., las tareas fueron desarrolladas por un grupo de estudiantes inscritos en el primer semestre de una carrera de ingeniería, usando una metodología cualitativa de tipo experimental, desarrollando la aplicación en dos sesiones y en dos etapas, con dicho procedimiento lograron obtener

evidencia con la que les fue posible afirmar, que el uso de distintas representaciones para explorar la tarea, favoreció que los estudiantes pusieran en práctica sus conocimientos previos para resolver con éxito la tarea. Este trabajo llevó a diseñar el problema de Mariana el cual presentó una alta demanda cognitiva, el cual se desarrolló en tres partes distribuidas en tres de las tareas propuestas.

Finalmente, se presenta uno de los pocos trabajos que estudia la CMC con el objeto matemático Ecuaciones Lineales, este es el desarrollado por Arboleda, C. (2014) en el cual realiza una intervención en una institución educativa ubicada en el municipio de Carepa-Antioquia, con estudiantes del grado 9°, cuya finalidad principal fue contribuir al desarrollo de la CMC y del pensamiento variacional en la construcción de situaciones didácticas por medio de la representación de funciones lineales y cuadráticas. La metodología usada fue propuesta por Restrepo (citado por Arboleda, 2014, p.7) la que consiste en la Investigación Acción Educativa, permitiendo hacer un reconocimiento institucional mediante la aplicación de instrumentos como: encuestas, planeaciones, y pruebas escritas. El análisis de los resultados permitió concluir que, se contribuyó en el fortalecimiento de la competencia comunicativa en la construcción de las representaciones de la función lineal y cuadrática, bajo el desarrollo de estrategias didácticas, llevando al aula situaciones cotidianas como punto de partida en el planteamiento de las actividades, logrando la conceptualización matemática de la temática abordada.

A partir de lo anterior fue posible sustentar el hecho la ecuación lineal como un objeto matemático que pone en movimiento la competencia matemática comunicar, debido a que implica el cambio constante del lenguaje natural al lenguaje algebraico y al lenguaje gráfico, aspecto clave dentro de la problemática que a continuación se expone.

## 2. El problema

### 2.1 Planteamiento del problema

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es un tema que actualmente es abordado con múltiples facetas por diversos investigadores, una de las facetas que más se ha incluido en los estudios, es el desarrollo, mejoramiento y consolidación de las competencias matemáticas. Pero, so pena de todas las investigaciones realizadas con las competencias matemáticas, son escasas las que se orientan a describirlas con fines de promover aprendizajes significativos o cambios en las estrategias de enseñanza. Una de las competencias que exhibe un sin número de problemáticas, es la CMC, lo que puede evidenciarse en los resultados de las pruebas estandarizadas SABER específicamente para el grado noveno, en el que se espera que está haya sido establecida en el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Esto nos lleva a investigar en profundidad, dónde pueden estar esas falencias, en qué radican las dificultades que presentan nuestros estudiantes para resolver situaciones problemas haciendo uso de las competencias matemáticas

En este orden se encuentra que para el año 2016 el porcentaje de estudiantes de 9° que no contesto correctamente las preguntas que indagan sobre esta competencia fue a nivel nacional el 48%, a nivel de la entidad territorial Cali el 45% y a nivel de la institución educativa Libardo Madrid Valderrama (IELMV) el 55%, lo que quiere decir que más de la mitad de los estudiantes se están quedando rezagados en esta competencia. De igual forma, los estudiantes de este grado de la IELMV expresan constantemente dificultades para transferir una información desde un lenguaje natural a un lenguaje matemático, entre ellos para nuestro

estudio el algebraico y el gráfico, lo que concuerda con el hecho que el 83% de los estudiantes de esta institución, no reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos (Informe por colegio, ICFES, 2016).

Consecuentemente, en los últimos tres años los resultados para Cali han mostrado uno de los niveles más bajos en las pruebas SABER, esto evidencia las falencias en la CMC, que además sirve como base para las otras competencias como razonamiento y resolución de problemas, lo que hace percibir una decadencia de la educación matemática en la ciudad, donde se muestra cómo los estudiantes no han respondido a las expectativas propuestas por sus maestros.

Mirando detalladamente los aprendizajes por mejorar y los procesos inmersos en la competencia comunicar para el año 2016 podemos concluir que la principal dificultad que presentan los estudiantes del grado noveno radica en el no reconocimiento del lenguaje algebraico. Esto conlleva a que no logren hacer traducciones desde un lenguaje natural. Por esta razón es apremiante desarrollar en los estudiantes desde los primeros grados de secundaria, la CMC.

Los resultados anteriores suponen el desarrollo de estrategias que ayuden a desarrollar esta competencia iniciando desde su descripción. Por tanto, se hace urgente el diseño de propuestas que aborden la caracterización de esta competencia de tal forma que se puedan identificar claramente las falencias que presentan los estudiantes ante la exigencia de una actividad que demande la ejecución de la competencia mencionada.

Otro aspecto que puede incidir en los bajos resultados relacionados con la CMC derivan de la metodología implementada en el aula de clase, en este sentido, muchas veces el maestro no está preparado para las nuevas maneras de comunicarse de los jóvenes, la enseñanza ha cambiado, generando espacios en los que el protagonista es el maestro y el estudiante participa de forma limitada o no participa, que para la competencia comunicativa es un obstáculo, ya

que su desarrollo depende de la interacción entre pares y con el maestro, del diálogo y finalmente de la negociación. Por tanto, el aula de matemática se considera el lugar de participación que debe explorarse para poder detectar como se han configurado los aprendizajes que en ella se desarrollan, lo que demanda que el maestro diseñe estructuras didácticas que faciliten la participación y que a su vez afloren las características de las diferentes competencias matemáticas.

Así, entendiendo que el desarrollo de competencias matemáticas requieren la construcción de un espacio adecuado, donde todos, profesores estudiantes, participen en la construcción de significados de los objetos matemáticos y de las competencias mismas, por ende, esta investigación va enfocada a indagar específicamente el estado de la competencia comunicar en los estudiantes de grado noveno, procurando establecer aquellos factores que la fortalecen o que la debilitan, para esto se formula la siguiente pregunta de investigación:

*¿Qué características presenta la competencia matemática comunicar en estudiantes de grado noveno organizados por comunidades de aprendizaje, durante el desarrollo de tareas relacionadas con el objeto matemático Ecuaciones Lineales?*

## **2.2 Objetivos**

### **Objetivo general**

Describir la competencia matemática comunicar en estudiantes de grado noveno de la IELMV organizados en comunidades de aprendizaje durante el desarrollo de tareas relacionadas con el objeto matemático Ecuaciones Lineales.

### **Objetivos específicos**

- Crear comunidades de aprendizaje con los estudiantes de grado noveno de la IE para el diagnóstico y caracterización de la competencia matemática comunicar.



- Desarrollar tres tareas matemáticas basadas en el objeto matemático Ecuaciones Lineales, que movilicen la CMC en los estudiantes de grado noveno de la I.E. Libardo Madrid Valderrama de la ciudad de Cali.

- Describir las características de la competencia comunicación matemática en estudiantes de grado noveno de la IELMV, organizados en comunidades de aprendizaje mediante la aplicación de tres tareas matemáticas relacionadas con el objeto matemático Ecuaciones Lineales.

### **2.3 Justificación**

En la institución educativa Libardo Madrid Valderrama es una realidad el bajo desempeño de los estudiantes en matemática lo que se asocia con el poco dominio de las competencias matemáticas que presentan los estudiantes, esto se evidencia en los resultados poco satisfactorios en el área de matemáticas mostrados en las pruebas SABER, una de las más referenciadas es la competencia comunicación, que en el informe por colegio que envía el ICFES cada año aproximadamente el 68% de los estudiantes de esta institución muestra dificultades en su desarrollo.

Lo anterior llevó a que en el presente estudio se identificaran las principales causas que generan esta dificultad, con el fin de caracterizarla y con ello poder diseñar a posteriori estrategias de enseñanza que promuevan aprendizajes que apunten a aminorar la brecha con respecto a los resultados obtenidos hasta el momento. La caracterización como se concibe en el presente trabajo de grado va más allá de un simple diagnóstico, ya que este solo permite explorar momentáneamente las falencias, mientras que la caracterización permite un estudio más profundo que puede generar el descubrimiento de obstáculos, errores conceptuales y conocimientos preestablecidos que en conjunto dificultan la apropiación de la CMC.

Considerando la importancia de esta competencia en el desarrollo integral de los estudiantes y para el éxito en la comprensión y aprendizaje de las matemáticas, se requiere tratar esta problemática que influye en el futuro de los estudiantes, siendo ellos los principales beneficiarios en este proyecto de investigación.

De esta manera también se requiere influenciar en las prácticas docentes brindando una herramienta de caracterización extensible para otras competencias matemáticas, que pueda ayudar a los maestros a abordar el desarrollo estas competencias que influyen, por ejemplo, en el aprendizaje de los diferentes objetos matemáticos cuando se aborda desde una información suministrada en lenguaje natural, partiendo de la CMC como dinamizadora de las otras.

Se propone con esta investigación mostrar un resultado que sirva de apoyo al maestro en el momento de realizar su planeación. Los modelos pedagógicos tradicionales aún están vigentes en las aulas de clases de matemáticas, se pretende, entonces, llevar a la reflexión a los maestros acerca de cómo está llegando la enseñanza a los estudiantes y qué tanto de esa enseñanza realmente repercute en el aprendizaje de nuestros estudiantes, de tal manera que ese conocimiento sea significativo y oportuno a la hora de resolver un determinado problema.

### **3. Marco de referentes conceptuales**

#### **3.1 Postura epistemológica**

En nuestro problema de investigación nos adscribimos a una postura epistemológica pragmática. Según Bishop, (1987 citado por García 2013), se cree que para la comprensión del presente objeto matemático es muy útil tomar las herramientas que ofrece el contexto del estudiante. Dentro del proceso de construcción del significado matemático la comunicación, participación y negociación juegan un papel protagónico. Éstos permiten la concepción de la comunidad de aprendizaje en matemáticas. Porque como lo dice Sfard (2008 citado por García 2013) ser miembro de una comunidad matemática implica el aprendizaje de esta disciplina.

De mismo modo, los objetos matemáticos son considerados como patrones, en otras palabras, se consideran símbolos de unidades culturales. El significado de éstos está ligado con los problemas y la actividad realizada, o sea, con el uso que le ha dado la humanidad a través de la historia. Por tanto, el aprendizaje de un objeto matemático es la adhesión a las prácticas culturales alrededor de él. Como involucramos las prácticas culturales al proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, se concluye que "...los significados de las matemáticas escolares y las competencias que ellas pretenden promover se constituyen en un campo de práctica social" Valero y Skovmose, (2012 citado por García, 2013).

Desde esta perspectiva, nuestra investigación en educación matemática queda enmarcada en un enfoque sociocultural. El aprendizaje de las matemáticas se constituye en

prácticas sociales que se ejecutan dentro del aula. Cuando se da el proceso de construcción de significados matemáticos en una comunidad de aprendizaje, empoderamos a los estudiantes para una participación tanto en la clase como en la sociedad.

Los estudiantes se perciben como parte de la cultura. Como parte de la cultura deben ser receptores del saber matemático y a su vez partícipes de la construcción de dichos objetos. Nuestra misión como docentes de matemáticas es poner al tanto a nuestros estudiantes de esa cultura matemática. Este proceso se denomina “enculturación matemática” como lo denomina (García, Coronado & Giraldo, 2016, p. 34). Por tanto, para desarrollar competencias matemáticas en nuestros estudiantes se propende por un aprendizaje situado. Como se dice “la reflexión sobre el empleo y el uso de las matemáticas en la sociedad” (García, Acevedo & Jurado, 2013, p.13) nos muestra que el saber matemático se ha dado a través de la historia en contextos sociales y es contextualizado como se aprende.

Este nuevo enfoque de educación matemática nos lleva a plantear una nueva manera de enseñar las matemáticas. No podemos conformarnos simplemente con llegar a un aula de clases y dictar una clase magistral.

La enculturación no la hace una persona a otra: la cultura no es “algo” que se transmite de una persona a otra ni el alumno es un mero receptor pasivo de la cultura procedente del enculturador. La enculturación es un proceso interpersonal y, en consecuencia, es un proceso interactivo entre personas. En este sentido la enculturación matemática no es diferente de cualquier otra enculturación. (García, *et al*, 2013)

Para el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes se debe tener en cuenta los procesos, las actitudes y disposiciones de los estudiantes en una determinada actividad matemática. La manera como los estudiantes se relaciona con las matemáticas. La

forma como los estudiantes participan haciendo uso de la cultura matemática en la sociedad. Todo esto hace parte de la enculturación matemática.

Por último, suscribimos nuestra investigación a una postura pragmática, porque proponemos dentro del aprendizaje la interacción entre los diferentes actores del proceso. La manera como se relacionan tanto maestros como estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje. La forma en que se llega a la conceptualización de los objetos matemáticos que se exponen en el aula de clases. Entre otras características que conllevan una comunidad de aprendizaje, donde prima la negociación y la participación de los estudiantes y el desarrollo de la comunicación.

### **3.2 La educación matemática**

La educación matemática es de suma importancia para la formación integral del ser humano, ya que ésta le brinda habilidades y destrezas que le harán comprender integralmente el mundo que habita. De aquí la importancia de profundizar en el estudio de ellas e implementar estrategias que la hagan más entendibles para todos. Las matemáticas no deberían ser exclusivas de aquellos que logran en primera instancia un acercamiento al aprehenderlas, sino que debe estar al alcance de todos.

El aporte de las matemáticas al desarrollo de la humanidad es innegable y el servicio que ha prestado a las ciencias y las tecnologías es incalculable. No obstante, la formación en las matemáticas de los niños y jóvenes entra a consolidar una educación de calidad, tal como lo reza la Constitución Política de Colombia en el artículo 67:

La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura (p.29).

En este orden de ideas los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas exponen que “El aprendizaje de las matemáticas no es una cuestión relacionada únicamente con aspectos cognitivos. Sino que involucra factores de orden afectivo y social, vinculados con contextos de aprendizajes particulares” MEN (2006). Esta afirmación nos lleva a mirar la formación en matemáticas de una manera distinta. No como el área que va a filtrar los estudiantes promovidos de un grado a otro, sino como el área que se integra a las otras para construir el fin de la educación.

De esta forma la educación matemática otorga herramientas a los educandos para que se genere el razonamiento, la discusión, la toma de decisiones y la justificación argumentada en todos los ámbitos sociales.

### **3.3. Educación para el desarrollo de competencias matemáticas**

Por las razones anteriormente mencionadas se hace necesario cambiar la forma de enseñanza de las matemáticas, donde no impere solamente la repetición y el conductismo, sino que se desarrollen competencias matemáticas. ¿Pero cómo se entiende la palabra competencia? Antes de dar una interpretación retomaremos algunas miradas como la del Ministerio de Educación de Colombia a través de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas que dice:

Competencia es el conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores MEN (2006) (p.48).

El término competencia es relativamente nuevo y se ha usado en todos los niveles educativos, pero no ha sido su única aplicación. El significado de este término se ha relacionado

con autoridad, cualificación, competición entre otros. Mertens (1996) dice que, bajo el paraguas de competencia, existe una gran variedad de definiciones y aplicaciones. Esta variedad ha dado cabida a muchas interpretaciones del término competencia que con el devenir del tiempo ha desembocado especialmente en cuatro enfoques conductista, constructivista, holístico y funcionalista.

Revisaremos otras miradas de este concepto. Ya que es absolutamente necesario para nuestro estudio la total claridad de un término que ha sido tan usado en el entorno educativo, pero que en ocasiones se desconoce su origen y evolución.

Por cualificación se entiende el conjunto de conocimientos y habilidades que los individuos adquieren durante los procesos de socialización y formación, la competencia se refiere únicamente a ciertos aspectos del acervo de conocimientos y habilidades: los necesarios para llegar a ciertos resultados exigidos en una circunstancia determinada; la capacidad real para lograr un objetivo en un contexto dado. (Mertens, 1996, p.60).

Otra definición es la expuesta por Le Boterf quien la asume como una secuencia de acciones en la que se conciertan diversos conocimientos, en otras palabras un esquema operativo transferible a un grupo específico de situaciones (citado por García, 2013).

Por otro autor es definida como:

Una competencia es la capacidad para responder a las exigencias individuales o sociales para realizar una actividad o tarea (...) Cada competencia reposa sobre una combinación de habilidades prácticas y cognitivas interrelacionadas, conocimientos (incluyendo el conocimiento tácito), motivación, valores, actitudes, emociones y otros elementos sociales y comportamentales que pueden ser movilizados conjuntamente para actuar de manera eficaz (OCDE, 2002, p.8).

“Competencia es la capacidad de movilizar varios recursos cognitivos para hacer frente a un tipo de situaciones.” (Perrenoud, 2004, p.11).

Competencia es la puesta en marcha de un conjunto diversificado y coordinado de recursos que la persona moviliza en un contexto determinado. Esta puesta en marcha se apoya en la elección, la movilización y organización de recursos y sobre las acciones pertinentes que permiten un tratamiento exitoso de esta situación... la competencia no puede definirse sin incluir la experiencia y la actividad de la persona. (Jonnaert, Barrette, Masciotra y Yaya, (2008, citados por León, O y Calderón, D. 2003).

Con la claridad que nos brindan estos autores con sus definiciones podemos esbozar la complejidad del término competencia. También la conveniencia de incorporar este término al ámbito educativo. Es por eso que vemos asociado al término competencia palabras como habilidades, conocimientos, acciones, capacidades, entre otras que se articulan para resolver un determinado problema en cualquier contexto con la mejor actitud.

Una vez que se define este importante término, pasamos a definir un concepto que cobrará mucho interés en nuestro estudio, ya que una vez conocida la competencia se hace necesario mirar, cómo se desarrolla o la obtenemos dependiendo el caso.

Las competencias son sólo definibles en la acción. Las competencias no son reducibles ni al saber, ni al saber hacer, por lo tanto, no son asimilables a lo adquirido en formación. Poseer unas capacidades no significa ser competente. Es decir, la competencia no reside en las capacidades sino en la movilización misma de los recursos. Para ser competente es necesario poner en juego el repertorio de recursos (Tejada y Navío, 2005, p.3).

### **3.4 Qué es una competencia matemática**

Ahora se aborda el concepto de competencia matemática, ya que es el tema que nos ocupa en esta investigación. Teniendo en cuenta la variedad conceptual que subyace sobre el término competencia, en el área de matemática podemos referenciar este concepto con las capacidades, habilidades, conocimientos, actitudes entre otros, que intervienen en los procesos de análisis, comunicación, razonamiento para resolver problemas en cualquier contexto.



En el mundo real las personas se enfrentan frecuentemente con situaciones en las cuales la aplicación de técnicas de razonamiento cuantitativo o espacial, así como de otras herramientas matemáticas, pueden contribuir a clarificar, formular o resolver un problema. Este es el caso, por ejemplo, cuando las personas van de compras, viajan, preparan alimentos, revisan sus finanzas personales o tratan de formarse opiniones sobre cuestiones de interés político, entre otros. Proenza y Leyva (2006). PISA define de la siguiente manera la competencia matemática: “La competencia matemática es la capacidad de un individuo para identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundamentados y utilizar las matemáticas en formas que le permitan satisfacer sus necesidades como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo”. Pisa (2006)

Tomando lo declarado por PISA que define la competencia matemática como una capacidad que conlleva ciertas operaciones mentales que permiten que un individuo pueda identificar en su entorno el papel que juegan las matemáticas, y como puede convertirse en el ejercicio de estas en un ciudadano reflexivo y comprometido. Pero aparte de esta definición PISA compara el término competencia matemática con otros cuatro términos que ayudan a entender lo que es un ciudadano matemáticamente competente.

Uno de los términos de comparación con la competencia matemática es la alfabetización matemática. Aquí la alfabetización tiene que ver con el aprendizaje de un lenguaje. Este lenguaje sirve para que podamos comunicarnos haciendo uso de sus símbolos y estructuras. Si logramos apropiarnos de este lenguaje podemos relacionarnos con el mundo. De aquí la importancia en el desarrollo de las competencias matemáticas, pues permiten una comunicación, un diálogo con un entorno más amplio que es el mundo.

Anteriormente se dijo que por medio del trabajo o las tareas se ponía de manifiesto una competencia. En el caso de las competencias matemáticas Rico, Castro, Coriat y Segovia,

(1997 citado por García 2013) declaran que al abordar una tarea de la cotidianidad y haciendo uso de las herramientas matemáticas disponibles, que se moviliza y pone en evidencia la competencia.

Durante mucho tiempo se pensó las matemáticas como una serie de algoritmos a seguir, si analizamos la mirada que PISA le da a la competencia matemática al compararla con la alfabetización, nos damos cuenta de que los desarrollos de estas competencias son necesarios y obligatorios, pues constituyen un medio de comunicación que permite relacionarnos matemáticamente. Marín y Guerrero (2005 citado por Rico 2007) y Recio y Rico (2005 citado por Rico 2007) resaltan la importancia de esta noción de matemáticas.

Uno de los aspectos claves a la hora de definir la competencia matemática redonda en el hecho que éstas se desarrollan para resolver problemas. Pero para resolver un problema es necesario atravesar por así decirlo por diferentes etapas. Cada una de estas etapas se compone por cierto tipo de competencias. Iniciamos con una etapa donde se hace necesario transferir el problema que ha sido sacado del contexto del mundo real al mundo matemático. A este proceso lo llamamos matematización horizontal. Las actividades propias de esta etapa se enmarcan como a identificación, planteamiento de interrogantes, enunciación de problemas, representación de problemas en diferentes maneras, la comprensión del lenguaje natural, lenguaje simbólico y formal, la traducción de un problema a un modelo matemático, entre otras herramientas. También se encuentra otra fase conocida como matematización vertical, donde se llevan a cabo el desarrollo de otras competencias para resolver finalmente el problema.

El siguiente esquema nos ilustra la manera en que obran los sujetos cuando se ven expuestos a mostrar sus capacidades y habilidades en cada una de estas fases dentro de determinado trabajo, es lo que evidencia que una persona es competente en matemáticas.

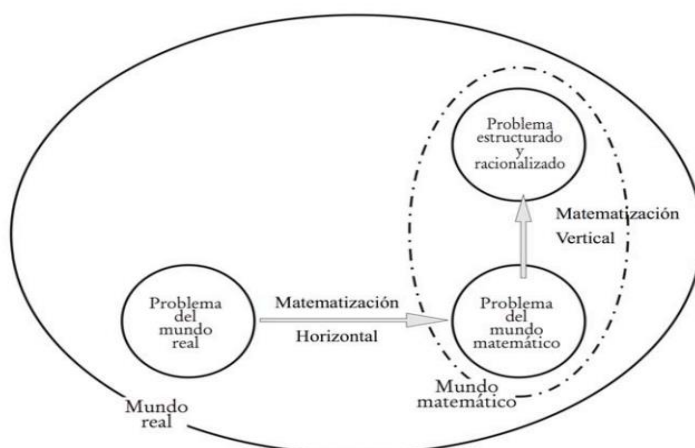


Figura 1. *El proceso de matematización*

Los objetivos de aprendizaje muestran las habilidades necesarias para un tema específico y un determinado momento. (Rico, 2007).

Retomando el orden de ideas, presentamos el segundo significado con el que Pisa relaciona el término competencia y es con la palabra proceso por las diferentes capacidades de análisis, razonamiento y comunicación que entran a jugar su papel al resolver un problema. Según PISA la competencia se relaciona con cuatro términos. La competencia como la alfabetización matemática esto supone la necesidad de su enseñanza y aprendizaje. También se equipará el término competencia con los procesos que se requieren para resolver un problema. Otra manera de comparar el término competencia es con las demandas cognitivas implicadas en las tareas. Por último, se ve las competencias como el nivel alcanzado por los estudiantes por medio de una escala.

Las competencias no se refieren específicamente a los conocimientos, habilidades o actitudes, aunque movilizan estos procesos en una determinada situación según Perrenoud, sino a la ejercitación por medio de operaciones mentales complejas, que son sostenidas por esquemas de pensamientos Altet, (1994 citado por Rico 2007) que permiten realizar una acción que corresponda a la realidad. Las competencias entonces se inician en la formación, pero la experiencia y la cotidianidad brindan el soporte para su desarrollo.

“Instalar el desarrollo de competencias matemáticas en el proceso de formación humana, contribuye a superar la visión eficientista de la evaluación para clasificar al estudiante y cuantificar su desempeño” (García *et al*, 2016, p.27). Siguiendo esta línea de investigación, cuando hablamos de desarrollo de competencia no nos limitamos a la jerarquización de los estudiantes. Por el contrario, tomamos su desarrollo como ese conjunto de tareas matemáticas, que conllevan unos procesos u acciones de complejidad creciente.

### 3.5 Niveles y tipos de competencias matemáticas

Los niveles de competencias están definidos por la complejidad de los procesos que debe realizar un sujeto para realizar determinada tarea. De esta manera si un estudiante logra dar respuesta a una tarea que requiera procesos muy complejos, entonces diremos que tiene mayor nivel de competencia, mientras que un estudiante que logre dar respuesta a una tarea que requiera menos complejidad en los procesos, entonces tendrá menor nivel de competencia.

Esta perspectiva que argumenta PISA para poder posicionar por así decirlo a determinados estudiantes que se ven enfrentados a unas pruebas que ponen de manifiesto los diferentes procesos mentales para resolver un problema, nos dan claridad para determinar qué tanto se desarrolla una competencia.

Al querer establecer un nivel de competencia se quiere observar lo que saben hacer los estudiantes, conforme a la dificultad de la tarea que se les ponga.

Las competencias tratan de centrar la educación en el estudiante, en su aprendizaje y en el significado funcional de dicho proceso, esas competencias son:

**Pensar y razonar.** Que incluye las capacidades de: plantear cuestiones propias de las matemáticas (¿Cuántos hay? ¿Cómo encontrarlo? Si es así, ...entonces, etc.); conocer los tipos de respuestas que ofrecen las matemáticas a estas cuestiones, distinguir entre diferentes tipos

de enunciados (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, afirmaciones condicionadas); entender y utilizar los conceptos matemáticos en su extensión y sus límites.

**Argumentar.** Desde este punto de vista consiste en conocer lo que son las pruebas matemáticas y cómo se diferencian de otros tipos de razonamiento matemático; seguir y valorar cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos; disponer de sentido para la heurística (¿Qué puede (o no) ocurrir y por qué?); crear y expresar argumentos matemáticos.

**Comunicar.** Consiste en expresarse en una variedad de vías, sobre temas de contenido matemático, de forma oral y también escrita; entender enunciados de otras personas sobre estas materias en forma oral y escrita.

**Modelar.** Incluye las capacidades de estructurar el campo o situación que va a modelarse; traducir la realidad a una estructura matemática; interpretar los modelos matemáticos en términos reales; trabajar con un modelo matemático; reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados; comunicar acerca de un modelo y de sus resultados (incluyendo sus limitaciones); dirigir y controlar el proceso de modelización.

**Plantear y resolver problemas. Abarca acciones como plantear, formular y definir** diferentes tipos de problemas matemáticos (puros, aplicados, de respuesta abierta, cerrados); resolver diferentes tipos de problemas matemáticos mediante una diversidad de vías.

**Representar.** Incluye las capacidades de decodificar, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representación de objetos matemáticos y situaciones, así como las interrelaciones entre las distintas representaciones; escoger y relacionar diferentes formas de representación de acuerdo con la situación y el propósito.

**Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones.** Incluye las capacidades de decodificar e interpretar el lenguaje simbólico y formal y entender sus relaciones con el lenguaje natural; traducir desde el lenguaje natural al simbólico y formal;

manejar enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas; utilizar variables, resolver ecuaciones y comprender los cálculos.

### **3.6 Competencia matemática comunicar**

La comunicación ha jugado un papel muy importante en la historia de la humanidad. En el aprendizaje de las matemáticas también la comunicación tiene su papel esencial. Es por eso, que se considera la comunicación como una competencia a desarrollar en los estudiantes. Debido a su influencia dentro del proceso de aprendizaje matemático. Para este estudio es de vital importancia investigar acerca del desarrollo de la competencia comunicar. Con la certeza que el desarrollo de ésta abre la puerta para el desarrollo de las otras competencias matemáticas.

Como se ha mencionado anteriormente, el aprendizaje de las matemáticas se concibe como una construcción cultural. Esto implica la participación de todos los actores que intervienen en dicho proceso. Para que la participación sea efectiva es necesario comunicarse de manera fluida. Esta comunicación se desarrolla en la medida que lo hagamos en un mismo lenguaje, en este caso en los lenguajes matemáticos. Para comunicarse en el lenguaje matemático es necesario la aprehensión de éste.

Tal como lo describe Sfard (2008) el aprendizaje de las matemáticas actualmente se concibe como un proceso que permite al individuo pasar a formar parte de una comunidad matemática. Lo que conlleva adoptar el lenguaje de dicha comunidad. La habilidad de comunicarse es necesaria para ser miembro activo de una comunidad matemática. Y más si se concibe el aprendizaje como el proceso de ser miembro de una colectividad. Debemos participar con discursos matemáticos. Los argumentos matemáticos provienen de los pensamientos desarrollados durante la vida escolar.

La competencia comunicativa en matemáticas nos abre la puerta al saber matemático. Proporciona las herramientas para ser partícipes y negociantes en la construcción de los

conceptos matemáticos. El desarrollo de la competencia comunicativa permite comprender las consignas de los diferentes actores en el aula de clase. Así como su no desarrollo se ha convertido en un obstáculo en el aprendizaje de las matemáticas. Análogamente su desarrollo da fluidez a la comprensión de los aprendices. Consecuentemente cuando se desarrolla la manera de pensar en el sentido matemático, es posible que se pueda participar adecuadamente en el discurso matemático (Sfard, 2008).

En palabras de García *et al*, (2013) se asume la competencia matemática como:

El conjunto de capacidades, habilidades y cualidades que tiene la persona para comprender e interpretar contenidos matemáticos expresados en forma oral o escrita, haciendo uso del lenguaje propio de la comunidad matemática en la que participa de los procesos de construcción y negociación de significados, con base en un discurso de calidad y de normas de comportamiento, para convertirse en un miembro activo de la comunidad de aprendizaje, siendo capaz de solucionar problemas del contexto, usando la matemática como herramienta”. (García *et al*, 2013, p. 270).

Podemos decir que leer es comprender, tal como lo afirma Cassany (Citado por León, O y Calderón, D. 2003), dado que si no hay comprensión de la información o las ideas no se ha cumplido con el propósito de la lectura. También una definición acertada y que ayuda a dilucidar la importancia de la lectura por las bondades que brinda para la interacción con nuestro entorno es la siguiente: La comprensión de textos tiene como antesala el acto de leer; en este sentido leer es un proceso intelectual y cognitivo que nos permite obtener información a partir de un texto. Durante la lectura no se recibe pasivamente el mensaje contenido en un escrito; más bien se construye el contenido, para lo cual se interpreta el texto en función, de nuestras necesidades y experiencia, al mismo tiempo que vamos evaluando, seleccionando y desechando Arteaga, (2001 citado por León, O y Calderón, D. 2003).

La lectura desarrolla la memoria visual, auditiva y motriz Mayor (2001 citado por León, O y Calderón, D. 2003). Estas capacidades permiten llegar a dominar la ortografía de la lengua con las formas de escritura consideradas correctas socialmente en un momento y lugar determinado. Es el medio de adquisición de conocimientos a través de libros, revistas, manuales, textos, apuntes de clase, todo tipo de material impreso, incluso aquellas informaciones de vía Internet que tiene que ser leída en la pantalla de la computadora. Sensibiliza y hace al hombre humano porque hace frente a los tecnócratas que piensan que las máquinas tienen más valor que el hombre, que los humanos deben actuar sin pensar ni sentir. Gómez y Huaranga (1998 citado León, O y Calderón, D. 2003) señalan que “la búsqueda de significado es la característica más importante del proceso de lectura, y es en el ciclo semántico que todo toma su valor”.

### **3.7 El lenguaje matemático en la competencia comunicar**

Según Duval (2006) la *traducción* de un enunciado en una ecuación requiere dos tipos de operaciones que no tienen el mismo nivel, la elección de la incógnita y formular una ecuación. Se encuentra mayor grado de complejidad cognitiva en el segundo tipo de operación. Para los estudiantes es más complejo encontrar las relaciones entre las diferentes expresiones que elegir una incógnita. Lo que hace más complejo el proceso de traducción de una ecuación.

Para Duval (2006) la actividad matemática necesita dos aspectos que entran en conflicto:

- Las representaciones semióticas deben ser usadas necesariamente, incluso si se elige el tipo de representación semiótica.
- Los objetos matemáticos representados nunca deben confundirse con el contenido de las representaciones semióticas utilizadas.



Las matemáticas necesitan estas dos particularidades antes mencionadas, dado que, debido al nivel de accesibilidad extrasensorial, las representaciones o *codificaciones* se convierten en un canal para comprender la naturaleza de los objetos matemáticos, pero estas representaciones realmente no son el fin, sino una manera de hacer tratamiento u operarlo sin llegar a confundirlos con sus múltiples representaciones.

“El contenido de cada representación semiótica no depende solo de conceptos o de objetos representados, sino también de los sistemas semióticos de representación empleados. Por ello cambiar de un sistema a otro significa cambiar el contenido de representación sin cambiar las propiedades matemáticas representadas. Estos dos requisitos conflictivos yacen la paradoja cognitiva con la que se tropieza la mayoría de estudiantes. Y eso suscita un profundo problema de comprensión que es específico del aprendizaje de las matemáticas”. Duval (2006)

Los sistemas de representación que se emplean para acceder a un determinado objeto matemático (llamados también lenguajes matemáticos), tienen su propia simbología. Esto permite que en el proceso de aprendizaje se tenga en cuenta tanto el objeto, el concepto y los sistemas de representación empleados. También se evidencian que las dificultades de la comprensión radican en los obstáculos que se dan en la transformación entre los sistemas de representación que son los que nos dan el acceso a los objetos matemáticos y a su conceptualización. Convirtiéndose los sistemas de representación en un obstáculo cuando un estudiante tiende a confundir la representación con el objeto matemático.

La comprensión o *decodificación* es fundamental en la CMC. Cuando el proceso de comprensión falla en los estudiantes o el profesor, se rompe la comunicación y a menudo en el aula de clases este proceso es constantemente interrumpido. Ya que Duval nos dice que la comprensión no consiste en solamente dar un salto que inicie con la representación de un objeto matemático y llegue a la conceptualización del objeto, sino en las relaciones que pueden existir

entre cada una de las representaciones y más que las relaciones, la coordinación entre ellas para el aprendizaje del objeto matemático.

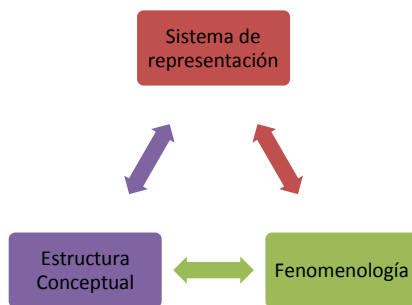
Por tanto, lo que se debe tener en cuenta para el aprendizaje de las matemáticas es la capacidad que deben desarrollar los estudiantes para relacionar los diferentes lenguajes en que se representa un mismo objeto matemático. En esta competencia también se presenta la acción de *describir* la cual es considerada una operación discursiva que potencia la expresión y la comunicación, que se relaciona con las condiciones de producción y recepción discursiva y los patrones de producción textual. (Ruiz, s.f.).

También la *argumentación* juega un papel importante dentro de la comunicación, pues se entiende como argumentación la forma de explicar el razonamiento matemático, ya que permite ver si éste es correcto o no. El hecho de argumentar también ayuda a consolidar los conocimientos matemáticos. En este orden de ideas la *persistencia* contempla el campo atencional y la capacidad para seguir trabajando ante una tarea difícil, cuando los estudiantes abandonan una tarea que no pueden terminar rápidamente, dejándola de hacer por el grado de dificultad que posee, se dice que presentan una persistencia baja.

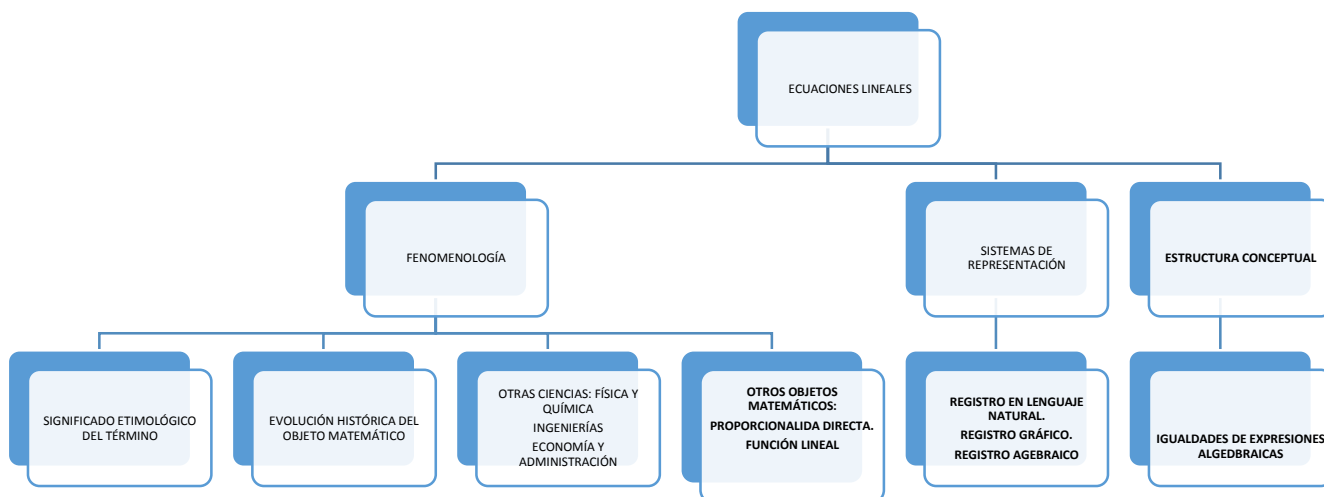
Con lo anteriormente descrito es posible decir que la CMC presenta una serie de procesos (decodificar, codificar, traducir, describir, argumentar y persistencia) con los cuales puede ser definida o caracterizada, ya que estos a pesar de suceder de manera independiente logran interactuar facilitando la comunicación y por ende la CMC.

### **3.8 Construcción del objeto matemático ecuaciones lineales.**

Para la construcción del objeto matemático Ecuaciones lineales, retomamos a (Rico, 2012, P. 52) triángulo semántico de un objeto matemático.



Presentamos la construcción del objeto matemático abordando su fenomenología, su sistema de representación y su estructura conceptual.



*Fenomenología*

El objeto matemático ecuaciones lineales, puede ser abordado en su significancia desde la fenomenología. Evocamos a la etimología del término del objeto matemático. Cuando se presenta a los estudiantes la palabra que conforman la descripción del objeto matemático, se

nota cierta familiaridad con estas palabras. Por otro lado, tenemos la palabra ecuación que proviene del latín *aequation* que significa igualdad. Con estas descripciones etimológicas de la palabra que conforman el objeto matemático, se va adentrando al estudiante a la conceptualización de lo que va a aprender.

Otra manera de construir el significado de nuestro objeto matemático en estudio es a través de la historia. Tenemos entonces en el *papiro de Rhind* (1650 A.C) nuestra primera aparición de las ecuaciones de primer grado. Donde la incógnita aparece como un “íbis” que significa escarbando en el suelo. En el papiro de Ahmes se evidencian varios métodos para resolver ecuaciones lineales llamados “método de la falsa posición” o “regula falsa”, que consiste en partir de un valor falso para el valor desconocido hasta llegar al valor correcto. Un ejemplo de problemas que resolvía los egipcios con este método es: “un montón, sus dos tercios, su mitad, todo junto es trece. ¿Cuál es su cantidad? (Guelli, 1989). También tenemos otros métodos como: “factorización y desandar lo andado”. Los babilónicos resolvían ecuaciones lineales tenemos a los babilónicos con un problema inscrito en las *tablillas de croqueta* (2100 a. C.).

*“Encontré una piedra, pero no la pesé; después pesé seis veces (su peso) y sumé 2 gin, después sumé la tercera parte de la séptima parte de esta cantidad multiplicada por 24. Todo pesa un mana, ¿cuál es el peso original de la piedra?”*  
(<http://www.malhatlantica.pt/mathis/Babilonia/Babilonia.htm>)

También los chinos en el tratado *nueve capítulos sobre el arte matemático* (Chun Tsanom, año 152 a. C) exponen un método llamado “fan-chen” conocido hoy como el método de eliminación gaussiana. Tenemos también a los matemáticos islámicos y los europeos, entre quienes encontramos a Carl Friederich Gauss (1777-1855) con el método de eliminación gaussiana.

La relación que existe del objeto matemático con otros objetos matemáticos que ya han sido conceptualizados por el estudiante también hace parte de la fenomenología en la construcción del significado. En este orden de ideas tenemos las incógnitas, la función lineal y la función afín y la proporcionalidad directa.

Finalmente, para la construcción del significado del objeto matemático desde la fenomenología acudimos a otras ciencias tales como la química, la física, las ingenierías de sistemas, eléctricas, electrónicas, industriales, sanitarias, entre otras. También encontramos su aplicación en economía y administración.

**Sistema de representación.** La ecuación lineal se puede representar por medio del lenguaje natural, lenguaje algebraico y representación gráfica. Aquí se presenta un ejemplo del objeto matemático Ecuaciones lineales en diferentes registros.

#### ***Estructura conceptual***

Una ecuación lineal, es una ecuación de la forma

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 \dots + a_nx_n = b$$

Donde,  $a_1, a_2, \dots, a_n$  son los coeficientes,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  son las variables y  $b$  es el término contante. Presentamos la siguiente estructura conceptual de la ecuación lineal con una incógnita.

### **3.9 Perspectiva curricular**

Siendo coherente con lo propuesta de las tareas matemáticas, miramos con aceptación una propuesta curricular que favorezca el desarrollo de competencias. Por tanto, como lo expone el doctor Bernardo García en su libro de orientaciones didácticas, “son los procesos matemáticos los organizadores del currículo.” Esto nos lleva a plantear un currículo que tenga

en cuenta los contenidos para desarrollar los procesos matemáticos. Hasta el momento se observa en diversos libros de textos y aún en planes de aula de algunos docentes, cómo se privilegia los contenidos sin darle mucha relevancia a los procesos matemáticos. Es más, en muchas ocasiones por cumplir con un currículo lleno de contenidos se truncan los procesos matemáticos.

La ventaja de privilegiar los procesos matemáticos en la perspectiva curricular radica en que éstos aportan una gran riqueza cognitiva, afectiva de tendencia de acción cuando el estudiante se enfrenta a tareas complejas. Solar (2009 citado por García 2013)

Como lo que proponemos es focalizarnos en los procesos matemáticos, se requiere un “desarrollo conceptual como perspectiva curricular de las competencias”.

Una organización curricular tiene un componente horizontal y otro vertical. El componente horizontal se refiere a la formulación en los diferentes grupos de grados, mientras que el vertical se expresa en los procesos propios de los diferentes pensamientos matemáticos. Para potencializar los pensamientos numéricos y variacional es necesario mirar su desarrollo a lo largo de la escolaridad. Lo que se pretende es evidenciar la manera en que se viene desarrollando la competencia matemática comunicar por medio de los diferentes pensamientos matemáticos (Anexo B). Cabe resaltar que existe una transversalidad entre los diferentes pensamientos y las competencias. Por tal motivo, para el caso del objeto matemático de nuestro estudio, Sistemas de Ecuaciones Lineales, se ha abordado desde diferentes pensamientos los procesos matemáticos con su respectiva complejidad según el grado. Estos procesos apuntan al desarrollo de la competencia Comunicar.

Para mirar el desarrollo de la competencia comunicar y de los procesos inmersos en ella se ha presentado una sucesión de procesos de complejidad creciente según los Estándares Básicos de Competencias (Anexo B).

### **3.10 Tareas matemáticas**

Las tareas matemáticas según Herbst (2011, citando a Doyle 1988), hace referencia a las unidades de significado que se pueden determinar en la observación del trabajo matemático

en la clase. De esta forma una tarea consiste en las acciones e interacciones orientadas a un objetivo particular; constituyendo un contexto práctico en el que los estudiantes pueden llegar a pensar acerca de las ideas matemáticas en juego en un problema o situación matemática. En este orden para García (2015), una tarea es concebida como aquello que se ha estructurado con un fin y es propuesta para que alguien la realice.

En palabras de algunos autores la tarea no es una actividad, aunque algunas veces le dan el mismo significado, pero es necesario diferenciar y hacer claridad frente a estos dos conceptos de tarea y actividad matemática, pues con frecuencia vemos que son utilizados como sinónimos cuando en realidad existen diferencias que no suelen ser tan evidentes, pues ambas se desarrollan dentro del contexto de un aula escolar en la que tanto docente como estudiantes juegan un rol activo. En el que uno planea un instrumento (docente) que facilitará un aprendizaje el cual será desarrollado por el otro (estudiante).

En este sentido, y bajo una concepción sencilla se propone que las tareas matemáticas son las demandas estructuradas de acción que el docente da a los estudiantes, mientras que la actividad es presentada como las actuaciones que tanto estudiantes como docente desarrollan con el propósito de resolver una tarea o una secuencia de tareas (Gómez, 2007).

En consecuencia, como lo expone Herbst una tarea es una representación de la actividad matemática, encarnada en las interacciones entre personas e instrumentos culturales. Tareas que involucran a los estudiantes en calcular, definir, conjeturar, representar, y demostrar son importantes, porque proveen a los estudiantes acceso a experiencias personales en el quehacer matemático.

Es de precisar aquí, que la realización de las tareas depende de las acciones de los estudiantes, siendo así que el proporcionar experiencias personales en el quehacer matemático depende de sí el trabajo conjunto ha representado legítimamente aquel quehacer. De esta forma,

como lo dice Herbst (2011) “las tareas matemáticas no sólo ofrecen oportunidades individuales de crecimiento (cognitivo o emocional), también crean reproducciones públicas de las prácticas matemáticas”.

De ahí que la tarea del maestro, como responsable de la gestión de la instrucción, y a propósito de las tareas, incluye no solamente involucrar a los estudiantes en el trabajo sino también darle un valor a ese trabajo, como mínimo en términos de sus cualidades matemáticas.

Desde la perspectiva de la autora una tarea consiste en el desarrollo en el tiempo de un sistema de interacciones entre un agente cognoscente y un problema.

Según Herbst (2011):

La tarea puede ser modelada al identificar su producto o meta (cuyo logro marca el final de la tarea), sus recursos (las representaciones simbólicas y materiales y las herramientas disponibles, como por ejemplo el registro utilizado para plantear el problema) y sus operaciones (las maneras de hacer que están disponibles). Así, una tarea le da una vida posible a un problema (p.8).

De este modo, se pretende que a través de una secuencia de tareas que se planteen haciendo uso de las Ecuaciones Lineales como objeto matemático, el estudiante de grado noveno desarrolle movilice la competencia matemática comunicar, por medio de situaciones reales en contextos cotidianos, en las que el estudiante sea capaz de usar las matemáticas para dialogar, reflexionar y decidir el uso que debe hacer de estas en cierto momento de la tarea, es decir que logre generar actividad matemática sobre el contenido.

Así mismo, la secuencia de tareas nombrada anteriormente nos exige que para que se evidencie un aprendizaje, debe haber unos niveles de complejidad que me permitan constatar dicho aprendizaje. Estos niveles de complejidad se presentan de acuerdo al grado de dificultad o exigencia de los procesos matemáticos implícitos en cada tarea matemática que se plantea para desarrollar la competencia propuesta, aumentando el nivel de complejidad de acuerdo a



los nuevos conocimientos que se adquieren. Reafirmando esto con lo planteado por Goñi (2009 citado por García 2015) quien afirma que las exigencias cognitivas para comprender el objeto matemático se incrementan en la medida que se progresa en el conocimiento del mismo. Esto hará que las diferentes características de la competencia comunicación sean o no accionadas y con ello pueda ser caracterizada.

Este trabajo se adhiere a los niveles de complejidad planteados por García, Coronado y Giraldo en su libro orientaciones didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas (2015) tomadas de PISA:

*Reproducción:* tareas familiares las que requieren generalmente conocimientos usuales tales como conocimiento de representaciones de hechos y de problemas comunes, reconocimiento de equivalencias, el uso de objetos y propiedades matemáticas familiares, procesos rutinarios, aplicación de algoritmos estandarizados y de habilidades prácticas, manejo de expresiones con símbolos familiares y realización de operaciones sencillas (Rico, 2006).

*conexión:* incluye situaciones problema que no son específicamente rutinarios sin embargo, están situados todavía en contextos familiares; lo que supone exigencias más complejas en su interpretación y requieren establecer relaciones entre distintas representaciones de una situación o enlazar diferentes aspectos de la situación con el fin de desarrollar una posible solución. (Rico, 2006).

*Reflexión:* requieren competencias que necesitan de comprensión y reflexión por parte del alumno, creatividad para identificar conceptos matemáticos relevantes o establecer vínculos con los conocimientos adecuados para encontrar las soluciones. (Rico, 2006).

De acuerdo a las definiciones anteriores, en la competencia comunicar de noveno se trabajará en esta tarea matemática con niveles de complejidad que permitan ahondar y hacer

uso pertinente de situaciones acordes a las exigencias cognitivas propias de la edad y grado de escolaridad de dichos estudiantes generando un grado de complejidad creciente.

Los niveles de complejidad que se utilizaran en el planteamiento de estas tareas son de reproducción, conexión y reflexión, puesto que a este nivel los estudiantes de grado noveno aún requieren de actividades muy contextualizadas y que le sean familiares, para que de este modo se sientan atraídos y motivados hacia ellas. Sin dejar de lado que es necesario introducir al estudiante a ciertos niveles de exigencia que le permitan hacer procesos de interpretar, argumentar y comunicar diferentes tipos de situaciones (Fandiño, 2017).

De acuerdo a los niveles de complejidad planteados en el párrafo anterior encontramos la perspectiva didáctica de las competencias matemáticas desde dos expectativas de aprendizaje: a corto plazo y a largo plazo. De acuerdo con García, Coronado y Giraldo en su libro *Orientaciones Didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas*, las expectativas de aprendizaje a corto plazo están relacionadas con los objetivos de la tarea matemática, de la clase, de la unidad o del periodo académico mientras que las expectativas de aprendizaje a largo plazo hacen referencia al desarrollo mismo de las competencias del estudiante (p.41).

Se busca entonces que a través de las tareas matemáticas aplicadas, los estudiantes tomen este medio para alcanzar objetivos que los lleve a la movilización en pleno de la competencia comunicación.

### **3.11 Comunidades de aprendizaje**

Según Rodríguez (2012), las comunidades de aprendizaje son un modelo de organización de las escuelas que pretende dar respuesta a dos prioridades, mejorar el rendimiento académico y resolver los problemas de convivencia; proponiendo un modelo dialógico como el más apropiado para el aprendizaje y la resolución de los conflictos.

Igualmente consiente los grupos interactivos, el diálogo igualitario y la participación de la comunidad en el funcionamiento de los centros constituyen los ejes en torno a los cuales giran las actuaciones educativas de éxito que se aplican en las comunidades de aprendizaje.

“(Rodríguez, 2012. Pág. 68)

Por su parte Torres (2001) la define como una propuesta educativa que se concreta en la sociedad o comunidad local o inmediata, asume la educación como algo amplio cuyo objetivo y eje principal es el aprendizaje colectivo que resulta del esfuerzo conjunto de sus miembros.

Kearney (2001 citado por Rodríguez 2012) la concibe las comunidades de aprendizaje, como un conjunto de personas con ciertos elementos comunes que se pueden identificar como la responsabilidad compartida, el conocimiento el cual es entendido como dinámico y adquirido, de esta forma la comunidad de aprendizaje facilita el desarrollo de un proceso activo y colaborativo.

Para efectos del presente estudio y considerando las definiciones anteriores se concibe la comunidad de aprendizaje como un modelo de organización del aula de clase que facilita el desarrollo de tareas educativas para alcanzar conjuntamente una meta de aprendizaje, mediante la interacción dialógica de sus miembros, promoviendo la movilización de competencias.

#### *El aula como comunidad de aprendizaje*

Se trata de la organización de una comunidad de aprendizaje dentro del salón de clase, con la participación del maestro y estudiantes con el fin específico de mejorar la calidad del aprendizaje de todos. El aula como comunidad de aprendizaje cuenta, cuando se requiere, con colaboradores externos, padres de familia o especialistas que aportarán sus conocimientos para la solución del problema que está en estudio por la comunidad de aprendizaje.

### *Desarrollo de una comunidad de aprendizaje*

Acorde con Stoll (2005) el establecimiento de las comunidades es un proceso ordenado que requiere explícitamente tres etapas, la primera consiste en la creación etapa en la que se presentan acciones como sensibilización, toma de decisiones, el sueño, la selección de prioridades, la organización en grupos de trabajo o asignación de roles, la organización del salón de clases. Por su parte, el desarrollo se debe fortalecer las principales características de una comunidad de aprendizaje que son conductoras de una comunidad de iguales. Estas características se describen a continuación

- Visión y valores compartidos,
- Responsabilidad colectiva para el aprendizaje del alumno,
- Curiosidad reflexiva por parte de los profesionales
- Colaboración centrada en el aprendizaje,
- Aprendizaje individual y en grupo,
- Miembros no solo docentes,
- Ser receptivos, relación entre comunidades de aprendizaje y compañerismo
- Confianza, respeto y apoyo mutuo, (Stoll, 2005, p. 3-6).

Finalmente, la consolidación se da cuando se han establecido ciertos logros educativos, de los que para este trabajo se tienen en cuenta la construcción de un conocimiento colectivo como contexto, plataforma y apoyo a los procesos individuales de aprendizaje, el aprendizaje como principio organizativo de la educación y como objetivo comunitario y el potencial de las tecnologías de la información y la comunicación para configurar nuevos espacios y escenarios educativos y para transformar los existentes. (Coll, s.f citado por Rodríguez 2012)

### *Rol del docente en el trabajo por comunidades de aprendizaje*

En la comunidad de aprendizaje el docente deja de ser quien imparte conocimientos, ya no es quien dirige la tarea matemática, cambia de rol para favorecer el rol activo el estudiante ese cambio es para bien, tanto para la comunidad educativa como para el propio docente quién

ve mayores frutos a su trabajo docente. Rodríguez enfatiza: “En este modelo el profesorado añade a su rol de experto en educación la función de promover las aportaciones de todos los agentes educativos con argumentos que ayudan a mejorar la escuela” (Rodríguez, 2012, p.73).

Sus actividades regulares que debe desarrollar en el sistema educativo actual se comparten o se distribuyen entre los diferentes miembros de la comunidad de aprendizaje: “Los padres y otros agentes sociales participan en la vida del centro, se organizan en comisiones mixtas, profesores incluidos, que tratan de resolver y mejorar las situaciones en las que transcurre la vida del centro. “(Rodríguez, 2012, p. 74)

En conclusión “... el profesorado destaca la eficacia de los grupos al rentabilizar el tiempo y permitir llevar a cabo más actividades de enseñanza y aprendizaje, con todos los alumnos y en menos tiempo.” (Rodríguez, 2012, p. 72).

## **4. Marco metodológico**

La metodología cualitativa no proyecta la generalización del grupo de estudiantes, más bien, destaca las cualidades observables y las analiza detalladamente. Para lograr lo anterior, se recurrirá a entrevistas, discusiones en grupo, evaluación y seguimiento de las experiencias personales de los participantes que permitan la recolección de datos y la descripción de los eventos que se presenten.

### **4.1 Tipo de estudio**

En el estudio que aquí se expone es de enfoque cualitativo de tipo descriptivo. La investigación descriptiva, de acuerdo con Best, se preocupa de las condiciones o relaciones que existen; de las prácticas que prevalecen; de las creencias, puntos de vista o actitudes que se mantienen; de los procesos en marcha; de los efectos que se sienten o de las tendencias que se desarrollan (Cohen y Manion, 1990).

### **4.2 Alcance**

Se considera importante la descripción de la competencia comunicar porque generalmente solo se diagnostica. En este trabajo se logró ampliar el espectro identificando, analizando y describiendo algunos de los procesos de la competencia matemática comunicar por medio de una secuencia de tareas que logren evidenciar acciones asociadas a dichos procesos. Lo que permite estar ante una base sólida que logrará trazar una ruta de planeación cercana a la realidad que garantice los aprendizajes de cualquier objeto matemático. Por tanto,

el describir en este trabajo de investigación una competencia que abre la puerta al diálogo, la participación y negociación en la significación de los objetos matemáticos, se permite mostrar un diseño didáctico que propicia la transferencia de un lenguaje natural a un lenguaje matemático incidiendo positivamente en el desarrollo de la competencia comunicativa en matemáticas.

### **4.3 Técnicas**

La presente investigación se desarrollará mediante el uso de dos técnicas de recolección de datos. En primer lugar, el análisis documental y en segundo lugar se usará la observación a comunidades de aprendizaje durante el desarrollo de tareas matemáticas. El análisis documental consiste en la revisión del informe por colegio de las pruebas y los escritos de los estudiantes que surgen del trabajo individual y de las comunidades de aprendizaje. La observación a comunidades se llevará a cabo en el aula por parte de la docente investigadora.

### **4.4 Instrumentos**

Los instrumentos de recolección de datos se configuran específicamente en dos, en primer lugar los diarios de campo (Anexo C) apoyados con grabaciones de vídeo, El uso de estos instrumentos se fundamenta especialmente porque permiten capturar información espontánea y transitoria que se presenta particularmente al tratar de describir las acciones y maneras de proceder en matemática que resultan ser de algún modo difíciles de captar con otros instrumentos. En segundo lugar, el blog (Anexo E) que permitió recolectar información de los trabajos de los estudiantes que no fue posible recolectar en clase.

### **4.5 Categorías de análisis**

Para el desarrollo de la investigación se han defino cinco categorías de análisis, que corresponden a los procesos que abarca la competencia matemática comunicar.

Categorías de Análisis	Indicadores	Instrumentos
------------------------	-------------	--------------

Codificar (representar), Decodificar (interpretar)	Realiza codificaciones y decodifica un enunciado en lenguaje natural al expresarlo como un número, una expresión algebraica o una representación gráfica.	Bitácora de observación Trabajo de estudiantes Ficha de registro
Traducir	Traduce adecuadamente los enunciados presentados en diferentes lenguajes, ya sea numérico, algebraico o gráfico.	Bitácora de observación Trabajo de estudiantes Ficha de registro
Describir	Comunica claramente los procedimientos utilizados en el desarrollo de las actividades en diferentes lenguajes, natural, algebraico o gráfico.  Describe sus ideas con fluidez y coherencia de tal manera que su mensaje es comprensible para los miembros de su comunidad.	Bitácora de observación Trabajo de estudiantes Ficha de registro
Argumentar	Establece estrategias de resolución de problemas para resolver problemas del entorno.	Bitácora de observación Trabajo de estudiantes Ficha de registro
Persistencia y Disposición	participa activamente en las actividades propuestas.  Supera los obstáculos buscando nuevas alternativas de posible solución a los problemas planteados.	Bitácora de observación Trabajo de estudiantes Ficha de registro

#### 4.6 Contexto institucional

La Institución Educativa Libardo Madrid Valderrama se encuentra ubicada en la comuna 15 de la ciudad de Cali, el 95% de la población estudiantil pertenece a los estratos socioeconómicos 1 y 2, conformados por hogares donde ambos padres trabajan y en algunos casos viven con uno de los dos o con algún familiar cercano. El entorno es muy violento, existen fronteras invisibles, microtráfico de sustancias psicoactivas ilegales y algunos de nuestros estudiantes pertenecen a pandillas. Todos estos factores afectan la convivencia escolar y por ende el desempeño académico, no obstante, se impulsa acciones pedagógicas que logren ampliar el universo que estos jóvenes perciben de su contexto. Desde esta mirada se pretende mostrar la educación como una buena alternativa para el mejoramiento de la condición de vida de los estudiantes. Lo que nos lleva a motivar a nuestros estudiantes haciendo más placentero y aprehensible el conocimiento. Es por eso que esta investigación aporta significativamente al desarrollo de toda una comunidad educativa.



La presente Institución Educativa ha venido presentando un decrecimiento en los resultados de las pruebas saber, en lo que respecta al área de matemáticas. De las tres competencias que evaluó las pruebas saber en los años 2015 y 2016, Comunicación, razonamiento y resolución de problemas, se evidencia una notable desventaja en la competencia Comunicar. Por esta razón se propone investigar la manera de desarrollar dicha competencia. Para contextualizar al lector se presenta los resultados de las pruebas SABER del grado noveno correspondiente a los años 2015 y 2016. Se pretende describir en detalle los procesos inmersos que involucran el desarrollo de la competencia comunicar.

#### **4.6 Sujetos de estudio**

Los sujetos del estudio que participaron en el desarrollo del presente trabajo de investigación corresponden al grado nueve – dos de la jornada de la mañana de la Institución Educativa Libardo Madrid Valderrama. En total los que participaron con previo consentimiento informado entregado y firmado por sus padres o acudientes fueron 30, compuesto de 13 niños y 17 niñas que oscilan entre los 14 y 16 años. La forma que se ha establecido para el trabajo es por medio de comunidades de aprendizajes conformadas por cinco estudiantes, donde uno es el líder o coordinador de cada comunidad de aprendizaje. Los criterios para escoger cada comunidad recaen sobre la docente investigadora, para garantizar que cada comunidad tenga diferentes componentes que pueden aportar a la conformación de cada comunidad.

#### **4.7 Procedimiento**

El presente trabajo de grado consta de tres fases las cuales se describen como sigue:

##### *Fase de estructuración*

En esta fase se presentó en primer lugar, el trabajo a desarrollar a las directivas de la institución y a los estudiantes, explicando los principales aspectos del trabajo, sus objetivos, su metodología, el tiempo de investigación, abordando aspectos claves como la descripción de la

conformación de las comunidades de aprendizaje con las cuales se trabajó en el aula de clase. En segundo lugar, se realizó la aplicación de la Actividad de Diagnóstico, que permitió obtener información para estructurar las tres tareas que sirvieron para caracterizar la competencia matemática comunicar. Posteriormente, se realizará el envío del consentimiento informado a los padres de familia y una vez se confirmada la aceptación por parte de ellos se procedió con la fase de desarrollo (Ver anexo D)..

#### *Fase de desarrollo*

En el desarrollo del trabajo de grado se llevó a cabo el diseño, creación y aplicación de las tareas matemáticas. En el diseño se usó la información obtenida en el diagnóstico con la que fue posible extraer información que dio luces sobre los aspectos a incluir en las tareas, además proporcionó información sobre el estado inicial de la competencia comunicación. La aplicación de las tareas se realizó en diferentes lugares de la institución educativa como el salón de clases, la sala de sistemas y la cancha de la institución educativa, lo que permitió la interacción de las comunidades de aprendizaje en diferentes planos, situaciones y contextos. Esta secuencia de tareas matemáticas favoreció actividades donde el estudiante tuvo que transferir una información que se encuentre en un lenguaje natural a uno de los varios lenguajes matemáticos. En cada sesión donde los estudiantes estuvieron expuestos a este tipo de actividades se valoraron los elementos de la competencia comunicación los que exhiben el estado o desarrollo real que tiene esta competencia.

#### *Fase de sistematización, tratamiento y análisis de datos*

Para la sistematización de los datos obtenidos se realizaron las respectivas transcripciones de los trabajos de los estudiantes y de los diarios de campo. Posteriormente, se realizó la descripción de los resultados obtenidos teniendo en cuenta las categorías de análisis que corresponden a los procesos de la CMC, atendiendo a que este es un diseño descriptivo, el

análisis se apoyó en el tipo de análisis temático, el cual permitió comparar cada uno de los escritos de los estudiantes y de las comunidades de aprendizaje, lo que develó patrones concurrentes, temas comunes, en las formas de vivenciar la CMC por parte de los estudiantes de grado noveno, lo que al final posibilitó la triangulación interactiva de la información obtenida de cada una de las tareas relacionadas con esta competencia, con distintas visiones y con especial atención a las divergencias y casos raros, extraños o negativos como elemento clave para la interpretación y discusión de los datos obtenidos. De acuerdo con Mieles, Alvarado y Tonon (2012) el análisis temático posibilita la identificación, organización y análisis detallado, que permite reportar ciertos patrones que surgen de una cuidadosa lectura de la información que se recogió, con el fin de inferir conclusiones que permitan la comprensión del fenómeno estudiado de forma adecuada. Pues se posibilita revelar las experiencias, significados y realidades de los estudiantes de grado noveno en torno a las vivencias que hacen aflorar la competencia matemática comunicar.

#### **4.8 Consideraciones éticas**

Para el desarrollo del presente trabajo de grado se tiene en consideración la resolución No. 008430 de 1993 del Ministerio de Salud y protección social que presenta la importancia de establecer aspectos éticos en las investigaciones en seres humanos, la que permite clasificar a esta investigación como *riesgo mínimo* teniendo en cuenta que no se intervino en los aspectos biológicos, sociales, fisiológicos o psicológicos de los estudiantes, igualmente con el de amparar los derechos de los estudiantes, cada uno de ellos accedió a un documento de consentimiento informado el que fue diligenciado por el padre de familia, con sus datos y su respectiva firma con la autorización para participar en las diferentes tareas y en el blog diseñado para la estrategia.

## **5. Hallazgos, análisis y discusión**

Teniendo presente que esta es una investigación de tipo descriptivo a continuación se presentan los resultados acordes con cada uno de los objetivos que orientaron la investigación de tal manera que se presentan, analizan y discuten en relación con el marco teórico.

### **5.1 Comunidades de aprendizaje para la comunicación matemática en la secundaria**

#### **Libardina**

En este apartado se presentan los resultados que permiten dar cuenta del objetivo “Crear comunidades de aprendizaje con los estudiantes de grado noveno de la IE para el diagnóstico de la competencia matemática comunicar”

Se comienza por decir que las matemáticas es una de las disciplinas necesarias para el desenvolvimiento de los individuos en la sociedad, de ella dependen muchos aspectos que marcan la dinámica de la vida cotidiana, es por esto por lo que la comunicación como un proceso de la matemática resulta importante de ser estudiada.

En las clases de matemáticas acorde con la experiencia desarrollada, los profesores necesitan escuchar lo que los estudiantes comprenden, lo que ellos saben, lo que ellos piensan sobre las matemáticas y sobre su aprendizaje, escuchar las preguntas que hacen y las que no hacen, para conocer cómo van sus procesos de razonamiento, de resolución de problemas, entre otros, para orientar el uso del lenguaje matemático y ayudarlos a desarrollar su habilidad para comunicar matemáticas (Lineamientos curriculares, 1998, p.75).

Para que los estudiantes se comuniquen de forma acertada fue necesario crear un ambiente adecuado, en el que fuese posible la interacción entre pares, y entre estos y el profesor. Para esto se accedió a la conformación de las comunidades de aprendizaje que fue entendida para el desarrollo de este trabajo como: *un modelo de organización del aula de clase que facilita el desarrollo de tareas educativas para alcanzar conjuntamente una meta de aprendizaje, mediante la interacción dialógica de sus miembros, promoviendo la movilización de procesos y competencias.*

Bajo esta concepción se procedió a la creación de 8 comunidades de aprendizaje situadas estratégicamente en el aula de clase. Los miembros de cada una de las comunidades fueron asignados por la docente con el fin de promover otros valores como la integración y la no discriminación en cuestiones académicas, como por ejemplo evitar algunas expresiones como: *...Profe, no queremos hacernos con..., porque ellos no trabajan, y casi siempre nos toca terminar trabajando solos*, expresiones muy comunes para los estudiantes cuando se trata de conformar algún tipo de grupo o comunidad, a pesar que la decisión de la docente parecería autoritaria facilitó el desarrollo de habilidades que en los procesos académicos que vive el individuo son muy importantes como lo es la adaptación al cambio, una habilidad muy necesaria para el desarrollo personal y profesional de las personas, resultando la acción de la docente una oportunidad para su desarrollo en concordancia con lo expuesto por Sfard, (2008) quien dice que pertenecer a una comunidad es comunicarse con el lenguaje de esta.

En este sentido, es esencial en situaciones como esta que los maestros comuniquen con claridad las modificaciones que realizan, los motivos que llevaron a tomar las decisiones, cuáles son las ventajas y las desventajas del cambio. Por esto, la maestra realiza con los estudiantes una sesión previa al desarrollo de las tareas en la cual ofreció información y explicaciones a las demandas de los estudiantes, relacionadas con la inconformidad de trabajar en comunidades de aprendizajes bajo la argumentación descrita en líneas anteriores, de esta

forma la docente los anima al trabajo en comunidades de aprendizajes mostrándoles las bondades de este y los grandiosos resultados que se han obtenido a lo largo de la historia. Se les indica que el conocimiento se ha construido en comunidad y no de manera aislada. Que muchos científicos se han apoyado en los estudios e ideas de otros para llegar a mejores resultados, aportando con estas explicaciones seguridad en los estudiantes y disminuyendo el grado de ansiedad que les puede provocar la situación (Bishop, 1987).

En la conformación de las comunidades de matemáticas se tuvo en cuenta diversos aspectos tales como la diversidad, ya que se pretende garantizar el diálogo entre los diferentes actores. El término comunidad hace alusión a la armonía en medio de la diferencia. Ese mismo sentido se quiere aplicar a nuestras comunidades. Por tanto se tiene el cuidado de que los estudiantes que han sido destacados en el campo disciplinar de las matemáticas queden como líderes de cada comunidad.



*Figura 1. Conformación de las comunidades de aprendizaje, reacciones de los estudiantes 1.*



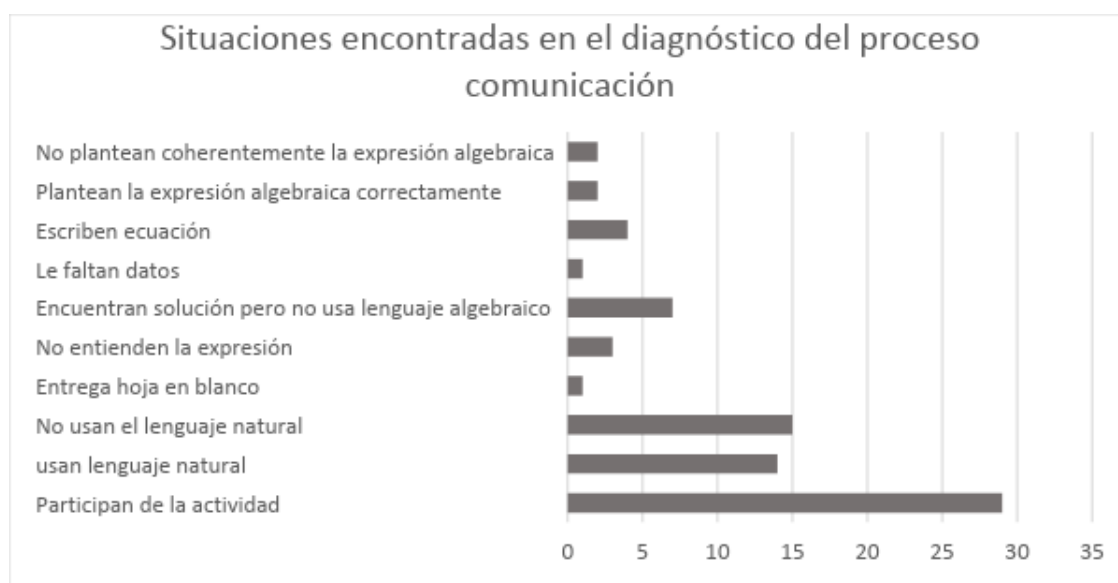
*Figura 2. Conformación de las comunidades de aprendizaje, reacciones de los estudiantes 2*

De la misma forma los estudiantes que han tenido alguna dificultad en este campo disciplinar quedarán ubicados en medio de las ocho comunidades. Otro criterio importante que se tuvo en cuenta es los estudiantes que no participan frecuentemente en las clases de matemáticas, ellos también quedaron ubicados en medio de las comunidades. En ocasiones es más fácil participar en medio de una pequeña comunidad que en medio de todo el salón de clases, como lo dispone Rodríguez, (2012).

Es importante anotar que la configuración de las comunidades de aprendizaje es importante dado que direccionan el trabajo de los estudiantes hacia dos puntos trascendentales, en primer lugar, se convierten en personas activas dentro de su comunidad de aprendizaje que existe dentro de un contexto del aula, en segundo lugar, asumen el compromiso de su propio aprendizaje, (Freire, 1974).

Después de desarrollar la tarea de diagnóstico (Anexo A), la cual fue planificada para buscar la anticipación de los resultados a obtener por las acciones que desarrollan los estudiantes sobre la situación problémica planteada. Con lo que fue posible conocer las concepciones que poseen los estudiantes de secundaria de la IE Libardo Madrid Valderrama,

identificar formas o modos como aplican sus conocimientos y las estrategias que utilizan para encontrar la solución a una situación planteada. Esta forma de asumir la comunicación está acorde con lo expuesto en los lineamientos curriculares en los cuales se plantean que puede movilizar los comportamientos matemáticos asociados a este proceso. De esta forma, se encontraron algunas situaciones que permiten describir el estado general del proceso matemático comunicación en este grupo particular de estudiantes (Figura 1).



*Figura 3. Situaciones encontradas con la tarea de diagnóstico*  
Fuente: Elaboración propia, 2018.

La figura 3 muestra que 15 estudiantes de 29 no hacen uso del lenguaje natural para explicar o describir el procedimiento que siguieron para llegar a la solución del problema. y el lenguaje algebraico tan sólo es usado por 8 estudiantes, de los cuales tan sólo 4 lo usan correctamente.

Es importante mencionar que 14 estudiantes usan el lenguaje natural describiendo de forma escrita el procedimiento seguido para hallar la solución del problema.

Tan solo 4 estudiantes de los 29 describen en más de dos renglones el procedimiento que siguieron para hallar la solución del problema. De los 4 estudiantes 3 no plantean



ecuaciones para hallar la solución del problema, llegan por tanteo. Solo 1 estudiante de los 4 plantea las ecuaciones respectivas para hallar la solución, pero también llega por tanteo a la solución. Lo que permite decir que ningún estudiante a pesar de que algunos expresaron las ecuaciones, pudo hacer uso de ellas para llegar a la solución del problema, ya que todos los que llegaron a la solución lo hicieron por tanteo. También se evidencia la falta de fluidez de los estudiantes para describir los procedimientos matemáticos de forma escrita.

A continuación, se narran descriptivamente, se analizan y discuten los aspectos más importantes del trabajo desarrollado con estudiantes de grado noveno con el fin de aflorar las características del proceso de comunicación, el cual será abordado mediante las concepciones, narraciones y escritos de los estudiantes durante el desarrollo de cinco tareas matemáticas.

### **5.1.2 Una mirada a los resultados en las pruebas saber**

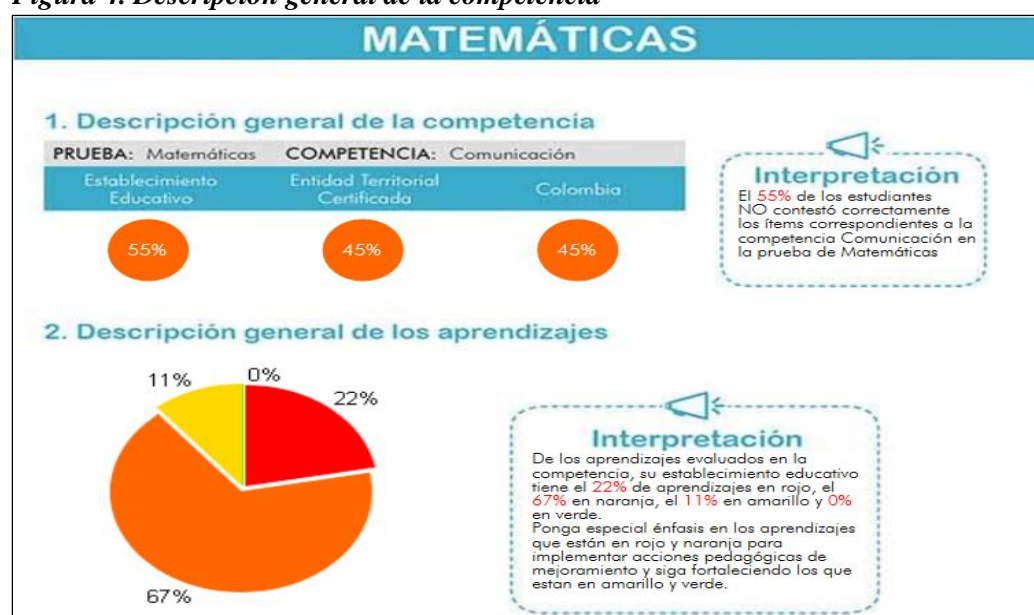
Presentamos a consideración el trabajo de investigación que pretende caracterizar la competencia Comunicación en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Libardo Madrid Valderrama, a partir de los resultados encontrados en el informe por colegio que entrega el ICFES y una sucesión de tareas que permitan emerger los procesos que caracterizan dicha competencia. Además, que potencialice los pensamientos numéricos y variacional, haciendo uso del objeto matemático Ecuaciones Lineales.

La presente Institución Educativa ha venido presentando un decrecimiento en los resultados de las pruebas saber, en lo que respecta al área de matemáticas. De las tres competencias que evaluó las pruebas saber en los años 2015 y 2016, Comunicación, razonamiento y resolución de problemas, se evidencia una notable desventaja en la competencia Comunicar. Por esta razón se propone investigar la manera de desarrollar dicha competencia.

Para contextualizar al lector se presenta los resultados de las pruebas saber del grado noveno correspondiente a los años 2015 y 2016. Se pretende describir en detalle los procesos inmersos que involucran el desarrollo de la competencia comunicar.

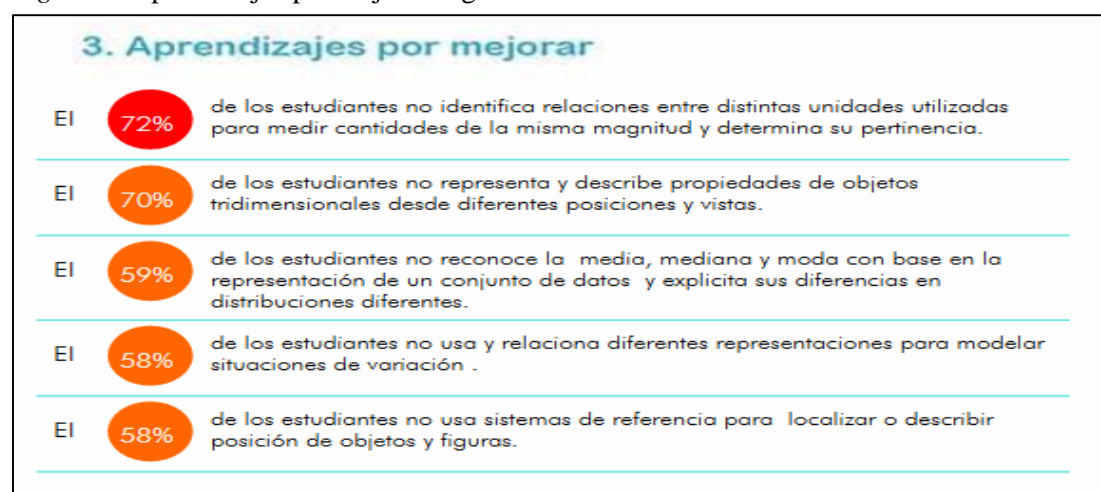
A continuación, presentamos los resultados de las pruebas saber que obtuvo el colegio en el año 2015 y 2016 para el grado noveno.

**Figura 4. Descripción general de la competencia**



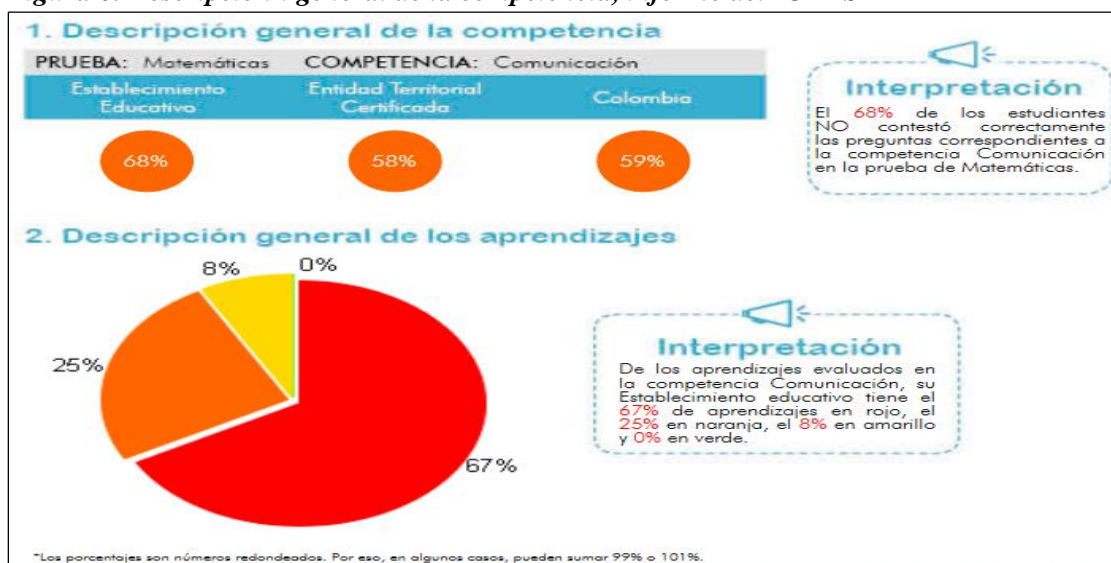
En este orden Según el informe por colegio del año 2015, más de la mitad de los estudiantes del grado noveno tienen un bajo desempeño en la competencia comunicar.

**Figura 5. Aprendizajes por mejorar según el informe del ICFES**



Cuando se observa los aprendizajes por mejorar que describen los procesos que están inmerso en la competencia comunicar, tales como interpretar, representar, traducir, describir, modelar entre otros, se tiene la oportunidad de identificar aquellos procesos que necesitan ser enfatizados para el desarrollo de la competencia.

**Figura 6. Descripciónn general de la competencia, informe del ICFES**

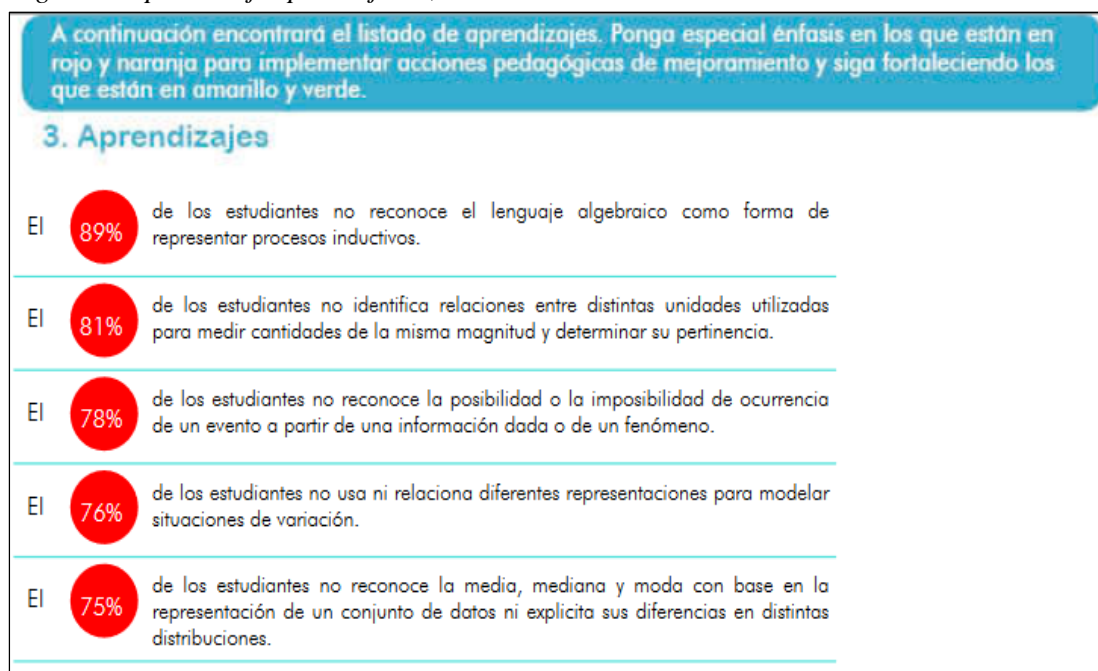


Basados en el informe que nos envía el ICFES de las pruebas saber de los estudiantes del grado noveno tenemos que el 72% no identifica, lo que quiere decir que no interpreta o **decodifica**. El 70% no representa (**codifica**) ni **describe**. El 58% no usa y relaciona diferentes representaciones, en otras palabras, no hay **traducción**, no hay transformación de un registro de representación a otro. El 58% no **describe**. Estos procesos hacen parte del desarrollo de la competencia comunicar. Para que un estudiante pueda comunicar en, con y por las matemáticas es necesario que codifique (represente), decodifique (interprete), traduzca, describa y argumente. También hacen parte del desarrollo de la competencia comunicar el tratamiento y la conversión en los diferentes registros semióticos, que son transformaciones que se dan de un lenguaje a otro y se encuentran inmersas en la traducción. Para nuestro objeto matemático

ecuaciones lineales se requieren los pensamientos numéricos y variacional, se nota que más de la mitad no logran representar ni mucho menos modelar situaciones de variación. Con estas ideas en mente se presentan los resultados del colegio para el año 2016

Comparando los resultados de los años 2015 con los del año 2016 se nota un incremento del 55% al 68%, o sea, 13 puntos. Lo que indica según el informe por colegio que el porcentaje de estudiantes que no contestaron bien las preguntas que evalúan la competencia comunicación tuvo un incremento de 13 puntos. Para analizar los procesos inmersos en esta competencia presentamos los aprendizajes por mejorar.

Figura 7. Aprendizajes por mejorar, 2016.



Mirando detalladamente los aprendizajes por mejorar y los procesos inmersos en la competencia comunicar para el año 2016 podemos concluir que la principal dificultad que presentan los estudiantes del grado noveno radica en el no reconocimiento del lenguaje algebraico. Esto conlleva a que no logren hacer traducciones desde un lenguaje natural. Por esta razón es apremiante desarrollar en los estudiantes desde el grado primero la competencia comunicación. El 89% de los estudiantes no reconoce el lenguaje algebraico, en otras palabras,

no lo interpreta (no lo **decodifica**). El 81% no identifica (**decodifica**) relaciones entre distintas unidades para medir cantidades de la misma magnitud y determinar su pertinencia. Dicho de otra forma, no identifican la coordinación interna que hay de un registro a otro, en este caso, no realizan la transformación de **tratamiento**, no olvidemos que el tratamiento es parte de la **traducción**, tampoco determinan la pertinencia porque no hay **argumentación**.

Por otro lado, según el informe del colegio más de las tres cuartas partes de los estudiantes no logran representar ni modelar situaciones de variación. Que no logren representar implica que no **codifican**. Y que no logren modelar es porque no logran principalmente **traducir** y **codificar**. El 75% de los estudiantes no reconocen, o sea, no **decodifican**.

Estos resultados son los que han llevado a proponer tareas matemáticas que ayuden a caracterizar la competencia comunicación. El no reconocimiento del lenguaje algebraico por parte de los estudiantes del grado noveno nos lleva a concluir que algunos de los subprocesos que intervienen en él han sufrido un retroceso. Para que haya un debido reconocimiento del lenguaje algebraico es necesario que los estudiantes puedan codificar y decodificar una información en este lenguaje. También otro proceso inmerso en el reconocimiento del lenguaje algebraico es la traducción. Los estudiantes deben realizar tratamientos y conversiones entre los diferentes lenguajes de su entorno, entre ellos el algebraico.

Por otro lado, podemos evidenciar la pobreza en cuanto a la enculturación matemática con la que cuentan nuestros estudiantes al llegar al grado noveno. Estos estudiantes son el fruto de una educación tradicional que ha favorecido el desarrollo de contenidos y no de procesos. Se hace por tanto necesario un viraje en la enseñanza, que tenga en cuenta sus ritmos y maneras de aprendizajes.

Continuando con el análisis de los resultados de las pruebas saber tenemos que todos los porcentajes que miden el desempeño en la competencia comunicación han incrementado del año 2015 al 2016 desfavorablemente. Contextualizando un poco los resultados de las pruebas internas con los de las pruebas externas se encontró las siguientes conclusiones: El sistema de evaluación institucional para estos años tenía como norma de aprobación, la pérdida de hasta dos áreas durante el año lectivo. En la mayoría de los casos una de las dos áreas que los estudiantes escogían para perder por así decirlo, eran las de mayor complejidad, entre ellas la de matemáticas. Esto generó muchos traumatismos, ya que los estudiantes llegaban al grado once a pesar de nunca haber ganado matemáticas, lo que implicaba un grado muy pobre de enculturación matemática. También los profesores de matemáticas presentaban desmotivación en su enseñanza debido al desinterés de los estudiantes.

Para el año 2017 comienza a regir las nuevas disposiciones del Consejo Académico que un estudiante debe aprobar todas las áreas para ser promovido al siguiente grado. En segunda instancia tenemos que los currículos están organizados por contenidos, o sea por ejes temáticos y no por procesos. Apenas en el año 2016 comienza una renovación en el plan de área y aula en matemáticas donde se estructura el Plan de estudios conforme a los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas y los Derechos Básicos de Aprendizajes. Para el Año 2017 se incorporan las Matrices de Referencia presentadas por el MEN. Todo esto con el propósito de mejorar los aprendizajes en el área de matemáticas.

A continuación, se narran descriptivamente, se analizan y discuten los aspectos más importantes del trabajo desarrollado con estudiantes de grado noveno con el fin de aflorar las características del proceso de comunicación, el cual será abordado mediante las concepciones, narraciones y escritos de los estudiantes durante el desarrollo de tres tareas matemáticas.

## **5.2 Características de la competencia matemática comunicar-CMC en los estudiantes Libardinos de secundaria**

En este apartado se presentan, analizan y discuten los resultados que dan cumplimiento al segundo objetivo “Desarrollar tres tareas matemáticas basadas en el objeto matemático Ecuaciones Lineales, que movilicen la CMC en los estudiantes de grado noveno” y al y tercer objetivo “Describir las características de la competencia comunicación matemática en estudiantes de grado noveno de la IELMV, organizados en comunidades de aprendizaje mediante la aplicación de tres tareas matemáticas relacionadas con el objeto matemático Ecuaciones Lineales, que orientaron la investigación.

En relación con el desarrollo de las tareas, en su diseño se tuvo en cuenta diferentes aspectos que favorecieran los propósitos de la investigación, tales como la cotidianidad de los estudiantes, la complejidad creciente de las demandas en las tareas y las herramientas TIC. Se plantea una tarea que logre identificar a la mayoría de estudiantes con un suceso muy común y que moviliza sentimientos y emociones. Es así como surge la tarea de los quince años cumplidos de una niña, que se enfrenta a una decisión entre los regalos que le ofrecen sus padres. Teniendo en cuenta que el cumplimiento de los quince años se ha convertido en un acontecimiento muy conversado entre los estudiantes del grado noveno.

Otro aspecto importante que se tuvo en cuenta para el diseño de las tareas fue el nivel de complejidad creciente. En varias tareas se comenzó con actividades cuyo nivel de complejidad fuera de reproducción, incluso en algunas ocasiones el inició fue un juego o una actividad fuera del aula, dándole paso a la creatividad y a la resolución de problemas de manera conjunta. A medida que avanza la tarea también se incrementa el nivel de complejidad en cada una de las actividades propuesta. Comenzando desde la reproducción hasta llegar a la reflexión según García (2013).

Resaltamos en las tareas la pertinencia del uso de las herramientas TIC, por tal razón, se propuso en algunas actividades, que requirieran el uso del blog como forma de participación y socialización de ideas. Como también el uso de programas especializados en matemáticas como el GeoGebra quien nos permite con su dinamismo observar algunas características del lenguaje gráfico que son muy poco apreciables en el papel o el tablero.

La aplicación de las tareas matemáticas permitió analizar y discutir los resultados teniendo en cuenta los elementos o habilidades que caracterizan la CMC que para esta investigación han resultado relevantes estos son codificación decodificación, traducción, argumentación, descripción y argumentación.

### **5.2.1 Codificar y decodificar**

En este capítulo se presentan las formas como los estudiantes de secundaria de la IE Libardo Madrid Valderrama expresan las características de la competencia comunicar relacionadas con los procesos de codificar y decodificar. La tarea inicia con un primer punto que tiene un nivel de complejidad de reproducción. En este punto los estudiantes sin mucha dificultad logran realizar la tarea. Los principales obstáculos radican en el lenguaje, en el cambio de registros, pues deben pasar de un lenguaje natural a un lenguaje aritmético.

Según Alsina y Planas (2008) con el juego es posible tratar distintos tipos de conocimientos, habilidades y actitudes hacia las matemáticas. En este sentido se usa el juego para aflorar habilidades y comportamientos relacionados con la competencia comunicar, esta acción permitió que los estudiantes se introdujeran en un proceso de decodificación planteado en las acciones para descifrar el número de un enunciado que fu precisamente la esencia del juego. En algunas ocasiones los estudiantes se confundían al intentar descifrarlo, por esta razón salían dos y hasta tres del mismo equipo a recoger la flor (Anexo A), Anticipando esta situación se formularon dos preguntas, La primera, ¿qué dificultades encontraron para descifrar el



número equivalente del enunciado? Obteniendo una respuesta generalizada que expresa que se tuvo pocas dificultades entre las que se mencionan:

- C1<sup>1</sup>: *“muy pocas dificultades porque las operaciones que nos daba la maestra no tenían mucha dificultad”*.
- C2: *“la dificultad fue que no tuvimos una buena comprensión del enunciado”*
- C3: *“que no había una buena comunicación y a veces uno se confundía y salían de tres personas”*.
- C7: *“Encontramos dificultad en la segunda, porque no sabíamos que el opuesto era una operación”*.
- C5: *“atención y concentración al descifrar el número”*.

En otras de las respuestas se nota que la consigna no fue bien interpretada lo que se evidencia en expresiones como:

- C4: *“-no se escuchaba bien, -la velocidad, .la distancia, -la agilidad para resolver”*
- C6 *“la única dificultad que teníamos era que había mucho ruido en el lugar que estábamos”*.

Algunos estudiantes tienen dificultad en asociar determinado término con la operación correspondiente. Aquí se evidencia la carencia de algunos en cuanto a conocimientos matemáticos, pues deberían estar conceptualizados por ellos en noveno grado.

Finalmente terminamos la sección introduciendo el punto 3 de la tarea para que lo contesten de manera individual. Se les indica a los estudiantes que escriban la definición de algunos términos con sus propias palabras y teniendo en cuenta lo que hemos visto en las clases. Se socializan algunas definiciones hechas por los estudiantes a nivel grupal y se entra a argumentar la definición formal. Los estudiantes en su mayoría están de acuerdo con que las actividades propuestas en cada tarea presentan una demanda cognitiva diferente, esto es que el nivel de complejidad va aumentando de una actividad a la otra y de una tarea a la otra. Con reacción a esto la demanda cognitiva estuvo relacionada con el proceso de codificación que

---

<sup>1</sup> C1: Comunidad de aprendizaje 1; C2: Comunidad de aprendizaje 2; C3: Comunidad de aprendizaje...

como lo expresa Rivas (Citado por García 2013) está estrechamente articulado con la construcción del conocimiento en este sentido se observa como el estudiante en el desarrollo de la actividad de aprendizaje a partir de cada uno de los tres enunciados construye la manera de llegar al resultado sea este acertado o no. Primero se les preguntó cómo se habían sentido con la actividad en la cacha a lo respondieron que muy bien, luego se les pregunta por la dificultad que hubo para descifrar el número del enunciado y algunos argumentaban que en ocasiones no se escuchaba, otros decían que no era tan sencillo saber qué operaciones realizar.

Otra de las actividades que llamó particularmente la atención fue la actividad 1 punto en la que se les entrega a los estudiantes la expresión algebraica y ellos debían codificar y descodificar

Tabla 1. *Respuestas Tarea 1, punto 3.*

“El triple de un número más ocho es igual a 48” registro (C1,C2)	“un número” registro (C1,C2,C3,C4,C6,C7,C8)	“Un número = Y” registro (C1,C2,C3,C4,C6,C7,C8)	<b><math>3y + 8 = 48</math></b>
“El triple de un número más 8 es 48” registro (C3,C4,C7)			
“Tres multiplicado por un número aumentado en ocho es 48” registro C6	“La edad de un perro” registro C5	“Edad del perro = Y” registro C5	
“la edad de un perro más 3 por 8 = 48” registro C5			

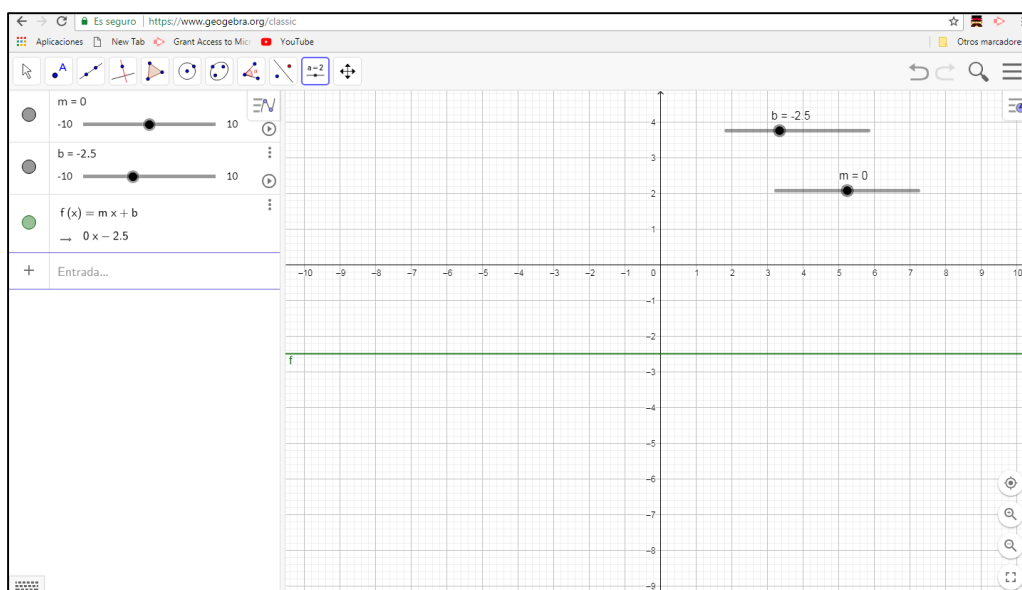
Fuente: Elaboración propia, 2018.

#### Análisis Tarea con GeoGebra.

Como ya es sabido, el uso del computador se ha convertido en una herramienta poderosa en los procesos de enseñanza-aprendizaje, cobrando más auge gracias a las bondades de la globalización y por ende de la comunicación. Cada día más niños y jóvenes se encuentran inmersos en una cultura cibernética, es por eso que aprovechando la difusión de muchos software especializados en el área de matemáticas proponemos una actividad para el uso del GeoGebra, ya que moviliza procesos de decodificación al interpretar imágenes, en este caso gráficos, que no se encuentran estáticos como en el papel o el tablero, sino que son móviles,

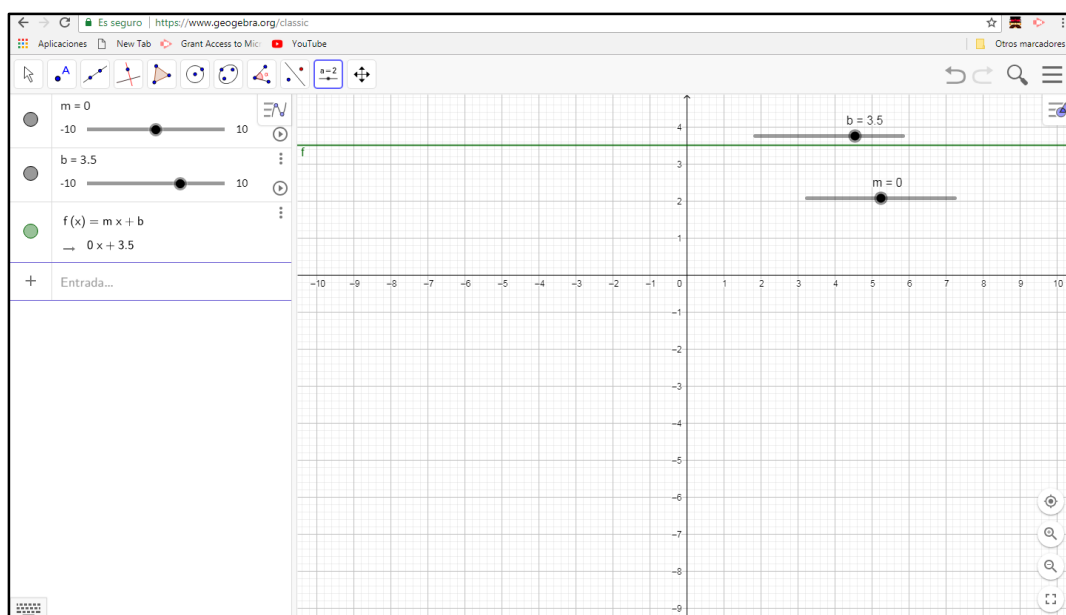
brindando esta característica una comprensión diferente como es el caso del análisis del parámetro pendiente y punto de intersección.

Cuando se les pide a los estudiantes que mantengan en cero el parámetro pendiente y moviencen en un rango de  $(-5,5)$  el parámetro punto de intersección, se obtuvo los siguientes resultados:



*Fuente 8. Pantallazo actividad GeoGebra, decodificación.*

Fuente: Elaboración propia, 2018



*Figura 9. Actividad GeoGebra, Decodificación 2*

Fuente: pantallazo GeoGebra

De las ocho comunidades: 3 de 8 no responden la pregunta. 1 de 8 contesta que “las gráficas son rectas”. 1 de 8 responde que “las gráficas son una línea recta sobre el eje x”. 2 de 8 responden que “las gráficas son afín”. 1 de 8 responde “es afín y es una línea recta”.

La decodificación que realizan los estudiantes es muy insipiente, pues se limitan a observar algunas características de las gráficas sin realizar ningún tipo de asociación con sus saberes previos, tal como la comparación entre las rectas que son paralelas entre ellas y al eje X. También se observa que el movimiento mostrado por las rectas es de traslación, resultando más compleja su interpretación.

Luego se les indica que ubiquen el deslizador punto de intersección en 5, lo que genera la gráfica  $Y=5$ , se les pide que escriban tres parejas que pertenezcan a esta recta.

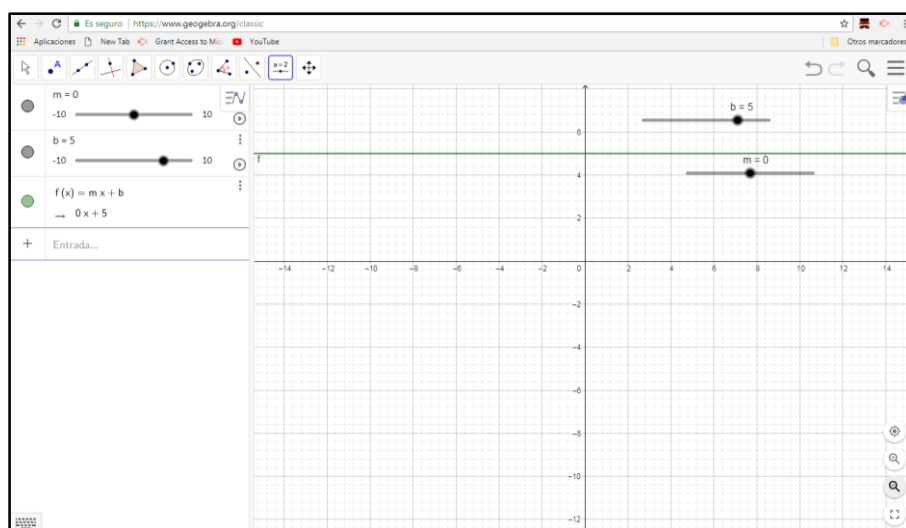


Figura 10. Decodificación, Actividad Geogebra pantallazo.

Fuente: GeoGebra pantallazo

Tenemos los siguientes resultados: 1 de 8 escribe 1 coordenada (0,5). 1 de 8 escribe las coordenadas de la siguiente manera: “ $f(x) 0x+5$ ,  $f(x) 0x+3$ ,  $f(x) 0x+2$ ”. 6 de 8 comunidades no responden la pregunta. La interpretación de las gráficas se dificultó para los estudiantes, esto se debe a que se maneja otro tipo de registro gráfico pero, en un entorno diferente al del papel o el tablero. Al parecer una sola comunidad entiende la consigna y logra escribir una coordenada de las tres que se le piden. Otra comunidad trata de escribir las coordenadas en

lenguaje algebraico y finalmente la gran mayoría no responden al no decodificar primeramente la consigna y luego el gráfico en un entorno virtual.

Ahora se les pide a los estudiantes que sitúen el deslizador en  $b=0$  y muevan el deslizador  $m$   $(-5,5)$  y se les pregunta que si todas las gráficas pasan por el mismo punto y cuál era ese punto.

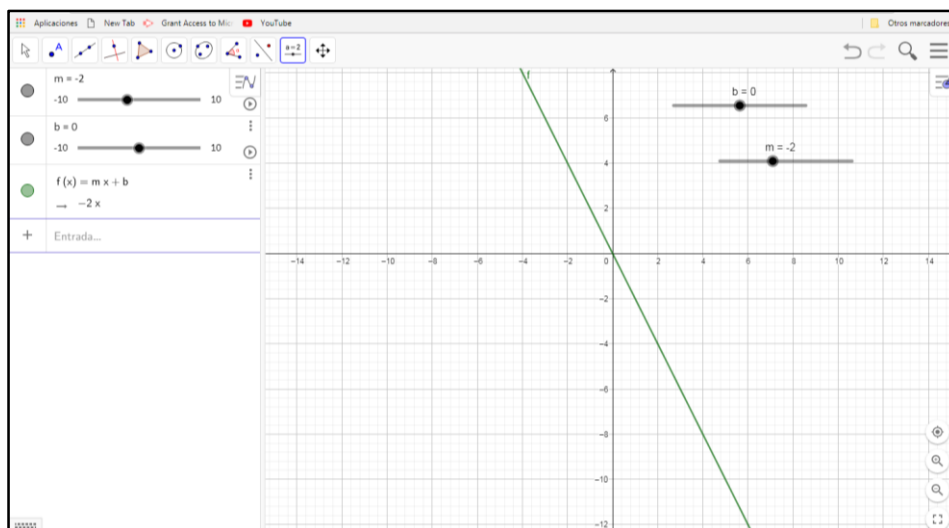


Figura 11. Pantallazo GeoGebra, Actividad decodificación.

Fuente: pantallazo GeoGebra, 2018

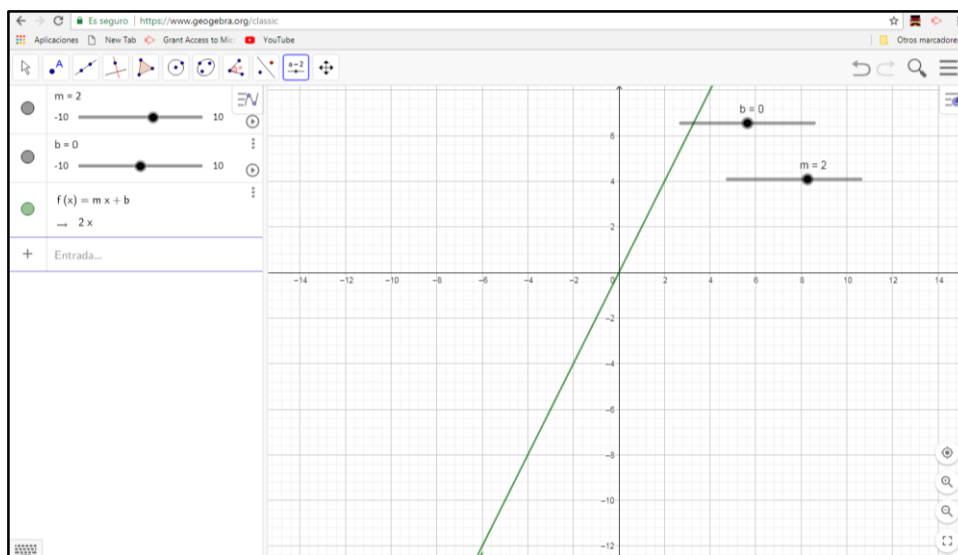


Figura 12. Pantallazo GeoGebra, actividad decodificación

Fuente; GeoGebra

Tenemos los siguientes resultados: 3 de 8 no responden la pregunta. 4 de 8 responden que “si pasan por el mismo punto y el punto es cero”. 1 de 8 responde “Si porque todas las gráficas pasan por el mismo punto inicial (0,0)”

En este punto el nivel de interpretación es mayor debido a que las gráficas muestran un movimiento de rotación con un punto fijo que es (0,0).

Luego se les pide a los estudiantes que ubiquen la pendiente en posiciones positivas y negativas y se les pregunta cómo son las gráficas si creciente o decrecientes. Tenemos los siguientes resultados: 3 de 8 no responden la pregunta. 1 de 8 responde: “para una es creciente y para otra decreciente”. 4 de 8 responden “cuando  $m$  es positiva la gráfica es creciente y cuando  $m$  es negativa la gráfica es decreciente”.

La comparación entre el signo de la pendiente y el crecimiento de la gráfica se identifica en la mayoría de las comunidades, debido a que el nivel de decodificación se realiza adecuadamente. Cuando se realiza una asociación o coordinación entre un símbolo negativo con decrecimiento y un símbolo positivo con el crecimiento. Según Duval cuando hay una coordinación interna entre los diferentes sistemas de registros, hay una mayor comprensión. Para los estudiantes es más comprensible asociar el signo menos con decrecimiento y el más con crecimiento.

### **5.2.2 Traducir en secundaria, una tarea por desarrollar**

Para iniciar este capítulo se tiene en cuenta que uno de los aspectos más importantes de la comunicación es poder transformar de un lenguaje a otro, para el presente estudio esa transformación se da entre los lenguajes naturales y matemáticos. En las diferentes tareas planteadas se han desarrollado acciones que ponen al estudiante en situaciones constantes en las que debe hacer uso de traducciones, “ya que la actividad matemática se realiza en contextos de representación” y esas representaciones requieren de transformaciones de un registro a otro.

Estos registros deben ser claros y consistentes para que el desarrollo de la tarea propuesta lleve a que el estudiante la pueda resolver adecuadamente sin importar la forma como la traduzca siempre y cuando los registros sean coherentes.

Las matemáticas contienen diferentes lenguajes y cada objeto matemático se puede representar en diferentes registros semióticos, como es posible observar en el ejercicio de la tarea 1 momento 2, donde se les pide a los estudiantes que llenen una tabla que requiere pasar de un lenguaje natural a un lenguaje aritmético (Tabla 1). En la cual se observa que el registro planteando el número del enunciado resulta fácil para la mayoría de las comunidades (7 de 8), pero el registro con las operaciones, la expresión algebraica y el resultado develan que menos cantidad de comunidades lo realiza adecuadamente.

Tabla 2. Ejercicios para codificar, decodificar y traducir expresiones matemáticas

Enunciado	Número del enunciado	Operaciones	Expresiones	Resultado
El cuadrado del cinco disminuido en siete	“5” registro de las comunidades C1, C2, C3, C5, C6, C7, C8.	“Potenciación y radicación” Registro de las comunidades (C1, C2, C6, C7)	“ $5^2 - 7$ ” Registro de las comunidades (C1, C2, C4, C6, C7).	“18” Registro de las comunidades (C1, C2, C6, C7)
	“5 <sup>2</sup> ” Registro de la comunidad C4	“Multiplicación y Radicación” Registro de las comunidades (C3, C4, C5, C8)	“ $4(5) - 7$ ” Registro de las comunidades (C3, C5, C8)	“13” Registro de las comunidades (C3, C5, C8) “3” Registro de la comunidad C4
El opuesto de menos cinco multiplicado por dos	“-5” Registro de las comunidades (C5, C6, C7)	“Multiplicación y Opuesto” Registro de las comunidades (C6, C7)	“ $-(-5)*2$ ” Registro de la comunidad C6	“10” Registro de las comunidades (C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8)
	“5” Registro de las comunidades (C1, C2, C3, C4, C8)	“Multiplicación” Registro de las comunidades (C1, C2, C3, C4, C5, C8)	“-5 + 5*2” Registro de la comunidad C4 “5 <sup>2</sup> ” registro de la comunidad C5 “5*2” Registro de las comunidades (C1, C2, C3, C7, C8)	
La raíz cuadrada de 100 dividida entre dos	“100” Registro de las comunidades (C1, C2, C3, C5, C6)	“Radicación y División” registro de las comunidades (C1, C2, C4, C6, C7)	“ $\sqrt{100} \div 2$ ” Registro de las comunidades (C1, C2, C4, C6, C7)	“5” Registro de las comunidades (C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8)
	“10” Registro de las comunidades (C7, C8)	“División” Registro de las comunidades (C3, C5, C8)	“ $10 \div 2$ ” Registro de las comunidades (C3, C8)	
	“ $\sqrt{100}$ ” Registro de			

	la comunidad (C4)			
--	-------------------	--	--	--

Fuente: Elaboración propia, 2018.

En este orden de ideas, cuando el estudiante plantea una expresión aritmética para el enunciado que se le proporciona, se evidencia un proceso de traducción, ya que estaría pasando de un registro semiótico a otro, en este caso del lenguaje natural al lenguaje aritmético. Por ejemplo “*El cuadrado del cinco disminuido en siete*” fue representado por los estudiantes de dos formas diferentes:

$$(1) \text{ “}5^2 - 7\text{”}$$

$$(2) \text{ “}4(5) - 7\text{”}$$

La expresión (1) fue usada por cinco comunidades de aprendizaje y la expresión 2 fue usada por tres comunidades que no lograron traducir adecuadamente. En este último caso se evidencia una deficiencia en relacionar el cuadrado con una multiplicación y no con una potenciación. Cuando se realiza la traducción de un lenguaje a otro se implican procesos como la codificación y decodificación, si alguno de estos procesos no se realiza correctamente la traducción no corresponderá con la información inicial, por tanto al retomar, en este caso, se acota que hubo un problema en la codificación de las operaciones y posiblemente hubo dificultad en la descodificación al interpretar el cuadrado como una multiplicación, esto llevó a codificar mal y por ende a que la traducción no se hiciera correctamente. En el mismo ejercicio, se observa otro enunciado en el que los estudiantes mostraron mayor dificultad a la hora de la traducción, propiamente el caso “El opuesto de menos cinco multiplicado por dos”, en el que tan sólo una comunidad logró traducirlo a “ $-(-5) * 2$ ”, las otras siete comunidades lo traducen de tres formas diferentes (erradas) como sigue:

$$\text{“}-5 + 5*2\text{”}$$

$$\text{“}5^2\text{”}$$

$$\text{“}5*2\text{”}$$

Estas expresiones evidencian una vez más que los estudiantes presentan dificultad al tratar de relacionar la expresión del lenguaje natural con la operación que le representa, en este



ejemplo no reconocen el opuesto como una operación, lo que los lleva a ese resultado errado. Algunos conceptos matemáticos tales como el cuadrado o el opuesto de un número les resultaba extraño a algunos estudiantes.

En el desarrollo de la misma tarea se pide a los estudiantes que realicen el punto 2 de la tarea 1, pero ya no con un número sino con un símbolo obteniendo como resultados como el que se muestra en la Tabla 3.

Tabla 3. *Actividad tarea uno traducción*

Enunciado	símbolo	Operaciones	Expresión	Resultado
El doble del número cinco aumentado en tres.	"X" Registro de las comunidades (C2,C3,C5,C6,C7,C8)	"Multiplicación y Suma" Registro de las comunidades (C2,C3,C5,C6,C7,C8)	" $2(X) + 3$ " Registro de las comunidades (C2,C3,C5,C6,C7,C8)	"no se puede determinar porque no se conoce el número de las variables" Registro de la comunidad C7
				"N/R" Registro de las comunidades (C2,C3,C6)
				"13" Registro de las comunidades (C5,C8)
El cuadrado del cinco disminuido en siete	"X" Registro de las comunidades (C2,C3,C5,C6,C7,C8)	"Potenciación y Resta" Registro de las comunidades (C2,C3,C7)	" $X^2-7$ " Registro de las comunidades (C2,C3,C6,C7)	"no se puede determinar porque no se conoce el número de las variables" Registro de la comunidad C7
		"Multiplicación y Resta" Registro de las comunidades (C5,C6,C8)	" $4X-7$ " Registro de las comunidades (C5,C8)	"N/R" Registro de las comunidades (C2,C3,C6)

Fuente: Elaboración propia, 2018.

En este punto aumenta el nivel de complejidad a un nivel de conexión, evidenciando con las acciones de los estudiantes la dificultad para reconstruir el cuadro con la variante de no conocer el número y asignarle un símbolo, por ejemplo, para los estudiantes no fue fácil asignar el símbolo "X", situación en la cual el maestro tuvo que intervenir realizando aclaraciones y resolviendo dudas, luego de darles alguna retroalimentación, logran llenar la columna de asignación del símbolo, pero a la hora de escribir el resultado surgen respuestas de las comunidades en las que resuelven la ecuación asignándole un valor, lo que bajo este registro semiótico no es posible, lo que sustenta la idea de que si no se da adecuadamente el proceso de traducción mediante alguna de las maneras posibles según la representación más conveniente, a la hora de resolver una situación problema se va a presentar dificultades para llegar a la

respuesta correcta, por lo que Duval (citado por García, 2011, p. 70) dice que la “Operación de conversión no es trivial, ni cognitivamente neutra” refiriéndose a la complejidad que tiene representar un objeto matemático para proceder correctamente.

Otro ejemplo del proceso de traducción es el punto en el cual los estudiantes a partir de la ecuación debían escribir el enunciado del problema es decir traducir del lenguaje algebraico al lenguaje natural, como se muestra en la Tabla 4.

Tabla 4. Traduciendo del lenguaje algebraico a otros lenguajes

Enunciado	Variable	Asignación de símbolo a la variable	Ecuación
<b>Los días que faltan para que se acabe el año si estamos a 21 de abril.</b>	“los días que faltan para que se acabe el año” registro C7	“los días que faltan para que se acabe el año = X” registro C7	“ $365 - 111 = X$ ” registro (C1, C2, C4)
	“los días que faltan” registro (C2, C4, C5, C6, C8)	“Los días que faltan = X” registro (C2, C4, C5, C8)	“ $365 - 110 = X$ ” registro (C3, C7, C8)
	“los días” registro (C1, C3)	“Los días = X” registro (C1, C3C6)	“ $21 + 90 - 365 = X$ ” registro C6
			“ $X - 21 = 254$ ” registro C5

Fuente: Elaboración propia, 2018

De esta forma, se resalta sobre estos resultados que lo que no permite tener una correcta traducción en este caso es la decodificación o interpretación de las operaciones más que de los números, como lo dice Duval “los símbolos de las operaciones prevalecen sobre los símbolos que representan a los números” para los estudiantes resultan más complejo interpretar una operación que un número.

#### *El problema de Mariana*

Una de las tareas que presentó resultados interesantes al exponer determinadas habilidades para el proceso de traducción fue la presentación del problema de Mariana, una situación de la vida cotidiana cercana a los estudiantes el cual fue diseñado por la docente investigadora partiendo del contexto de los estudiantes el cual mostro desde el dominio afectivo propuesto por algunos autores como McLeod (1992, citado por García 2011), Martínez y

Oswaldo (2008, Citado por García 2011) en el que las representaciones hechas por los estudiantes están relacionadas con la cognición humana y las acciones de aceptación o rechazo para este caso de los objetos matemáticos o situaciones que los enuncian. De esta forma los estudiantes se sintieron con determinada solicitud de conocimiento para el desarrollo de la tarea en mención al sentirse identificados con ella.

*Figura 13. Problema de Mariana Parte 1.*

Figura 1. Problema de Mariana Parte 1.  
 Mariana cumplirá dentro de poco sus quince años. Sus padres le han ofrecido tres cosas para que escoja como regalo de cumpleaños. La primera es una fiesta que costaría \$3.600.000, la segunda es un viaje que costaría \$3.000.000 y la tercera es una alcoba propia. Mariana piensa en la propuesta de sus padres y llega a la siguiente conclusión: La fiesta solo dura una noche, por tanto, no escogeré esa opción. El viaje sólo dura una semana, por tanto, no escogeré esa opción. La alcoba durará varios años, por tanto, escogeré esa opción. Con la tercera parte del costo de la fiesta, más la quinta parte del costo viaje, le quedarían faltando la décima parte del costo de la alcoba. ¿Cuánto cuesta la alcoba?

Fuente: Elaboración propia, 2018

Por otra parte, el problema de Mariana (Figura 13) ya no fue un simple ejercicio de transformación de un lenguaje a otro, o una solución de una operación, sino que se constituyó en un ejercicio complejo en el que los estudiantes y las comunidades de aprendizaje se vieron inmersos en procesos de representación y traducción que afloraron como se mencionó antes habilidades muy interesantes, de las cuales algunas son descritas a continuación.

Cuando se les planteó la situación problema los estudiantes se sintieron muy identificados sobre todo las niñas que están próximas a cumplir los quince años. Cuando se les expuso la situación problema algunos propusieron seguir una ruta diferente a la que traza la docente con el derrotero de preguntas que hace. Los estudiantes tienden a resolver operaciones primeramente y logran hallar las condiciones de los datos conocidos, tales como la tercera parte del costo de la fiesta o la quinta parte del costo del viaje, pero cuando llegan a la décima parte de la alcoba encuentran mucha dificultad. No logran expresar en lenguaje algebraico la décima parte de la alcoba. Otra gran dificultad radica en no poder conceptualizar el objeto matemático

fracciones. Hay gran dificultad en entender la lectura del enunciado. Por otra parte, se nota falencias en despejar la variable en una ecuación.

Otra oportunidad que brindo el problema de Mariana fue poder observar como representan los estudiantes las cantidades desconocidas siendo importante para este análisis decir que, de las cuatro comunidades, una solamente pensó en usar un símbolo diferente para cada una de las cantidades expresadas en el problema (precio de la fiesta, precio del juego de alcoba y precio del viaje) representándolas como:  $y$ ,  $m$  y  $t$ . (Tabla 4). Las otras tres comunidades representaron todas las cantidades con una sola expresión.

**Tabla 5.** Pregunta 3, tarea 2. Expresión algebraica del problema de Mariana.

Pregunta	C2	C4	C5	C6
¿Cómo expresarías la situación en un lenguaje algebraico?	$\frac{3600000}{3}$ $+ \frac{3000000}{5} + \frac{?}{10}$ $= ?$ $(1200000 + 600000) + \frac{?}{10}$ $= ?$ $1800000 + \frac{?}{10} = ?$ $1800000 + \frac{?}{10} - \frac{?}{10} = ? - \frac{?}{10}$ $\frac{?}{10} = ? - \frac{?}{10}$ $1800000 + 0 = x - \frac{?}{10}$ $180000 = 0$ <p>La alcoba costó 1800000</p>	$\frac{3600000}{3} = 1200000$ <p>Fiesta</p> $\frac{3000000}{5} = 600000 \text{ viaje}$ $\frac{?}{10} = ? \text{ Alcoba}$ <p>1200000 1800000 + 600000 *</p> <p>10% = 1800000 = 180000</p> <p>X = precio de alcoba X = 1800000 + <math>\frac{10}{100}</math> x 0.1</p>	$\frac{?}{3} + \frac{?}{4} + \frac{?}{10} = 1980000$	$\frac{3600000}{3} = 1200000$ $\frac{3000000}{5} = 600000$ $\frac{?}{10} = \frac{1800000}{10} = 180000 + 1800000$ $= 1980000$ <p>X = 1980000</p>

Fuente: Elaboración propia. Nota: las comunidades 1, 3, 7 y 8 no responden la pregunta.

En el segundo momento de esta sección algunos estudiantes salen al tablero para compartir sus respuestas con los compañeros. Se evidencia la necesidad de una constante retroalimentación por parte del docente para plantear una expresión algebraica que traduzca la situación problema. Una vez se corrige con la ayuda de la docente expresan haber entendido, pero dicen que el problema es muy complejo pues toca realizar muchos procesos para llegar al resultado.

Al final de la aplicación de las tareas se retoma el problema de Mariana, presentando una situación cotidiana un poco más compleja que la parte 1, en la que el estudiante debe realizar una serie de representaciones del objeto matemático ecuaciones lineales para finalmente llegar a la respuesta que le permita dar solución a la problemática propuesta.

*Figura 14. Problema de Mariana parte 2.*

4. Mariana cumplirá dentro de poco sus quince años. Sus padres le han ofrecido tres cosas para que escoja como regalo de cumpleaños. La primera es una fiesta, la segunda un viaje y la tercera es un juego de alcoba. Mariana piensa en la propuesta de sus padres y decide preguntar a sus compañeros de clases cuál sería la opción más acertada a escoger si tienen los siguientes datos:

a. Los costos de la fiesta depende de la cantidad de invitados. Mariana decide invitar a todos los compañeros de su salón. Los costos fijos: salón de eventos, vestuarios, videos y fotos con un costo de \$2.000.000 y los otros costos dependerían de la cantidad de personas que inviten como comida, tarjetas y bebida que tendrían un costo de \$44.000 por persona. ¿Cuál sería el costo de la fiesta si tiene 39 compañeros y sus familiares serían 40 personas?

b. Los costos del viaje dependen del lugar a donde vaya. Esto implica que si van a Cartagena, San Andrés o Cancún los costos fijos serían \$ 2.000.000 que corresponderían a compras, comida y hotel. Los costos del transporte serían \$4700 y dependen de la cantidad de millas. ¿cuál sería el costo del viaje si decide ir a Cartagena que está a 650 millas o san Andrés que está a 720 millas o Cancún que está a 1405 millas?

c. Los costos de la alcoba dependen del material de construcción. Los costos fijos serían \$ 1.500.000 que corresponden al colchón, las cortinas y el televisor. Si la hace en madera costaría \$38.000, en acero galvanizado \$22000 y en hierro \$ 16000. ¿Cuál sería el costo de la alcoba en cada material si necesitaría un total de 80 metros lineales para la construcción de la cama, nocheros y closet?

Fuente: Elaboración propia, 2018.

En primer lugar, la solicitud al estudiante de cambiar de un lenguaje a otro se inicia planteándole algunas preguntas que antes de derivar en el proceso de traducción, lo llevan a reflexionar sobre el proceso, lo que permite analizar la manera o forma como los estudiantes conciben dicho proceso, primero se les indaga por los datos desconocidos y conocidos, con el fin de que los estudiantes identifiquen información útil para construir las representaciones y las formas como las va a articular, para llegar a una posible solución. De esta indagación como se observa en la Tabla 6, seis de las ocho comunidades de aprendizaje están de acuerdo desconocer el valor, costo o precio de la alcoba, al que algunos de una vez le asignan un símbolo iniciando

así con una de las posibles representaciones semióticas de la situación, así como las mismas seis comunidades expresan conocer el precio del viaje y de la fiesta.

**Tabla 6.** Preguntas 1 y 2, problema de Mariana.

Preguntas	C1	C2	C4	C5	C6	C7
¿Qué datos desconoces del problema?	El precio de la alcoba	El costo de la alcoba	El costo de la alcoba $x$	Valor de la alcoba	El dato desconocido es el valor de la alcoba = $X$	El valor de la alcoba
¿Qué datos conoces del problema?	El precio del viaje y la fiesta	El precio de la fiesta y del viaje	El de la fiesta y el del viaje	El precio de la fiesta y el viaje	Cuánto cuesta el viaje y la fiesta.	El costo de la fiesta y el costo del viaje

**Fuente:** Elaboración propia, 2018. Nota: la comunidad 3 y la 7 no responden.

### *Traduciendo con trazos, dibujos e imágenes*

La tarea 3 implicó la traducción de un lenguaje natural inmerso en una situación de la vida cotidiana al lenguaje gráfico. Los estudiantes en atención a las solicitudes realizadas en este punto de la tarea logran desarrollar una serie de representaciones gráficas con las cuales expresan la forma como la han entendido. Se indaga acerca de la manera en que se llevó el registro de los datos tomados en la cancha. Los registros que debían tomar eran la distancia recorrida y el tiempo que tardaron en el recorrido.

Una de las comunidades realiza la representación ubicando en el eje vertical la unidad de medida usada por el grupo que fue “pies” (la medida del largo del pie de uno de los estudiantes) patrón de medida que usaron de forma general las diferentes comunidades. Dentro de la comunidad los estudiantes se organizaron eligiendo cuál de los estudiantes realizaría los trazos, así los demás organizaron sus ideas para dar orientaciones sobre cómo hacerlo. De esta

forma, en la Figura 4 se presenta la gráfica en la cual los estudiantes plasmaron las carreras desarrolladas teniendo en cuenta la distancia recorrida y el tiempo transcurrido.

Para este primer caso los estudiantes trazan las gráficas de los dos recorridos, encontrando para cada una sus pendientes que les permite conocer la velocidad a la cual se desplazó cada uno de los estudiantes

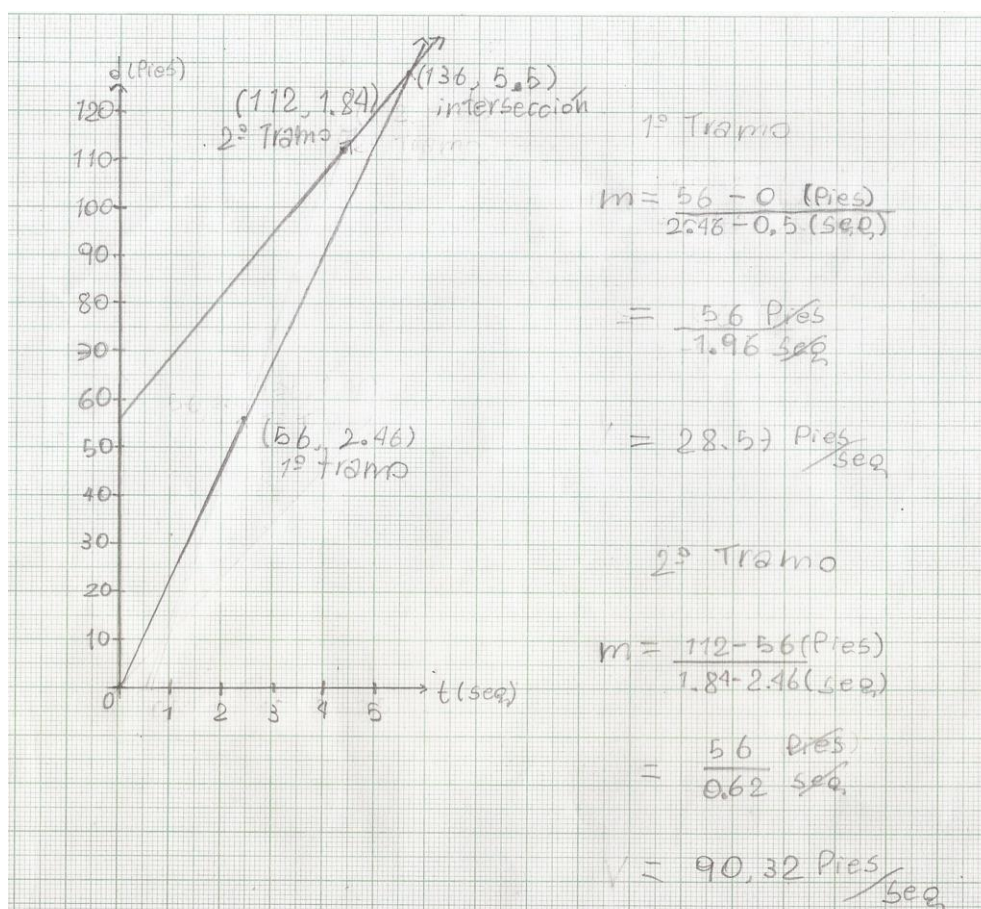


Figura 15. Gráfica tarea 3

Fuente: Elaboración propia, 2018.

Es importante mencionar la forma como los estudiantes plasman la realidad en las gráficas usando términos del lenguaje natural usados en el enunciado del problema como primer y segundo tramo, muestran la intención de los estudiantes para que el gráfico sea entendible y cercano a la realidad. La figura 15 tiene diversos elementos que reflejan la realidad de los eventos desarrollado por cuanto a partir de ellas es posible extraer información diversa.

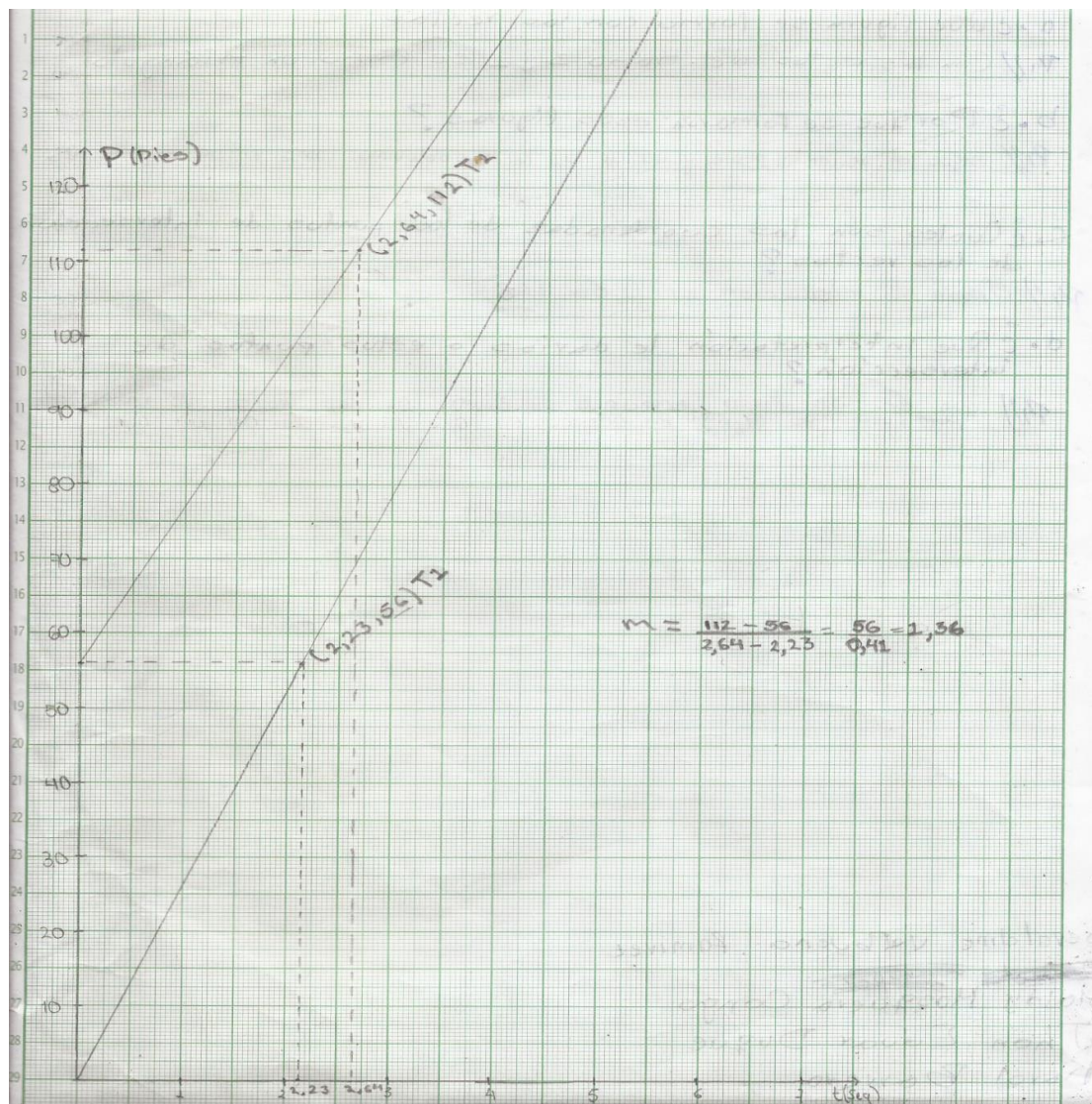


Figura 16. Gráfica 2 tarea 3.  
Fuente: Elaboración propia, 2018.

La figura 16 muestra las gráficas dibujadas por otra de las comunidades en las que se observan menos elementos que reflejan la realidad de los eventos desarrollados, en este sentido, los estudiantes usan unidades medidas para el tiempo (s) y la distancia (Pies). Los estudiantes no desarrollan las demandas completamente, lo que se evidencia en que no encuentran las dos pendientes o velocidades.

Llama la atención que acorde con la escala utilizada no es posible ver la intercepción de las rectas, a diferencia de la gráfica representada en la figura 15, en la que sí es posible



visualizarla. En ambas figuras se observa que los estudiantes tienen en cuenta la representación de la segunda trama que no parte del origen, sino de una distancia ya recorrida, detalle que resulta importante para poder explicar y entender el proceso llevado a cabo.

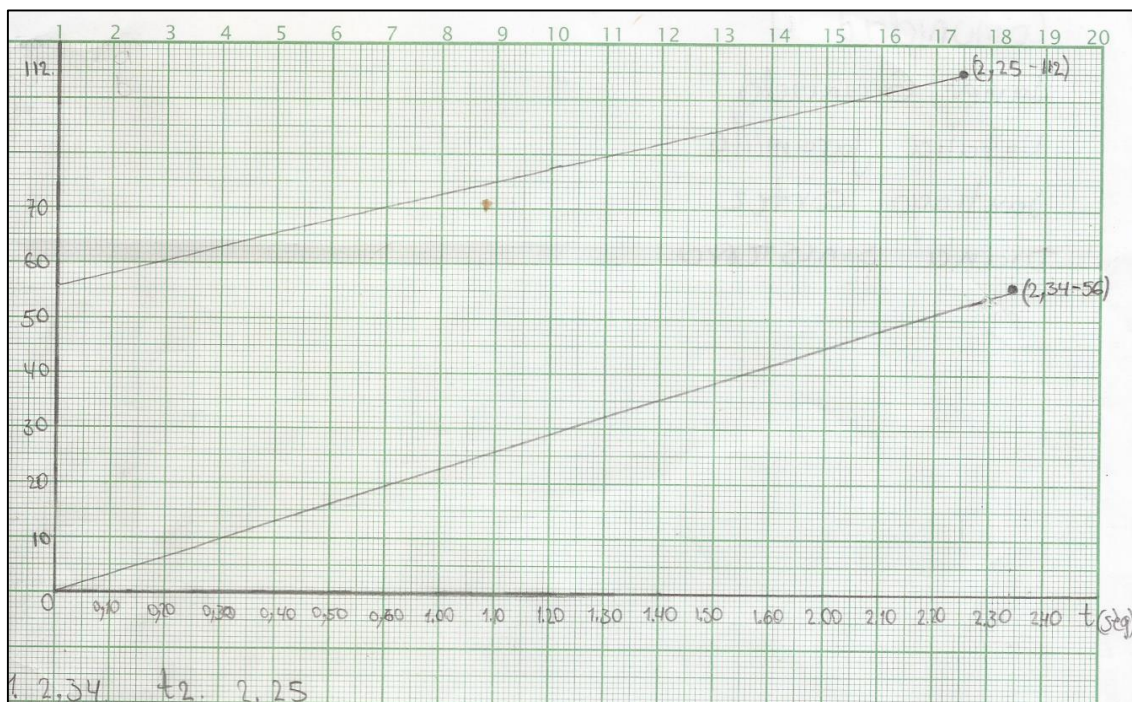


Figura 17. Gráfica 3, Tarea 3.  
Fuente: Elaboración propia, 2018

Por su parte en la figura 17 se observa que los estudiantes no registran la unidad de medida para el eje vertical, no encuentran las velocidades o pendientes de la recta, aspectos que dificultan de alguna manera la lectura de la gráfica, por cuanto no expresa completamente la realidad representada, a pesar de haber trazado las rectas.

### 5.2.3 Describir

La descripción tiene unas particularidades tales como el punto de vista. Se puede evidenciar lo que es importante en un hecho para un estudiante o una comunidad de aprendizaje por medio de la descripción, ya que ella nos proporciona una información acerca del autor, para el caso de nuestra investigación acerca de la comunidad de aprendizaje. La descripción nos

permite ahondar en el pensamiento de quien describe, cómo concibe determinada acción, qué le parece destacable.

Otro aspecto asociado a la descripción es la observación. Para llevar a cabo una descripción es necesario la interacción previa con el objeto o con la acción que se quiere describir. La descripción nos muestra cómo observa el estudiante o la comunidad, qué percepción se tiene de determinado objeto. Otro aspecto que resaltar en el proceso de descripción es el análisis y valoración que se hace una vez se realiza la observación, esto permite que la reflexión tome lugar en el proceso de descripción, dado que una vez se realiza la observación se pasa al detalle y profundización del objeto o de la acción a describir, dando paso a la reflexión acerca de las características observadas.

La descripción durante el desarrollo de las diferentes tareas matemáticas fue abordada mediante preguntas que según su estructura gramatical llevan a que los estudiantes describan los procesos seguidos en las diferentes demandas de a tarea.

La tabla 6, muestra que los estudiantes con esta pregunta participan usando términos matemáticos, cuatro de las cinco comunidades que participan lo hacen, a diferencia de otras respuestas en esta se observa una mayor apropiación de términos matemáticos, que les permiten realizar descripciones del proceso (sin decir que sean correctas o incorrectas)

*Tabla 7. Respuesta descripción. Tarea 2 punto 3b.*

preguntas	C1	C5	C6	C7	C8
¿Cómo se determinó el crecimiento o decrecimiento de la función?	Para hallar el crecimiento o decrecimiento observamos las gráficas teniendo en cuenta las coordenadas ya fueran positivas o negativas.	Ubicamos los puntos de las coordenadas en la recta y uniéndolos.	Mirando el tiempo que gastan (nos dan un valor por tiempo) cada vez que aumenta el tiempo, también aumenta el valor.	Viendo si aumenta los valores o bajan.	Hay que mirar el tiempo que se gasta (también nos dan un valor por tiempo) y cada vez que aumenta el tiempo y también aumenta el valor.

Fuente: Elaboración propia, 2018.

Otra respuesta que ha consideración la docente investigadora ser importante analizar, en términos de la forma como describen los estudiantes, es la que aparece en la tabla la cual se ve limitada cuando deben involucrar cantidades numéricas, por ejemplo, las respuestas de cinco comunidades a la solicitud “*describe el proceso*” para encontrar la respuesta de la primera parte del problema de Mariana, la comunidad uno si hace una descripción mencionando detalles del paso a paso, pero las otras cuatro se quedan cortas en términos para expresar lo que hicieron, tan sólo presentan el proceso numérico, es decir el conjunto de operaciones realizadas para llegar a la solución.

Tabla 8. *Respuesta descripción solución segunda parte problema de Mariana*

Pregunta					
Describe el proceso para encontrar la respuesta.	“Hallamos la tercera parte de la fiesta que es 1200000 y le sumamos la quinta parte del viaje que es 600000 y esto nos dio como resultado el 90% de la alcoba y le sumamos el 0,9% que es la décima parte del costo de la alcoba y lo sumamos y nos dio 1980000 que es el precio de la alcoba”	“Analizamos que datos teníamos y cuales no también leímos el enunciado y lo comprendimos”.	$3000000 \div 5 = 600000$ $3600000 \div 3 = 1200000$ Décima parte = 1800000  Costo de la alcoba = 1980000	Hallamos la tercera parte de la fiesta 1200000 y sumamos la quinta parte del viaje es 600000 eso da 1800000 luego se dividió por 10... hallo la incógnita.	$\frac{3600000}{3} = 1200000$ $\frac{3000000}{5} = 600000$ $\frac{90\%}{100\%} = 0,9 = 1800000$

Fuente: *Elaboración propia, 2018.*

Un punto de particular referencia es el relacionado con las respuestas de los estudiantes de la tarea 3, en el segundo momento, en las que dan solución a cuatro cuestiones que implican la descripción, así las tres comunidades cuyos resultados se muestran en las tabla 8, responden las preguntas mediante descripciones en las que hace uso del lenguaje natural y lo que logra incluir del lenguaje matemático, asignando a algunas palabras significados que no corresponden al contexto, por ejemplo la palabra *registro* la asumen como la observación del tiempo en el celular, siendo que en el contexto de la pregunta hace referencia a la forma como anotaron el dato en sus guías, como tiempo en segundos o distancia con el número de pies, entre otras formas que hubiesen podido hacer dicho registro.

Consecuentemente, las tres comunidades expresan que, sí es posible representar esos registros en un plano cartesiano, pero en las razones expuestas no logran describir con claridad cómo se haría dicho registro, para ejemplificar, la comunidad 2 dice que: *“Fijarse en el punto que se necesita tener o saber para obtener el otro. Por ejemplo, para saber cuánto duró el recorrido necesitamos saber la distancia que como porque depende de la distancia el tiempo será distancia”*

En este orden de ideas, las otras dos comunidades 1 y 3 expresan que *“se debe pensar en cuál sería la variable dependiente o independiente”*, expresión que no resuelve el problema, sino que vuelven a plantear la pregunta, pero de otra manera. Las comunidades 1 y 2, resuelven el último punto de esta parte de la tarea expresando que lo expresando que lo compararían con la misma fórmula, la comunidad 3 hace la comparación con la velocidad, en los tres casos se evidencia.

Figura 18. Respuestas Tarea 3 segundo momento punto 1a.

**C1**

a. R1) llevamos el tiempo del cronómetro el registrado del celular.

b. R1) Si con el tiempo y la distancia podríamos representarla.

c. R1) escogeríamos las variables pensando cuál es la dependiente y cuál la independiente.

d. R1) La podríamos calcular con la fórmula que es =  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} =$

e. La comparariamos con la misma fórmula.

**C2**

a. a través del cronómetro del celular

b. Si es un poco complicado entender pero si se puede

c. fijarse cual es el punto que se necesita tener o saber para obtener el otro. Ej: para saber como tiempo dice el recorrido necesitamos saber la distancia que como por ejemplo depende de la distancia el tiempo sera distancia

d.  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

e. la comparariamos con la misma fórmula

**C3**

a. llevamos los registros del tiempo y distancia con el cronómetro

b. Si podríamos representarlos

c. podríamos escoger las variables dependiente e independiente pensando y analizando cual sería la variable que necesitara de otra para poder cumplir una función.

d.  $m = \text{velocidad}$       e.  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  una fórmula

e. la pendiente la comparariamos con la velocidad:  $m = \text{velocidad}$

Fuente: Elaboración propia, 2018.

En la figura 18 aparece las respuestas al punto 1, segundo momento de la tarea 3, consignadas por estudiantes de otras de las comunidades, quienes no pudieron desarrollarla dentro del aula de clase lo hacen de forma virtual por medio de un blog que ha sido creado por la docente para dicho fin, de igual forma los estudiantes hacen referencia que muestra el uso de términos de forma diferente a la solicitada por la tarea. Igualmente se nota que falta comprensión de los enunciados lo que hace que los estudiantes contestes de acuerdo con lo que ellos entendieron más no a lo que realmente se ha preguntado.

*Figura 19. muestra de respuestas sobre descripción.*

o | <https://kennypsb.blogspot.com.co/2018/04/comunidad-1.html>

---

**Responder**



**Jhon Eduar** 7 de mayo de 2018, 17:09

a) ¿de que manera llevaron los registros en tu comunidad de tiempo y distancias recorridas?

R/ tomamos la distancia de la cancha con los pies y llevamos el tiempo recorrido utilizando un cronometro desde nuestros celulares

b) ¿podríamos representar esos registros en un plano cartesiano?

R/si, teniendo en cuenta los datos y sabiéndolos ubicar en el plano para que nos de la recta

c) ¿cuales serian los criterios para escoger las variables dependiente e independiente?

R/pues básicamente nuestro corredor tenia que recorrer una distancia en el menos tiempo posible, así que dependía la distancia del tiempo en que se demorara nuestro corredor en recorre ambos tramos

d) ¿como podríamos calcular las pendientes en cada tramo?

R/tendríamos que realizar la gráfica y observar en donde y cual es el valor de la pendiente

e) ¿con que compararíamos las pendientes de cada tramo?

R/pienso que se compararían ambas rectas con el tiempo que tardo nuestro corredor en recorrer tal distancia

**Responder Eliminar**

Introduce tu comentario...

Fuente: Elaboración propia, 2018.

En relación con el trabajo desarrollado como comunidades de aprendizaje, los estudiantes presentaron mayor fluidez al expresar oralmente sus ideas, una vez los estudiantes terminan de desarrollar las actividades propuestas en cada uno de los momentos de las tareas, socializan con la docente investigadora las respuestas que se trabajaron al interior de la comunidad. Así se invitó a un miembro de cada comunidad para que compartiera sus respuestas y también para que llenen las tablas o realicen el registro requerido, de tal manera que los resultados discuten y dialogan con todo el grupo, en el desarrollo de esta actividad se resuelven las dudas que hayan podido quedar en los estudiantes con la intervención del profesor acerca de los puntos desarrollados. Se evidencia el entusiasmo de los estudiantes al participar de la actividad de salir al tablero a compartir sus respuestas con los otros compañeros del salón.

### 5.2.4 Argumentar

Dentro de los procesos matemáticos es evidente que el comunicar constituye uno de los pilares, ya que es a través de este que se da la interacción en el aula, ya sea entre pares o entre estudiantes y docente, ya que por medio de él comunican su discurso en y con las matemáticas, dentro de la que es posible encontrar el proceso de argumentar el cual llama al estudiante a reconocer el papel que juegan las matemáticas en el mundo y a realizar juicios bien fundamentados (García, Coronado y Ospina; 2016).

Desde esta perspectiva en el desarrollo de las tareas se observa que los estudiantes movidos por las preguntas demandadas emiten juicios que develan sus concepciones sobre el trabajo desarrollado hasta el momento.

En este orden de ideas, en el ejemplo de la tabla 6, se pregunta a los estudiantes *¿Qué pasaría con el resultado sino conociéramos el número?* a lo que ellos responden cosas como que no es posible encontrar el resultado (50% de las comunidades), el 25% responde que el resultado sería diferente y el otro 25% expone que sería muy difícil y que igual es posible guiarse para llegar a un posible resultado.

Tabla 9. Preguntas para argumentar.

Pregunta	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
¿Qué pasaría con el resultado sino conociéramos el número?	No se podría hallar el resultado porque no conocemos el número que nos daría tal resultado	La operación sería diferente porque se tendría que hallar la incógnita.	Pues no se podría hallar el resultado de este número	Sería más difícil de encontrar	No habría resultado o tendríamos que hallarlo	No hallaríamos con el resultado.	El resultado sería diferente.	De igual manera nos podemos guiar con el enunciado para así poder sacar el resultado.
¿Consideras que el resultado depende del número? Justifica tu respuesta.	Si, porque sin un número no se puede hallar tal resultado, es decir si no existe por ejemplo 5 no podríamos hallar el	Pues si depende del número porque el resultado puede ser mayor o menor, positivo o negativo	Si porque si no tuviéramos el número no podríamos resolver las ecuaciones o hallar el número resultante.	Si porque para saber el resultado de algo se necesita saber a qué se está hallando aquel resultado.	Si, porque sin el número no habría resultado.	Si, porque sin el número no podríamos hallar el resultado.	Si, porque si fuera distinto el número también sería distinto el resultado	Si, porque depende si el número es mayor o menor.

	resultado del doble de 5.							
--	---------------------------	--	--	--	--	--	--	--

Fuente: Elaboración propia, 2018.

En la segunda pregunta en la que los estudiantes deben argumentar si el resultado depende del número, se observa que las ocho comunidades de aprendizaje dicen que sí, lo que resulta pertinente, pero es importante que los estudiantes se den cuenta que, aunque el número es el que permite obtener un resultado, al hacer la traducción correctamente y colocarle un valor que va a variar, se pueden obtener diferentes resultados.

La manera de argumentar de los estudiantes les permite expresar diferentes ideas en torno a la pregunta, por ejemplo, los estudiantes de la comunidad 1 dicen que *Si, porque sin un número no se puede hallar tal resultado, es decir si no existe por ejemplo 5 no podríamos hallar el resultado del doble de 5*. Por su parte la comunidad 2 argumenta que *“si, depende del número porque el resultado puede ser mayor o menor, positivo o negativo”*, argumento con el que pretenden evidenciar que puede dar cualquier otro resultado, ya que el nuevo valor podría ser otro número.

**Tabla 10.** *Pregunta argumentación tarea 2.*

preguntas	C5	C6
¿Qué debería agregar o quitar a las condiciones del problema para que las funciones expresadas sean afines?	Primero recogeríamos los datos.	Hacer que la constante de variación sea decreciente y sea una función continua. También que el dominio y el rango de la función coincidan con $\mathbb{R}$ (números reales).

Fuente: Elaboración propia, 2018

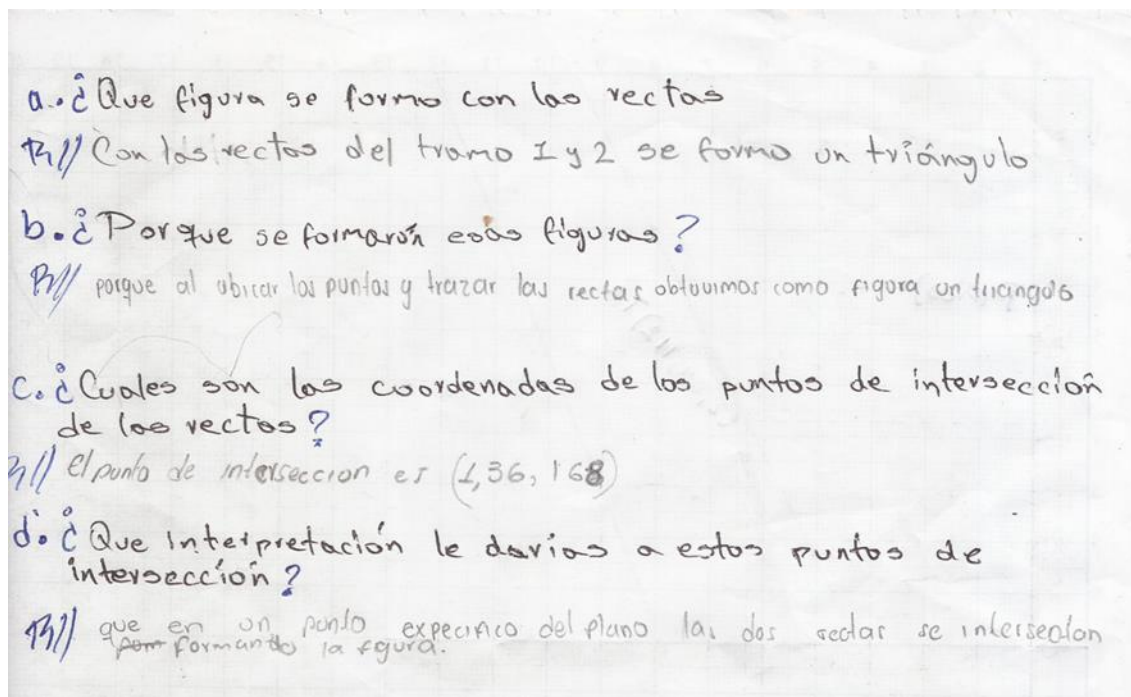
En este orden, otra de las preguntas que se realiza a los estudiantes es la que se presenta en la tabla 10, la cual la responde tan sólo dos comunidades de aprendizaje el resto no responde. Las respuestas de las dos comunidades son bien diferentes la comunidad 5 solo expresa de forma concreta que recogerían los datos. La comunidad 6 por su parte usa un lenguaje más matemático, logrando precisiones específicas como sigue: *“Hacer que la constante de*



variación sea decreciente y sea una función continua. También que el dominio y el rango de la función coincidan con  $\mathbb{R}$  (números reales)''.

Con el fin de exponer la argumentación se realizaron preguntas abiertas después de cada una de las actividades lo que permitió hacer que los estudiantes escribieran todo el tiempo, entre estas se destaca las preguntas correspondientes a la tarea 2 segundo momento punto 2, en la cual se les pregunta a los estudiantes después de realizar unas graficas a mano, una serie de cuestiones que le llevan a argumentar obteniendo las respuestas que aparecen en la figura 9, la cual evidencia que el proceso de argumentación de los estudiantes presenta falencias, por ejemplo se pregunta, por la figura que se forma al trazar dos rectas que se interceptan y acorde con esta pregunta se les cuestiona el por qué se forma, teniendo como respuesta: “*porque al ubicar los puntos y trazar las rectas obtuvimos como figura un triángulo*”, un argumento poco válido para explicar este hecho matemático, lo que dificulta la producción de argumentos, en lo escrito por los estudiantes no se observan relaciones entre los argumentos.

Figura 20. Respuestas Tarea 2, segundo momento, punto 2.



Fuente: Elaboración, propia 2018.

### 5.2.5 Persistencia y disposición

Se encontró que en varias de las actividades algunas comunidades no mostraron persistencia para el desarrollo adecuado de la tarea, por ejemplo en la tarea diagnóstica en el punto en que debían representar en el plano cartesiano una función y determinar su crecimiento,  $f(x) = 3x - 5$ , de los 37 estudiantes 6 no realizó el ejercicio. 5 de ellos sabían que debían asignarle valores a la variable independiente y de esa manera conformar las parejas ordenadas, pero no logran realizar debidamente las operaciones, desistiendo de su realización. En la misma tarea en el punto 4 los estudiantes debían buscar las ecuaciones correspondientes indicando el punto de intersección de ellas.

Sabiendo que encontrar las ecuaciones supone una tarea compleja, ningún estudiante realizó procedimiento para hallar las ecuaciones que se solicitaron en este punto, así 29 se limitaron a escoger al azar dos o tres opciones de las cuatro propuestas. Cuando en un momento se les preguntó por el procedimiento no supieron dar razón, al final 8 estudiantes no contestaron la pregunta. Aunque pareciera que los 29 persistieron realmente mostraron disposición, pero no fueron capaces de persistir hasta completar la tarea completa.

Por otra parte, en la tarea 1, se observa que, en varios de los puntos desarrollados por los estudiantes, entre 3 y 5 estudiantes no desarrollan las tareas, por ejemplo, en el punto 4, se presentan 4 estudiantes que no desarrollan lo demandado, y en la tarea 5, tres estudiantes no responden las preguntas.

En relación con la tarea 2 se encontró que en todos los puntos siempre hubo 4 ó 5 estudiantes que a pesar de participar en la actividad no resuelve lo solicitado, en su mayoría expresan no hacerlo por no conocer o no entender cómo se desarrolla.

Es importante mencionar en razón de estos resultados que la mayoría de las tareas fueron desarrolladas por cerca del 90% de los estudiantes, pero siempre hubo aproximadamente

un 10% que no las realizó, en especial por expresar no entender lo solicitado, o sencillamente por estar confundidos frente al tema.

## 6. Conclusiones y recomendaciones

### 6.1 Conclusiones

El estudio desarrollado tuvo como objetivo principal Describir la competencia matemática comunicar en estudiantes de grado noveno de la IELMV organizados en comunidades de aprendizaje durante el desarrollo de tareas relacionadas con el objeto matemático Ecuaciones Lineales, sentido en el cual puede decirse que la metodología usada permitió describir cada uno de los elementos de la competencia matemática comunicar que afloraron a lo largo del desarrollo, por parte de los estudiantes, de cada una de las tareas matemáticas con lo que se caracterizó la manera como se comunican usando las matemáticas estos estudiantes de secundaria.

Dado que es necesario para el desarrollo de esta competencia, más que un diagnóstico, como el que nos puede brindar el ICFES en los resultados del informe por colegio, su caracterización en los estudiantes del grado noveno. Cuando abordamos el desarrollo de la competencia matemática comunicar a través de los procesos que la componen o describen es más efectivo el plan de estrategias pedagógicas implementadas para su incremento. El medio que se implementó para el desarrollo de la competencia comunicar debía ser acorde con el objeto matemático, el pensamiento matemático y los sistemas matemáticos en cuestión. Por tanto, nos adscribimos a una sucesión de tareas matemáticas que permitieran mostrar esa comunicación matemática entre profesor y estudiantes.

La descripción realizada devela la importancia de desarrollar y fortalecer esta competencia en los estudiantes Libardinos, ya que como lo expone Cruz, I (2013) es a través de esta competencia que se puede entablar una relación adecuada entre los integrantes del proceso enseñanza aprendizaje que se lleva a cabo en el aula de clases. El desarrollo de cada

una de las tareas las cuales presentaban demandas cognitivas diferente alrededor de las ecuaciones lineales, permitió la interacción de los estudiantes y fortaleció el trabajo en comunidades de aprendizaje, debido a que la matemática desde esta experiencia se hace más fácil si se construye con el otro: con el compañero o con el profesor. Como mecanismo de interacción entre los actores del aprendizaje para la descripción de esta competencia se implementó la metodología de trabajo en comunidades de aprendizaje. Estas comunidades de aprendizaje proporcionan el ambiente adecuado para el diálogo, la discusión, la participación y negociación de discursos matemáticos en el aula de clases.

Por medio de las comunidades de aprendizaje, más concretamente en las dinámicas que se mueven en medio de ella, se pudo evidenciar los procesos que se encuentran inmersos en la CMC, tales como la codificación, la decodificación, la traducción, la argumentación entre otras. Razón que nos lleva a concluir que esta metodología es acertada para la caracterización o descripción de la CMC. El trabajo realizado en comunidades de aprendizaje garantiza la participación de los diferentes miembros que la componen, dado que es más fácil expresar las ideas en un grupo pequeño donde se desarrolla la familiaridad que en un grupo más grande como puede ser el aula de clases. También armoniza las relaciones entre los diferentes caracteres que poseen los estudiantes. La conformación de las comunidades de aprendizaje sirvió como instrumento para fomentar la tolerancia ante la diferencia.

Las tareas matemáticas nos permiten un vínculo entre los diferentes actores que intervienen en una comunidad de aprendizaje, ya que las tareas nos mostraban el nivel de comprensión del estudiante ante las consignas del docente. También podemos concluir que las tareas proponían obstáculos a los estudiantes que para superarlos daban claridad al maestro acerca de los procesos propios de la comunicación presentes en los estudiantes en tiempo real.

Los resultados obtenidos permitieron explorar seis elementos que desde la perspectiva de la autora y en concordancia con García, et al, (2013) deben desarrollarse para observar avances significativos en esta competencia, estos son la codificación, la decodificación, la traducción, la descripción, argumentación y la persistencia. Elementos estos que se conciben como procesos que entran en juego para que un estudiante pueda comunicarse matemáticamente. Estos elementos o procesos necesarios para la CMC se constituyen en sus características principales al describirlos y explicar cómo ocurre o cómo se presentan durante el desarrollo de alguna tarea, permitiendo describir para ese momento la competencia matemática comunicar. Cada una de estas habilidades se ponen en pleno durante la actividad matemática, pero depende de la exigencia cognitiva de la tarea que estas emerjan, fortalezcan y desarrollen como se representa en la Figura 21.

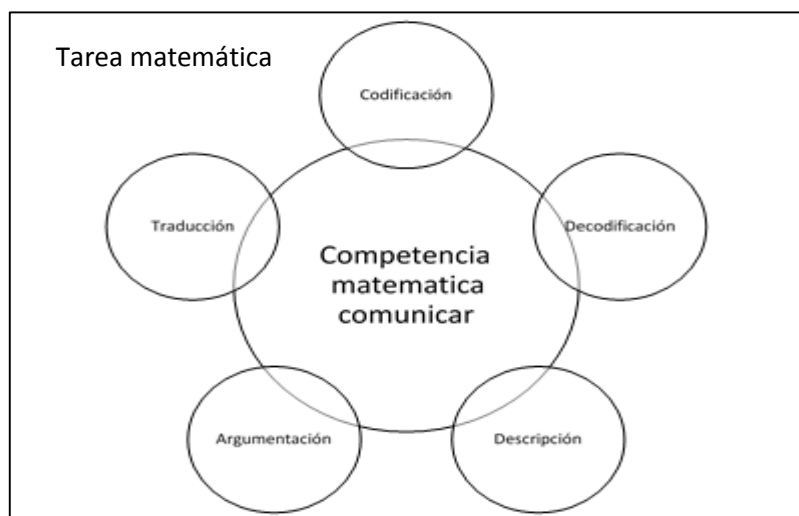


Figura 21. Relación entre las tareas matemáticas, los procesos de la CMC y la CMC.

La relación representada en la Figura 16 supone que la tarea matemática facilita la puesta en acción de los procesos que caracterizan la CMC.

Respecto de la complejidad de la tarea matemática es necesario que, a lo largo de la implementación, la tarea exhiba diferentes niveles de complejidad con el fin que constantemente los estudiantes se encuentren trabajando alguna de estas habilidades, por

cuanto muchas veces, no se tiene cuidado y las tareas sólo priorizan una o dos de ellas (García, *et al*, 2013).

Se considera que la caracterización de la competencia matemática comunicar brinda una base sólida para la planeación de tareas que efectivamente desarrollen la competencia en los estudiantes del grado noveno del Libardo Madrid Valderrama, concibiendo la competencia como las expectativas de aprendizajes a largo plazo. Se considera que gran parte del proceso de aprendizaje de un objeto matemático está en la planeación de tareas bien formuladas por parte del docente, que pueden ser muy enriquecidas con los discursos dentro de una comunidad de aprendizaje, movilizandolos procesos propios que componen o describen la competencia comunicar.

Las tareas propuestas acerca de la transferencia del lenguaje natural al algebraico o al gráfico nos mostró el nivel pobre de alfabetización matemática en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Libardo Madrid Valderrama. También podemos concluir que las tareas nos aportan información valiosa acerca de los procesos de la competencia matemática comunicar que deben reforzarse en los estudiantes, estos implican el fortalecimiento de los lenguajes matemáticos o bien los diferentes sistemas de registros semióticos para un determinado objeto matemático.

Atendiendo al abordaje de cada una de estas habilidades, es posible manifestar que los estudiantes Libardinos en relación con la codificación y descodificación mostraron dificultades en las maneras de representar, lo que coincide con los hallazgos de García *et al*, (2013). Convirtiéndose esta en una necesidad de formación para los estudiantes, lo que coincide con el informe por colegio de los años 2016 y 2017 expuesto por el ICFES, donde expresan que la representación es uno de los aprendizajes por mejorar en los estudiantes.

El proceso de decodificación se constituye en una característica de la competencia matemática comunicación, debido a su implicación en la interpretación y comprensión de la información que circula de un sujeto a otro o de un objeto matemático a un sujeto. En los estudiantes de la IE Libardo Madrid Valderrama el proceso de decodificación es muy insipiente, ya que se posee muy poca enculturación matemática y esto genera una recursividad muy limitada a la hora de buscar referentes de asociación ante un enunciado o situación planteada. Se puede concluir que la decodificación es el proceso que permite la comprensión de ideas y discursos que se generan en el proceso de aprendizaje, por tanto, reforzando este proceso en nuestros estudiantes ayudaríamos al desarrollo de la competencia comunicar.

Al igual que la decodificación, la codificación se constituye en una característica de la competencia matemática comunicar, ya que sin la representación no podríamos expresar ni comunicar nuestras ideas o pensamientos. Para el caso de las matemáticas donde solo podemos acceder a los objetos matemáticos por medio de sistemas de representación se hace necesario fortalecer dicho proceso en los estudiantes de la IE Libardo Madrid V, pues de ello depende la fluidez que se pueda desarrollar en todos los procesos comunicativos. El nivel del proceso de codificación en el Libardo Madrid para el grado noveno está por debajo del promedio según los resultados de las pruebas saber, Puesto que no hacen uso del lenguaje algebraico para expresar sus representaciones ni para resolver sus problemas, tampoco hacen uso de representaciones gráficas, como primera medida recurren a las operaciones porque es lo que más conocen y es donde han tenido la mayoría de sus experiencias cognitivas.

Por otra parte, teniendo en cuenta que el estudiante tiene sus propias representaciones no es suficiente, para representar algunas veces el objeto matemático acorde con la realidad matemática. Otro aspecto que cobra pertinencia en esta discusión son los resultados para la traducción que realizan los estudiantes Libardinos, ya que esta habilidad después de la caracterización presentó un nivel de apropiación muy bajo por parte de los estudiantes.



Como lo expresa Duval (2006) “analizar los procesos cognitivos que subyacen en el aprendizaje de las matemáticas requiere un cambio o una orientación en la forma que las tareas y los problemas se seleccionan para el aprendizaje de los estudiantes y también para la investigación sobre el aprendizaje” (p.176).

La traducción se convierte en una característica de la competencia matemática comunicar puesto que la manera en que se conceptualiza un objeto matemático es a través de la coordinación interna que posee sus diferentes representaciones. El estudiante debe tener la habilidad de cambiar de un registro a otro para llegar a la interacción con el objeto matemático, esto es posible por medio de la traducción. La competencia comunicación se fortalece en los estudiantes de la IE Libardo Madrid V en la medida que el proceso de traducción les permita transformar la información dependiendo de las necesidades requeridas. Tener la habilidad de comunicarme en diferentes registros o lenguajes incrementa el desarrollo de la competencia comunicación.

Se encuentra en la argumentación una característica propia de la comunicación. Por medio de la argumentación se sostiene un diálogo acerca de cualquier tema. Para el caso de la IE Libardo Madrid, los estudiantes argumentan con discursos muy pocos elaborados y no muy fuertes. Los diálogos al interior de las comunidades fluyen más para la escucha que para el habla. En cuanto a la parte escrita aún falta mucha coherencia en las ideas que se expresan de esta manera. Fortaleciendo la argumentación se desarrolla la competencia comunicación.

Otra de las habilidades que llamó particularmente la atención fue la descripción una acción que apareció indistintamente en las tareas matemáticas y permitió que los estudiantes como lo expone Ruiz (s.f.) tomaran en cuenta su relación con el lenguaje y con sus

interlocutores inmediatos (compañeros y maestro), situación que en medio de la comunidad de aprendizaje fortaleció la comunicación.

Se adscribe el proceso de descripción como una característica de la competencia matemática comunicar debido a que se toma como una operación discursiva que potencia la misma. La descripción en los estudiantes de la IE Libardo Madrid V se evidencia por la poca habilidad para la observación, ya que los objetos que ellos deben observar no son de acceso sensorial, por tanto, con mayor razón deben ejercitar estas habilidades, puesto que son las representaciones las que tienen que ser observadas, analizadas y reflexionadas. La descripción permite concebir lo que es importante para el autor por eso en los estudiantes del IE Libardo Madrid se tuvo la oportunidad por medio de las tareas de evidenciar las concepciones y punto de vista de los actores en el aprendizaje. La descripción desarrolla la comunicación, ya que hace que el autor o estudiante piense en sus lectores y esto constituye una potente forma de comunicar.

En este orden de ideas y en relación con el trabajo desarrollado en las comunidades de aprendizaje, una vez los estudiantes terminan partes específicas de la tarea, socializan con el profesor las respuestas que se trabajaron al interior de la comunidad. Así se invitó cada vez, a un miembro de cada comunidad para que compartiera sus respuestas y también para que llenasen tablas, elaboraran graficas o simplemente presentaran sus resultados, de tal manera que estos se discuten y dialogan con todo el grupo. En el desarrollo de esta actividad se resolvieron las dudas que hayan podido quedar en los estudiantes con la intervención del profesor acerca de los puntos desarrollados. Lo que permite decir que los estudiantes logran evidentemente describir, pero en algunas ocasiones al haber decodificado o traducido de forma incorrecta la descripción a pesar de ser coherente no está transmitiendo los resultados o soluciones acordes con la demanda solicitada en la tarea.

Consecuentemente resultó interesante ver como los estudiantes participan en sus descripciones de forma tal que se sienten incluidos y entusiasmados al poder compartir con el grupo los resultados que han desarrollado en la comunidad.

A pesar de que el objetivo del presente no era desarrollar la CMC, fue posible observar que los estudiantes a medida que trabajan las tareas matemáticas comienzan a apropiarse del objeto matemático ecuaciones lineales de tal manera que son capaces de ejecutar acciones que revelan dicha apropiación, por ejemplo, en las últimas tareas los estudiantes muestran mayor entendimiento y uso adecuado del lenguaje matemático que atañe a las ecuaciones lineales.

## **6.2 Recomendaciones**

La enseñanza de las matemáticas en la IELMV está viviendo una serie de transformaciones que se espera mejoren los aprendizajes de los estudiantes, la descripción de la competencia matemática comunicar bajo este panorama cobra especial importancia, ya que es uno de los pilares de la enculturación matemática, esta caracterización posibilita abordar las problemáticas y dificultades que presentan los estudiantes en los procesos de codificación,

decodificación, traducción, descripción, argumentación y la persistencia. Por lo que se recomienda un viraje en la planeación que este orientado a trabajar procesos y no contenidos.

De esta manera se entra en concordancia con lo propuesto en las evaluaciones implementadas por el ICFES en las que la competencia comunicar es valorada contemplado los procesos que se describieron en este estudio.

Igualmente resulta oportuno que se desarrollen estudios que permitan valorar estos procesos en los grados inferiores, con el fin de diseñar estrategias que incluyan tareas matemáticas que faciliten su descripción y desarrollo en dichos niveles.

## 7. Referencias Bibliográficas

- Alsina y Planas (2008). *Matemática Inclusiva. Propuesta para una educación matemática accesible*. Madrid, Narcea S. A. ISBN: 8427715919, 9788427715912, 172 p.
- Arboleda, C. (2014). *Desarrollo de la Competencia Comunicativa y El Pensamiento Variacional a través de La Representación de Funciones Lineales y Cuadráticas en la Construcción de Situaciones Didácticas*. Universidad de Antioquía. Trabajo de grado para optar el título de licenciado en matemática física.
- Arreguín, Luz Elena; Alfaro, Jorge A.; Ramírez, Ma Soledad desarrollo de competencias matemáticas en secundaria usando la técnica de aprendizaje orientado en proyectos reice. revista iberoamericana sobre calidad, eficacia y cambio en educación, vol. 10, núm. 4, 2012, pp. 264-284 red iberoamericana de investigación sobre cambio y eficacia escolar madrid, españa disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=55124841017>
- Arteaga I. . *Comprensión Lectora*. Lima Perú 2001.
- Cohen, L. y Manion, L. (1990). *Introducción: La Naturaleza de la Investigación*, en *Métodos de Investigación Educativa*, Cp. I (p. 23-74). Madrid: Ediciones La.Muralla.
- Constitución política de Colombia. (1991). Corte constitucional, actualizada 2016. Recuperado de: <http://www.corteconstitucional.gov.co/inicio/Constitucion%20politica%20de%20Colombia.pdf>
- Cortés Jóven, Dawson Didier; Loaiza Ferla, Doris; Ramírez Gómez, Luis Emiro. *Modelo Teórico A Priori Para Caracterizar La Competencia Matemática Comunicar En El Aprendizaje De La Circunferencia*. Amazonia Investiga, [S.l.], v. 2, n. 3, dec. 2013. ISSN 2322-6307. Disponible en: <<http://www.udla.edu.co/revistas/index.php/amazonia-investiga/article/view/32>>. Fecha de acceso: 29 may 2018
- Cruz I. (2013). *La Competencia Matemática Comunicar*. Florencia, Colombia, 2 (3): 68-82 /Julio-diciembre 2013.
- Dalcín, M., & Olave, M. (2007). *Ecuaciones de primer grado: su historia*.
- Díez-Palomar, J.; García P.; Molina S.; Rué, L. (2010). *Aprendizaje dialógico en las matemáticas y en las ciencias*. Revista Interuniversitaria de formación del profesorado. No. 67 p. 75-88. Recuperado de:
- Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). *Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom*. Educational Studies in Mathematics, 88(1), 89–114.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Universidad del Valle.

- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168.
- García M.L.; Benítez A.A. Desempeño de los estudiantes en tareas matemáticas que hacen uso de diferentes representaciones. Capítulo 2. Propuestas para la enseñanza de las matemáticas. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/4177/1/GarciaDesempe%C3%B1oALME2013.pdf>
- García, B. (2013). Componentes de un modelo teórico para el desarrollo de Competencias Matemáticas en los estudiantes. *Amazonía Investiga*, 2(2)
- García, B. (2015). Competencias Matemáticas, Expectativas de Aprendizaje y Enculturación Matemática. Vol. 13. Núm. 1. Recuperado: <http://ojs.uac.edu.co/index.php/escenarios/article/view/549>
- García, B., Coronado, A., & Montealegre, L. (2011). Formación y desarrollo de competencias matemáticas: una perspectiva teórica en la didáctica de las matemáticas. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 159. Recuperado de: <file:///C:/Users/lili8/Downloads/Dialnet-FormacionYDesarrolloDeCompetenciasMatematicas-4156657.pdf>
- Gómez, W. S. (2007). ¿ Qué constituye a los lenguajes natural y matemático?. *SAPIENS: Revista Universitaria de Investigación*, 6(1), 47-60.
- Guelli, O. (1989). A regra da falsa posição. *Brasil: Revista do Professor de Matemática*, nº 15, 18-22.
- Herbst, P. (2012). Las tareas matemáticas como instrumentos en la investigación de los fenómenos de gestión de la instrucción: un ejemplo en geometría. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*. Nº 1. p. 5 – 22. Recuperado de: <file:///C:/Users/lili8/Downloads/Dialnet-LasTareasMatematicasComoInstrumentosEnLaInvestigac-4037072.pdf>
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2015). Informe por Colegio
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2016). Informe por Colegio
- León, O., & Calderón, D. (2003). Caracterización de los requerimientos didácticos para el desarrollo de competencias argumentativas en matemáticas en el aula. *Revista Ema*, 8(3), 297-321.
- Mertens, Leonard. (1996). Competencia laboral: sistemas, surgimiento y modelos. Montevideo: Cinterfor. 119 p. Bibliografía: p.115-119. ISBN 92-9088-060-8.
- Mieles, María Dilia, Tonon, Graciela, Alvarado Salgado, Sara Victoria, Investigación cualitativa: el análisis temático para el tratamiento de la información desde el enfoque de la fenomenología social. *Universitas Humanística [en línea]* 2012, (Julio-Diciembre) : [Fecha de consulta: 29 de mayo de 2018] Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=79125420009>
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias.
- Ministerio de Salud. (1993). Resolución Número 8430 Octubre 4 de 1993. Recuperada de: <https://www.minsalud.gov.co/sites/rid/Lists/BibliotecaDigital/RIDE/DE/DIJ/RESOLUCION-8430-DE-1993.PDF>

- OECD. (2000). *Proyectos sobre competencias en el contexto de la OECD: análisis de fundaciones teóricas y conceptuales* (1ª ed. en español)
- Pabón, J.A.; Nieto Z.C.; Gómez, C.A. ( ) *Modelación matemática y GEOGEBRA en el desarrollo de competencias en jóvenes investigadores*. *Revista LOGOS CIENCIA & TECNOLOGÍA* ISSN 2145-549X | ISSN 2422-4200, Vol. 7, No. 1, Julio - Diciembre 2015  
Recuperado de: [http://revistalogos.policia.edu.co/index.php/rlct/article/viewFile/257/pdf\\_1](http://revistalogos.policia.edu.co/index.php/rlct/article/viewFile/257/pdf_1)
- Proenza, Y. y Leiva, L. (2006). Reflexiones sobre la calidad del aprendizaje y de las competencias matemáticas. En *Revista Iberoamericana de Educación*, 41(1), 1-15.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *pna*, 1(2), 47-66.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *pna*, 1(2), 47-66.
- Rodríguez de Guzmán Romero H, Jesús. 2012. *Comunidades de aprendizaje y formación del profesorado*. Consultado en: [http://www.tendenciaspedagogicas.com/Articulos/2012\\_19\\_06.pdf](http://www.tendenciaspedagogicas.com/Articulos/2012_19_06.pdf)
- Rodríguez de Guzmán Romero H, Jesús. 2012. *Comunidades de aprendizaje y formación del profesorado*. Consultado en: [http://www.tendenciaspedagogicas.com/Articulos/2012\\_19\\_06.pdf](http://www.tendenciaspedagogicas.com/Articulos/2012_19_06.pdf)
- Ruiz, D. La descripción, una operación discursiva. Recuperado de: [https://www.uv.mx/cpue/coleccion/n\\_34/la\\_descripcion\\_una\\_operacion\\_discursiva.m](https://www.uv.mx/cpue/coleccion/n_34/la_descripcion_una_operacion_discursiva.m)
- Sala G., Giménez J. & Font V. (2013). Tareas matemáticas de contexto históricocultural para el desarrollo de la competencia en indagación en primaria. *Actas del VII CIBEM*. ISSN 2301-0797. Recuperado de: <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/467.pdf>
- Solar Bezmalinovic, H. C., Azcárate, C., & Deulofeu Piquet, J. (2012). Competencia de argumentación en la interpretación de gráficas funcionales. *Enseñanza de las Ciencias*, 30(3), 0133-154.
- Solar, H., Deulofeu, J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. *Bolema, Rio Claro (SP)*, v. 30, n. 56, p. 1092 - 1112, dez. 2016
- Stoll, Louise. 2005. *Creando y manteniendo comunidades de aprendizaje profesional efectivas*. Consultado en: <http://www.fracasoescolar.com/conclusions2005/stoll.pdf>
- Tejada Fernández, J., & Navío Gámez, A. (2005). El desarrollo y la gestión de competencias profesionales: una mirada desde la formación. *Revista Iberoamericana De Educación*, 37(2), 1-16. Recuperado a partir de <https://rieoei.org/RIE/article/view/2719>

## Anexos

### Anexo A. Secuencia De Tareas Matemáticas

#### ACTIVIDAD DIAGNOSTICA.

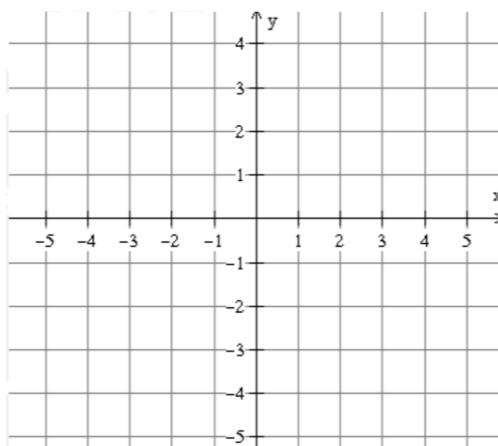
Lee la siguiente situación y responde la pregunta

1. La edad de Alicia excede en tres años la edad de Isabel. La edad de María es la mitad de la edad de Isabel. La suma de las tres edades es 93 años. ¿Cuál es la edad de cada una? Describe el proceso que usaste para llegar a la respuesta.

2. Llena la siguiente tabla

lenguaje natural		lenguaje algebraico
El triple de un número aumentado en 15 es 48		
		$\frac{x+3}{2} = 6$
La edad de Ana en tres años será 34		
		$\frac{x}{2} + 3 = 6$
El perímetro de un rectángulo mide 24 cm y su base mide el triple de su altura.		

3. Representa la siguiente función en el plano cartesiano y determina su crecimiento o decrecimiento.
  - a.  $f(x) = 3x - 5$



#### TAREA 1: Ecuación Lineal

La presente tarea matemática aborda aspectos generales relacionados con el concepto de ecuación lineal. La intención es promover la transformación de un lenguaje natural a uno matemático, en este caso al lenguaje algebraico.

##### Objetivos Específicos de la tarea

- Establecer estrategias de resolución de problemas para plantear y resolver situaciones problemas del entorno.
- Interpretar los datos del enunciado de la situación problema y relacionarlo con el lenguaje algebraico.

##### Situación planteada a los estudiantes:

Buenos días queridos estudiantes. El día de hoy trabajaremos de la siguiente manera: primero jugaremos en la cancha. Luego en el salón de clases resolveremos una guía taller. Para finalizar evaluaremos de manera conjunta la jornada de trabajo.

Les recuerdo las reglas de siempre para la sana convivencia y desarrollo normal de la clase. El respeto por los compañeros y profesor; y la participación en cada una de las actividades propuestas.

**Primer Momento.** El juego que presentamos se llama “COMUNICÁNDONOS EN NUEVOS LENGUAJES” y tiene las siguientes reglas:



### REGLAS DEL JUEGO

Nos ubicamos en la cancha formando una ele. Las niñas se ubican horizontalmente y los niños verticalmente. Se enumerarán comenzando desde el cero.

Me ubicaré en un lugar específico con una flor. Y llamaré por el número a cada integrante del grupo mediante un enunciado que deben descifrar.

El integrante del grupo que sea llamado debe acudir donde está la profesora lo más pronto posible. El que primero llegue se lleva la flor.

Ejemplo de los enunciados:

- a. Levanto un cartel indicando el número 1
- b. The number nine
- c. Indico con los dedos el número 10
- d. El número 12
- e. Levanto un cartel con el número 8
- f. La suma del 3 y su opuesto elevando al cuadrado. (El número 0)

Luego se les indicará a los estudiantes una pareja ordenada y ellos deberán acudir en su orden.

- a. (3,10)
- b. (12,0)
- c. (0,5)
- d. (10,6)
- e. (0,0)

**Segundo momento.** Resolver la siguiente guía taller en tríos.

1. Respondan las siguientes preguntas:

- a. ¿Qué dificultades encontraron para descifrar el número equivalente al enunciado?
- b. Todos los enunciados tuvieron el mismo nivel de dificultad?
- c. Llena la siguiente tabla.

Enunciado	Número del enunciado	Operaciones	Expresión	Resultado
El doble del número cinco aumentado en tres.	5	Multiplicación y Suma	$2(5) + 3$	13
El cuadrado del cinco disminuido en siete				
El opuesto de menos cinco multiplicado por dos				
La raíz cuadrada de 100 dividida entre dos				

**2. Responde las siguientes preguntas.**

- a. ¿Qué pasaría con el resultado si no conociéramos el número?
- b. ¿Consideras qué el resultado depende del número? Justifica tu respuesta.
- c. Construye de nuevo la tabla del punto anterior asignándole un símbolo al número del enunciado. Ten en cuenta que en este caso dicho número es desconocido.
- d. ¿En la nueva tabla varían las columnas de las operaciones y de las expresiones?
- e. ¿Qué ocurriría con el número del enunciado si cambiamos los valores de la columna del resultado? Justifica tu respuesta.

**3. Definan algunos conceptos con la ayuda de tu profesor.**

*Variable, Incógnita, Igualdad Y Ecuación*

4. Llena la siguiente tabla.

Enunciado	Variable	Asignación de símbolo a la variable	Ecuación
17 menos un número es 79	Un número	Un número = x	$17 - x = 79$
La edad de Miguel dentro de 7 años será 21 años			
			$3y + 8 = 48$
Los días que faltan para que se acabe el año si estamos a 14 de octubre.			
			$\frac{2x - 4}{7} = 37$

5. Lee el enunciado y responde las preguntas.

Mariana cumplirá dentro de poco sus quince años. Sus padres le han ofrecido tres cosas para que escoja como regalo de cumpleaños. La primera es una fiesta que costaría \$3.600.000, la segunda es un viaje que costaría \$3.000.000 y la tercera es una alcoba propia. Mariana piensa en la propuesta de sus padres y llega a la siguiente conclusión: La fiesta solo dura una noche, por tanto, no escogeré esa opción. El viaje sólo dura una semana, por tanto, no escogeré esa opción. La alcoba durará varios años, por tanto, escogeré esa opción. Con la tercera parte del costo de la fiesta, más la quinta parte del costo viaje, le quedarían faltando la décima parte del costo de la alcoba. ¿Cuánto cuesta la alcoba?

**Responde.**

- ¿Qué datos desconoces del problema?
- ¿Qué datos conoces del problema?
- ¿Cómo expresarías la situación en un lenguaje algebraico?
- Describe el proceso para encontrar la respuesta.

**Tercer Momento**

Evaluación.

- Responde en tu cuaderno las siguientes preguntas.
  - ¿Qué tanto aprendiste en la clase?
  - ¿Consideras apropiadas las estrategias que se usaron en la clase?

## TAREA 2. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA ECUACIÓN LINEAL

**Descripción de la tarea.** Como segunda actividad proponemos la representación gráfica de una ecuación lineal en el plano cartesiano, ya que para resolver un sistema de ecuaciones lineales por el método gráfico es necesario que los estudiantes traigan a la escena conceptos como funciones lineales o afines y su debida representación en el plano cartesiano.

**Objetivos de aprendizaje**

Reconocer las relaciones entre la representación algebraica de la recta y su gráfica

**Primer Momento:**

**Ingresa desde el TDA a un buscador e ingresa la dirección [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org). Luego sigue las siguientes instrucciones.**

- Selecciona la opción Comienza a crear.
- Señala la opción álgebra.
- En la barra de herramientas selecciona Deslizador y sobre la zona gráfica o el área de trabajo da click en el punto donde quieres que se ubique el deslizador. Se abrirá una ventana donde en donde debe digitarse el nombre m, Intervalo min: -10 Máx:10 e incremento:0.5. Luego se ubica un segundo deslizador con nombre b, intervalo Min: -10 Máx:10 e incremento: 0.5

d. Luego en entrada se digita en minúscula,  $f(x) = mx + b$ , el programa muestra la gráfica. e. En el área de trabajo da clic izquierdo sobre la gráfica y luego señala propiedades; en la parte izquierda de la pantalla aparecerán las opciones para editar el color de la gráfica. En básico selecciona la opción Etiqueta visible, despliega las opciones y selecciona Valor, de esta forma se observará la función que se está graficando a medida que mueves los deslizadores.

**Utiliza esta creación para realizar lo siguiente:**

- Sitúa el deslizador en  $m=0$  y mueve el deslizador  $b$ . responde: ¿Cómo son las gráficas?
- Ahora fija el valor del deslizador en  $b=5$ . La recta que se dibuja es la función  $y = 5$ . Escribe las coordenadas de tres puntos de esta función.
- Sitúa el deslizador en  $b=0$  y mueve el deslizador  $m$ . Responde: ¿todas las gráficas pasan por un mismo punto? ¿cuál es el punto?
- Mueve el deslizador  $m$  para que tomes valores positivos únicamente. Responde: cuando  $m$  es positivo, ¿son las gráficas crecientes o decrecientes? Por último, mueve el deslizador  $m$  para que tome valores negativos únicamente. Responde cuando  $m$  es negativo, ¿son las gráficas crecientes o decrecientes?

**Segundo Momento**

**Llena la siguiente tabla después de concertar en el interior de tu comunidad las respuestas.**

Enunciado	Variable independiente y Variable dependiente	Expresiones algebraicas	Tres parejas ordenadas que pertenezcan a la recta	Pendiente	Función creciente o decreciente
Se paga en total \$40000 por un número de entradas al cine, sabiendo que cada entrada cuesta \$8000					
Un profesor cobra \$35000 por cada hora de clase, por una sección de dos horas ha cobrado \$ 70000					
Para un recorrido constante de 3000 m, un ciclista demoró 5 minutos desarrollando cierta velocidad					

**3. Representa en un plano Cartesiano cada una de las situaciones del punto 2. Luego responde de manera concertada con tu comunidad las siguientes preguntas.**

- a. ¿Qué se necesitó para trazar las gráficas?
  - b. ¿Cómo se determinó el crecimiento o decrecimiento de la función?
  - c. ¿qué debería agregar o quitar a las condiciones del problema para que las funciones expresadas sean afines?
4. Mariana cumplirá dentro de poco sus quince años. Sus padres le han ofrecido tres **cosas para que escoja como regalo de cumpleaños. La primera es una fiesta, la segunda un viaje y la tercera es un juego de alcoba. Mariana piensa en la propuesta de sus padres y decide preguntar a sus compañeros de clases cuál sería la opción más acertada a escoger si tienen los siguientes datos:**

- a. Los costos de la fiesta depende de la cantidad de invitados. Mariana decide invitar a todos los compañeros de su salón. Los costos fijos: salón de eventos, vestuarios, videos y fotos con un costo de \$2.000.000 y los otros costos dependerían de la cantidad de personas que inviten como comida, tarjetas y bebida que tendrían un costo de \$44.000 por persona. ¿Cuál sería el costo de la fiesta si tiene 39 compañeros y sus familiares serían 40 personas?
- b. Los costos del viaje dependen del lugar a donde vaya. Esto implica que si van a Cartagena, San Andrés o Cancún los costos fijos serían \$ 2.000.000 que corresponderían a compras, comida y hotel. Los costos del transporte serían \$4700 y dependen de la cantidad de millas. ¿Cuál sería el costo del viaje si decide ir a Cartagena que está a 650 millas o san Andrés que está a 720 millas o Cancún que está a 1405 millas?

c. Los costos de la alcoba dependen del material de construcción. Los costos fijos serían \$ 1.500.000 que corresponden al colchón, las cortinas y el televisor. Si la hace en madera costaría \$38.000, en acero galvanizado \$22000 y en hierro \$ 16000. ¿Cuál sería el costo de la alcoba en cada material si necesitaría un total de 80 metros lineales para la construcción de la cama, nocheros y closet?

### **Tercer Momento**

Responde al interior de tu comunidad las siguientes preguntas:

- a. ¿Cuál es el resultado que esperabas?
- b. ¿Consideras que tu estrategia fue la más apropiada para llegar a la solución?

### **TAREA 3**

#### **DESCRIPCIÓN DE LA TAREA**

#### **OBJETIVO DE APRENDIZAJE:**

#### **PRIMER MOMENTO**

Llevamos a nuestros estudiantes a la cancha del colegio y nos organizamos por comunidades de aprendizajes cinco estudiantes. Llevaremos a cabo una carrera de velocidad. Esta competencia tendrá tres estaciones. En cada parada se ubicará una persona que tomará el tiempo. Con anterioridad cada grupo tomará las distancias que hay desde el inicio a cada estación. Al interior de cada comunidad se definirán los roles de participación en la actividad.

- a. El que correrá en la competencia
- b. Los tres que tomarán el tiempo cuando el corredor llegue a su estación
- c. El secretario que llevará los registros

Por su puesto ganará la comunidad que llegue primero a la meta.

#### **SEGUNDO MOMENTO**

1. Responde en la guía las siguientes preguntas luego de concertar con tu comunidad.
  - a. ¿De qué manera llevaron los registros en tu comunidad de los tiempos y distancias recorridas?
  - b. ¿Podríamos representar esos registros en un plano cartesiano?
  - c. ¿Cuáles serían los criterios para escoger las variables dependiente e independiente?
  - d. ¿Cómo podríamos calcular las pendientes en cada tramo?
  - e. ¿Con qué compararíamos las pendientes de cada tramo?
2. En una hoja de papel milimetrado representa en un mismo plano cartesiano la recta correspondiente a cada tramo recorrido por el atleta de tu comunidad de aprendizaje. Luego responde las siguientes preguntas.
  - a. ¿Qué figura se formó con las rectas?
  - b. ¿Por qué se formaron estas figuras?
  - c. ¿Cuáles son las coordenadas de los puntos de intersección de las rectas?
  - d. ¿Qué interpretación le darías a estos puntos de intersección?

#### **TERCER MOMENTO**

Responde al interior de tu comunidad cada pregunta luego de concertar la respuesta.

- a. ¿Qué estrategias usaron para convencer a Mariana?

## Anexo B. Curricular

	1 a 3	4 a 5	6 a 7	8 a 9
Numérico	<b>Resuelvo y formulo</b> problemas en situaciones de variación proporcional	<b>Modelo</b> situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa.	<b>Justifico el uso de representaciones y procedimientos</b> en situaciones de proporcionalidad directa e inversa.	<b>Resuelvo problemas y simplifico</b> cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos
Variacional	<b>Reconozco y describo</b> regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros) <b>Describo</b> cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas.	<b>Describo e interpreto</b> variaciones representadas en gráficos. Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica. <b>Represento y relaciono</b> patrones numéricos con tablas y reglas verbales. <b>Analizo y explico</b> relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales.	<b>Describo y represento</b> situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas). <b>Reconozco</b> el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación). <b>Analizo</b> las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad	<b>Identifico</b> relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. • <b>Construyo</b> expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. • Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas. • <b>Modelo</b> situaciones de variación con funciones polinómicas.

			<p>inversa en contextos aritméticos y geométricos. <b>Utilizo</b> métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Identifico</b> diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.</li> </ul>
Métrico				
Espacial	<p><b>Reconozco</b> nociones de horizontalidad y verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia.</p>	<p><b>Utilizo</b> sistema de coordenadas cartesianas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.</p>		
Aleatorio		<p><b>Represento</b> datos usando tablas y gráficas</p>		

## ANEXO C. Diarios de Campo




 UNIVERSIDAD ICESI  
 MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA LIBARDO MADRID VALDERRAMA</b>  <b>SEDE: PRINCIPAL</b>	
<b>FICHA DE REGISTRO DEL DIARIO DE CAMPO</b>		
<b>DOCENTE: KENNY PATRICIA SINISTERRA</b>		
<b>ÁREA: MATEMÁTICAS</b>		<b>FOTO DE LA ACTIVIDAD</b>
<b>FECHAS: 24 Y 25 -04-2018</b>		
<b>No. DE HORAS: 4</b>		
<b>GRADO:9-2</b>		
<b>ESTRUCTURA DE TRABAJO: Comunidades de aprendizaje – cinco estudiantes</b>		
<b>OBJETIVO:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Establecer estrategias de resolución de problemas para plantear y resolver situaciones problemas del entorno.</li> <li>● Interpretar los datos del enunciado de la situación problema y relacionarlo con el lenguaje algebraico.</li> </ul>		
<b>ASISTENCIA</b>	<b>NIVEL DESCRIPTIVO</b>	<b>NIVEL REFLEXIVO</b>
<p>El día 24 asistieron a la clase un total de 35 estudiantes.</p> <p>El día 25 asistieron a la clase un total de</p>	<p>La clase inicia con la llegada de los estudiantes al salón de matemáticas. Luego se les da la bienvenida y se corrobora la asistencia. Después de esto se les socializa a los estudiantes acerca de los tres momentos que tendrá la clase: primer momento una actividad en la cancha. Segundo momento la realización de una guía en comunidades de aprendizaje y por tercer momento la evaluación de la actividad de una manera conjunta.</p> <p>Primer momento: nos dirigimos a la cancha y los estudiantes se organizan según lo indicado, Las mujeres horizontalmente y los hombres verticalmente. Luego se enumeran iniciando desde el cero en ambos grupos. Se les indica las reglas del juego y los estudiantes se encuentran muy expectantes por el juego. El juego inicia cuando ellos deben descifrar el número que debe salir rápidamente donde se encuentra la flor y cogerla. En algunas ocasiones los estudiantes se confundían al descifrar el número encubierto en el enunciado, por esta razón salían dos y hasta tres del mismo equipo. Finalmente se termina la actividad y los estudiantes en el salón de clases manifiestan haber disfrutado de la actividad.</p>	<p>El juego es algo que atrapa a los estudiantes, aunque ellos tengan 14, 15 o 16 años. Se puede usar el juego como una herramienta poderosa que conecta al estudiante para el trabajo en equipo y de manera colaborativa.</p> <p>Por otro lado, se evidencia que la gran dificultad de los estudiantes en realizar conversiones de un registro en lenguaje natural a un registro en un lenguaje matemático radica en la mayoría de ocasiones en el déficit de vocabulario matemático que poseen. En otras palabras, se muestra la dificultad en el cambio de registros porque no logran hacer una correspondencia de un lenguaje al otro, dado que desconoce el lenguaje matemático. El nivel de alfabetización matemática es muy incipiente para estudiantes que se encuentran en grado noveno.</p>
<b>OBSERVACIONES:</b> La actividad se realiza con la participación de la mayoría de estudiantes quienes se muestran receptivos.		





## Anexo D. Consentimiento informado


**INSTITUCIÓN EDUCATIVA LIBARDO MADRID VALDERRAMA**


Con reconocimiento oficial mediante Resolución No. 4343.2.21.1949 del 24 de Marzo de 2010 y  
 Resolución No. 4343.0.23.0071 del 23 de septiembre de 2011  
 Educación Preescolar, Básica y Media - Jornada Diurna y Nocturna (Ciclos Integrados)  
 Sede Libardo Madrid Valderrama, Angélica Sierra Arizola, Pablo Neruda y Primero de Mayo

T.R.D.4343.043.13

### CONSENTIMIENTO INFORMADO PADRES O ACUDIENTES

Yo Nubia Estrella Casanova Virota, mayor de edad; padre, madre o acudiente del estudiante: Nicolás Casanova, he sido informado acerca de la toma de encuestas, entrevistas, fotografías, grabación de videos, para la investigación de la tesis, que realizará la docente: **Kenny Patricia Siniesterra Aragón**, para optar por el título de Magister en Educación de la universidad ICESI.

Luego de haber sido informado(a) sobre las condiciones de mi participación, resuelto todas las inquietudes y comprendido en su totalidad la información sobre esta actividad, entiendo que:

- Mi participación en esta investigación no tendrán repercusiones o consecuencias en las actividades escolares, evaluaciones o calificaciones de mi hijo (o estudiante del que soy acudiente).
- Mi participación no generará ningún gasto, ni recibiré remuneración alguna por ella.
- No habrá ninguna sanción para mí en caso de que no esté de acuerdo en participar.
- Mi identidad no será publicada y las imágenes y sonidos registrados durante la grabación se utilizarán únicamente para los propósitos anteriormente mencionados y como evidencia de la práctica educativa para la investigación.
- La investigadora garantizará la protección de las imágenes y el uso de las mismas, de acuerdo con la normatividad vigente, durante y posteriormente al proceso de la investigación.

Atendiendo a la normatividad vigente sobre consentimientos informados (Ley 1581 de 2012 y Decreto 1377 de 2012), y de forma consciente y voluntaria.

Para el consentimiento de lo anterior firma el Rector Orlando Quintero a los once (10) días del mes de Abril de 2018.

Orlando Quintero  
RECTOR

DOY EL CONSENTIMIENTO     NO DOY EL CONSENTIMIENTO  
 Para que mi participación en la actividad de práctica educativa (reunión, taller de padres, etc.) sea grabada en las instalaciones de la Institución Educativa donde estudia mi hijo (a) o el estudiante del que soy acudiente.

Lugar y Fecha: 23 de abril del 2018

Nubia Estrella Casanova  
 FIRMA CC/CE: 41116067

Proyecto: Orlando Quintero  
 Elaboró: Catherin Marmolejo Valdés- Secretaria

Cta. 418 No. 39-73 Upto de Virreina Popular - Correo: 3273564 Estación: Fovoria 158, Coordinación: 110, Rectoría: 101, Secretaría Académica: 105, Pagaduría: 106  
 Correo electrónico: admiso@iesi.edu.co  
 Santiago de Cali - Valle del Cauca

## Anexo E. Pantallazo Blog para recepción de trabajos de los estudiantes

# COMUNIDADES DE APRENDIZAJE

LUNES, 30 DE ABRIL DE 2018

COMUNIDAD 8



4. Mariana cumplirá dentro de poco sus quince años. Sus padres le han ofrecido tres cosas para que escoja como regalo de cumpleaños. La primera es una fiesta, la segunda un viaje y la tercera es un juego de alcoba. Mariana piensa en la propuesta de sus padres y decide preguntar a sus compañeros de clases cuál sería la opción más acertada a escoger si tienen los siguientes datos:

a. Los costos de la fiesta depende de la cantidad de invitados. Mariana decide

CONTRIBUYENTES

-  Anyellina Yoli Hernandez Casanova
-  Dana Velasco
-  Disley Mendoza
-  Jhon Eduar
-  Johann Stiven Espinosa Solarte
-  Juan sebastian vergara rojas
-  Maria del mar Lopez Molina
-  Santiago Figueroa
-  Stevens Ramirez
-  THE CRACK
-  Unknown
-  diana vanessa Sinisterra
-  javier alberto granada giron
-  karol barrera
-  kenny patricia sinisterra aragon
-  luisa fernanda serna alzate
-  luisa maria Diaz rojas

ARCHIVO DEL BLOG