

**SECUENCIA DIDÁCTICA BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS,  
PARA LA ENSEÑANZA DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA EN  
ESTUDIANTES DE CUARTO DE PRIMARIA DE LA INSTITUCIÓN  
EDUCATIVA JOSÉ HOLGUÍN GARCÉS, SEDE VILLA DEL MAR, DE LA  
CIUDAD DE CALI**

**CLAUDIA LUCÍA PARRA BARAJAS**

**UNIVERSIDAD ICESI  
ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
SANTIAGO DE CALI**

**2017**

**SECUENCIA DIDÁCTICA BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS,  
PARA LA ENSEÑANZA DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA EN  
ESTUDIANTES DE CUARTO DE PRIMARIA DE LA INSTITUCIÓN  
EDUCATIVA JOSÉ HOLGUÍN GARCÉS, SEDE VILLA DEL MAR, DE LA  
CIUDAD DE CALI**

**Proyecto de grado para optar al título de  
Magíster en Educación**

**CLAUDIA LUCÍA PARRA BARAJAS**

**Directora  
SANDRA PATRICIA PEÑA**

**UNIVERSIDAD ICESI  
ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
SANTIAGO DE CALI**

**2017**

## NOTA DE ACEPTACIÓN

---

---

---

---

---

---

---

Firma del jurado

---

Firma del jurado

## **DEDICATORIA**

A Dios, por permitirme llegar hasta este punto y haberme dado salud para lograr mis objetivos.

A mis padres, por ser el pilar fundamental en todo lo que soy, en toda mi educación, tanto académica como de la vida, por su incondicional apoyo.

A mi esposo, por quererme y apoyarme siempre.

A mis hijas, por ser mi motor, mi luz y la razón para crecer como persona y como profesional, para seguir siendo su ejemplo.

## TABLA DE CONTENIDO

	<b>Pág.</b>
Resumen	10
Abstract	12
Introducción	14
1. Formulación del problema	16
1.1 Resultados del desempeño institucional	16
1.2 Resultados del grado tercero de primaria en el área de Matemáticas de la Institución Educativa José Holguín Garcés (Básica primaria)	18
1.3 Descripción general de la competencia planteamiento y resolución de problemas	18
1.4 Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE)	20
2. Objetivos	24
2.1 Objetivo general	24
2.2 Objetivos específicos	24
3. Supuestos	25
4. Justificación	26
5. Marco teórico	28
5.1 Sobre la concepción de las matemáticas según los lineamientos curriculares del MEN	28
5.2 Sobre el dominio y el conocimiento matemático escolar	30
5.3 El pensamiento numérico	32
5.4 Procesos generales de toda actividad matemática	33
5.4.1 Razonamiento matemático	33
5.4.2 Comunicación	34
5.4.3 Modelación	34
5.4.4 Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos	35
5.4.5 Planteamiento y resolución de problemas	36
5.5 La actividad matemática de aprendizaje	40
5.6 Componentes de una competencia matemática	43
5.7 Niveles de complejidad	43
5.7.1 Nivel de complejidad: Reproducción	44
5.7.2 Nivel de complejidad: Conexión	44
5.7.3 Nivel de complejidad: Reflexión	44

5.8 Caracterización de la competencia matemática: plantear y resolver problemas, según García <i>et al.</i> (2015)	45
5.9 Pensamiento multiplicativo	46
5.10 Resolución de problemas multiplicativos	47
5.11 Sobre la didáctica de las matemáticas	49
5.12 Aproximación a la teoría de situaciones didácticas (Brousseau, 2007)	51
5.12.1 Las situaciones en didáctica	53
5.12.2 Categorías de las situaciones en didáctica	54
6. Diseño metodológico	55
6.1 Tipo de investigación	55
6.2 Contexto de la investigación	56
6.3 Sujetos de investigación y muestra	57
6.4 Fuentes e instrumentos de recolección de datos	57
6.4.1 Procedimiento	58
6.5 Categorías de análisis de datos	58
7. Descripción de la secuencia didáctica	60
7.1 Objetivo	60
7.2 Momentos de la secuencia	60
8. Análisis de la intervención	66
8.1 Descripción de los momentos de la secuencia didáctica	66
8.2 Niveles de complejidad	75
Conclusiones	79
Recomendaciones	81
Referencias bibliográficas	83
Anexos	86

## Lista de imágenes

	<b>Pág.</b>
Imagen 1. Actividad “ronda Agua de limón”	67
Imagen 2. Actividad “formar parejas”	69
Imagen 3. Actividad “juego de dados”	70
Imagen 4. Actividad “legos mágicos”	71
Imagen 5. Actividad “juego de bolos”	72
Imagen 6. Tarea de un estudiante “fiesta de cumpleaños”	74
Imagen 7. Tarea de un estudiante “la panadería de doña Fabiola”	75
Imagen 8. Tarea de un estudiante “don Ramón”	76
Imagen 9. Tarea de un estudiante “transporte MIO”	77
Imagen 10. Tarea de un estudiante “recorrido MIO”	77

## Lista de cuadros

	<b>Pág.</b>
Cuadro 1. Proceso general: planteamiento y resolución de problemas	38
Cuadro 2. Categorías de análisis de datos	59
Cuadro 3. Descripción de la secuencia didáctica por momentos	61



## Lista de gráficos

	<b>Pág.</b>
Gráfico 1. Puntaje promedio de la Institución Educativa José Holguín Garcés (Básica primaria), con relación a la entidad territorial certificada (ETC), el país y los tipos de establecimiento	17
Gráfico 2. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño. Matemáticas – grado tercero Institución Educativa José Holguín Garcés	17
Gráfico 3. Resultados del grado tercero de primaria en el área de Matemáticas de la Institución Educativa José Holguín Garcés (Básica primaria)	18
Gráfico 4. Descripción general de la competencia resolución de problemas en la Institución Educativa José Holguín Garcés (Básica primaria)	19
Gráfico 6. Índice Sintético de la Calidad Educativa (ISCE) de la Institución Educativa José Holguín Garcés (Básica primaria)	20
Gráfico 7. Índice Sintético de la Calidad Educativa (ISCE) de la Institución Educativa José Holguín Garcés (Básica primaria) - Componente: Progreso	21
Gráfico 8. Índice Sintético de la Calidad Educativa (ISCE) de la Institución Educativa José Holguín Garcés (Básica primaria) - Componente: Desempeño	21
Gráfico 9. Índice Sintético de la Calidad Educativa (ISCE) de la Institución Educativa José Holguín Garcés (Básica primaria) - Componente: Eficiencia	22
Gráfico 10. Índice Sintético de la Calidad Educativa (ISCE) de la Institución Educativa José Holguín Garcés (Básica primaria) - Componente: Ambiente escolar	22
Gráfico 11. Elementos básicos de la construcción de modelo	35
Gráfico 12. Posibilidades de situaciones de razón o proporcionalidad	40
Gráfico 13. Modelo teórico a priori (MTP)	41
Gráfico 14. Organización del proceso comunicativo en el aula para compartir y desarrollar el significado matemático	42
Gráfico 15. Esquema de las situaciones didáctica	52

## Resumen

La secuencia didáctica diseñada en este trabajo se enfoca en la situación particular de los estudiantes de grado cuarto de primaria de Institución Educativa José Holguín Garcés, sede Villa del Mar, dado que se observa un bajo desempeño en el área de Matemáticas. Es por ello que esta investigación tiene como propósito promover el aprendizaje de la estructura multiplicativa, específicamente en la resolución de problemas de isomorfismo de medidas.

En este trabajo se sintetizan algunas conceptualizaciones del quehacer matemático extraídas de los lineamientos curriculares para el área de Matemáticas del MEN (2014) y las bases teóricas de la didáctica de la matemática de Rico (2006), el pensamiento numérico de Castro (1994) y Rico (s.f.), la actividad matemática de aprendizaje y los niveles de complejidad de las tareas matemáticas de García *et al.* (2015), los procesos generales de toda actividad matemática del MEN (1998), las cuatro fases de la resolución de un problema según Polya (1965), la caracterización de la competencia matemática: plantear y resolver problemas, según García *et al.* (2015), el pensamiento multiplicativo de Vergnaud (1983), Freudenthal (1983), Steffe (1994), Clarke y Kamii (1996), Olive (2011) y Jacobs *et al.* (2010), y la resolución de problemas multiplicativos de isomorfismo de medidas de Vergnaud (1990), García y Suárez (2011) y Torres y Obando (2013), y una aproximación a la didáctica de las matemáticas de Restrepo (2010) y a la teoría de situaciones didácticas de Brousseau (2007).

El problema de investigación fue determinado por la falta de apropiación de la cultura matemática y la no comprensión de los problemas matemáticos en estudiantes de educación primaria, lo puede ocasionar que más adelante, en otras etapas educativas, su desempeño se vea afectado.

Para llevar a cabo el trabajo se tuvo en cuenta el tipo de investigación descriptivo, con enfoques cuantitativo y cualitativo. Se recogió información directamente de los desempeños de los estudiantes, antes, durante y después de la implementación de la secuencia didáctica, la cual se desarrolló en tres momentos, y estos a su vez en varias sesiones. El primer momento se enfocó en actividades en las que se sensibilizó a los estudiantes con la estructura multiplicativa con situaciones de isomorfismo de medidas y producto de medidas. En el segundo momento los estudiantes trabajaron con material

concreto para resolver actividades específicas que implicaran operaciones multiplicativas de isomorfismo de medidas y producto de medida. En el último momento, los estudiantes llevaron una situación problema de un lenguaje natural a uno matemático, pasando por los niveles de complejidad: reproducción, conexión y reflexión.

***Palabras claves:*** secuencia didáctica, enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, cultura matemática, pensamiento numérico, pensamiento multiplicativo, didáctica de la matemática, isomorfismo de medidas, estructura multiplicativa.

## Abstract

This didactic sequence focuses on the particular situation of fourth grade elementary school students at José Holguín Garcés Educational Institution, Villa del Mar campus, given that there is low performance in Mathematics. That is why this research has the purpose of promoting the learning of the multiplicative structure, specifically in the resolution of isomorphism problems of measures.

This paper synthesizes some conceptualizations of the mathematical task extracted from the curricular guidelines for the area of Mathematics of the MEN (2014) and the theoretical bases of the mathematics didactics of Rico (2006), the numerical thinking of Castro (1994) and Rico (sf), the mathematical activity of learning and the levels of complexity of the mathematical tasks of García et al. (2015), the general processes of all mathematical activity of the MEN (1998), the four phases of solving a problem according to Polya (1965), the characterization of mathematical competence: pose and solve problems, according to García et al. (2015), the multiplicative thinking of Vergnaud (1983), Freudenthal (1983), Steffe (1994), Clarke and Kamii (1996), Olive (2011) and Jacobs et al. (2010), and the resolution of multiplicative problems of isomorphism of measures of Vergnaud (1990), García and Suárez (2011) and Torres and Obando (2013), and an approach to the didactics of mathematics of Restrepo (2010) and the Brousseau's Theory of Educational Situations (2007).

The research problem was determined by the lack of appropriation of the mathematical culture and the lack of understanding of mathematical problems in elementary school students, which may cause it to be affected later in other educational stages.

To carry out the work, the type of descriptive research was taken into account, with quantitative and qualitative approaches. Information was collected directly from the performances of the students, before, during and after the implementation of the didactic sequence, which was developed in three moments, and these in turn in several sessions. The first moment focused on activities in which students were sensitized with the multiplicative structure with situations of isomorphism of measures and product of measures. In the second moment, the students worked with concrete material to solve specific activities involving multiplicative operations of isomorphism of measurements and measurement product. At the last moment, the students took a problem situation

from a natural language to a mathematical language, passing through the levels of complexity: reproduction, connection and reflection.

**Keywords:** didactic sequence, teaching-learning of mathematics, mathematical culture, numerical thinking, multiplicative thinking, didactics of mathematics, isomorphism of measures, multiplicative structure.

## Introducción

La resolución de problemas, en general, es una de las competencias más relevantes en el área de Matemáticas, y particularmente los que tienen que ver con la estructura multiplicativa. Sin embargo, lo que se refleja en las Pruebas Saber del grado tercero, de acuerdo con la cartilla Siempre Día E, en el informe por colegio de 2016, es que la mayoría de estudiantes (67 %) de este grado en la Institución Educativa José Holguín Garcés, sede Villa del Mar, se encuentran en los niveles mínimo e insuficiente en la competencia de resolución de problemas (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2017).

De los resultados mencionados y lo observado en el aula de clases a lo largo del año lectivo, se puede inferir que la resolución de problemas matemáticos es un aspecto en el que se debe hacer énfasis para implementar acciones pedagógicas de mejoramiento.

Este bajo desempeño de los estudiantes en el área de Matemáticas, y particularmente en la competencia de resolución de problemas, genera en los docentes una reflexión sobre su práctica pedagógica y se convierte en una motivación a investigar, desarrollar e implementar estrategias para que los estudiantes aprendan conceptos u objetos matemáticos, con el fin de que logren una mayor comprensión y adquieran un mejor desempeño.

En este trabajo se sintetizan algunas conceptualizaciones del saber y el quehacer matemático extraídas de los lineamientos curriculares para el área de Matemáticas del MEN (2014) y las bases teóricas de la didáctica de la matemática, como el concepto sobre el dominio y el conocimiento matemático escolar de Rico (2006), el pensamiento numérico de Castro (1994) y Rico (s.f.), la actividad matemática de aprendizaje, los componentes de una competencia matemática y los niveles de complejidad de las tareas matemáticas de acuerdo con García *et al.* (2015), los procesos generales de toda actividad matemática del MEN (1998), las cuatro fases de la resolución de un problema según Polya (1965), la caracterización de la competencia matemática: plantear y resolver problemas, según García *et al.* (2015), el pensamiento multiplicativo de Vergnaud (1983), Freudenthal (1983), Steffe (1994), Clarke y Kamii (1996), Olive (2011) y Jacobs *et al.* (2010), citados por Bosch (2012), y la resolución de problemas multiplicativos de isomorfismo de medidas de Vergnaud (1990), García y Suárez

(2011), MEN (1998, 2006) y Torres y Obando (2013). Por último, una aproximación a la didáctica de las matemáticas, según Restrepo (2010), y a la teoría de situaciones didácticas de Brousseau (2007).

Este marco teórico contribuye a tener claridad sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, con el fin de proponer una secuencia didáctica que dé cuenta del mejoramiento de este proceso en los estudiantes del grado evaluado.

Por lo anterior y mediante la implementación de una secuencia didáctica, esta tesis está orientada a promover el aprendizaje de la estructura multiplicativa, específicamente en la resolución de problemas de isomorfismo de medidas, en estudiantes del grado cuarto de primaria de la sede Villa del Mar de la Institución Educativa José Holguín Garcés, de la ciudad de Cali.

## **1. Formulación del problema**

Los recientes estudios del Ministerio de Educación Nacional (2016) muestran que los estudiantes no desarrollan en su totalidad las capacidades del área de Matemáticas, en lo que respecta a la comprensión de números, operaciones aritméticas y la aplicación de estos conceptos para resolver diversos problemas. Este bajo rendimiento de los estudiantes en los primeros grados de primaria no les permite relacionar las situaciones planteadas con su vida cotidiana, lo cual hace pertinente este estudio.

En los resultados de las Pruebas Saber del año 2016 en el área de Matemáticas del grado tercero de la Institución Educativa José Holguín Garcés se observa un bajo desempeño, el cual se ve reflejado en el alto porcentaje (67 %; MEN, Siempre Día-e, 2017) de estudiantes que se encuentran en los niveles mínimo e insuficiente. En cuanto a la competencia de resolución de problemas, en particular, el porcentaje (45 %; MEN, Siempre Día-e, Icfes, 2016) sigue siendo preocupante y es fundamental conocer los factores que inciden en estos resultados para identificar la problemática en el proceso de enseñanza-aprendizaje, para así conseguir que los niños logren una mayor comprensión en la resolución de problemas de estructura multiplicativa.

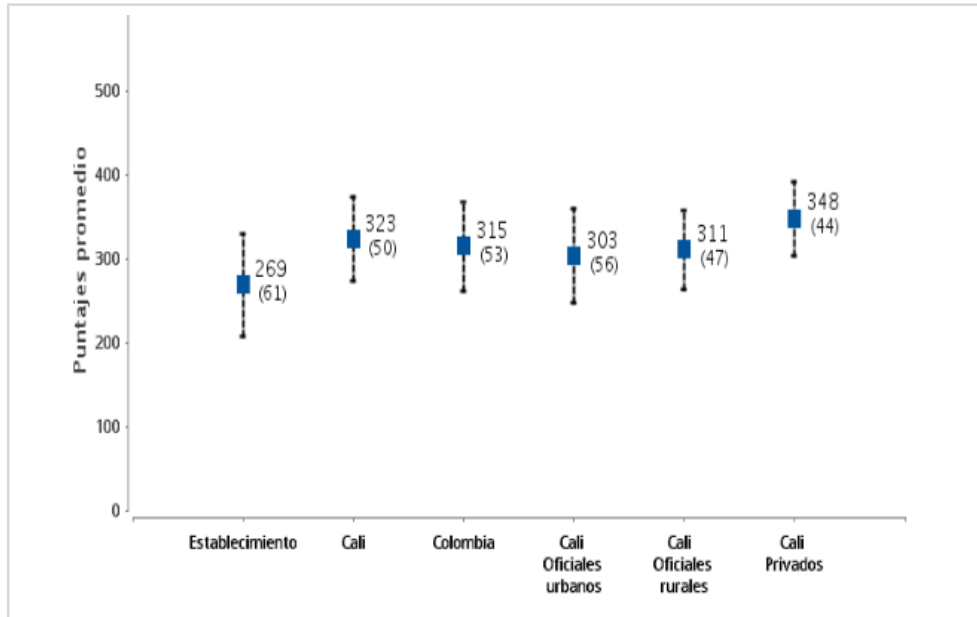
La no comprensión de los problemas matemáticos en estudiantes de educación primaria conlleva una alta probabilidad de que más adelante, en otras etapas educativas, su desempeño se vea afectado. Por otro lado, es probable también que dicha dificultad sea el reflejo de la falta de apropiación de la cultura matemática.

### **1.1 Resultados del desempeño institucional**

Con relación al componente desempeño institucional, se comparan los puntajes obtenidos en la institución con respecto a la media nacional. En el grado tercero, en Matemáticas, el colegio obtuvo 269 puntos, y la media en Colombia es de 315. Se debe tener en cuenta que la escala de valores es de 100 a 500, siendo 500 el promedio más alto (Gráfico 1), lo que indica que el colegio se encuentra en el rango mínimo de desempeño, como se evidencia en la Gráfico 2.

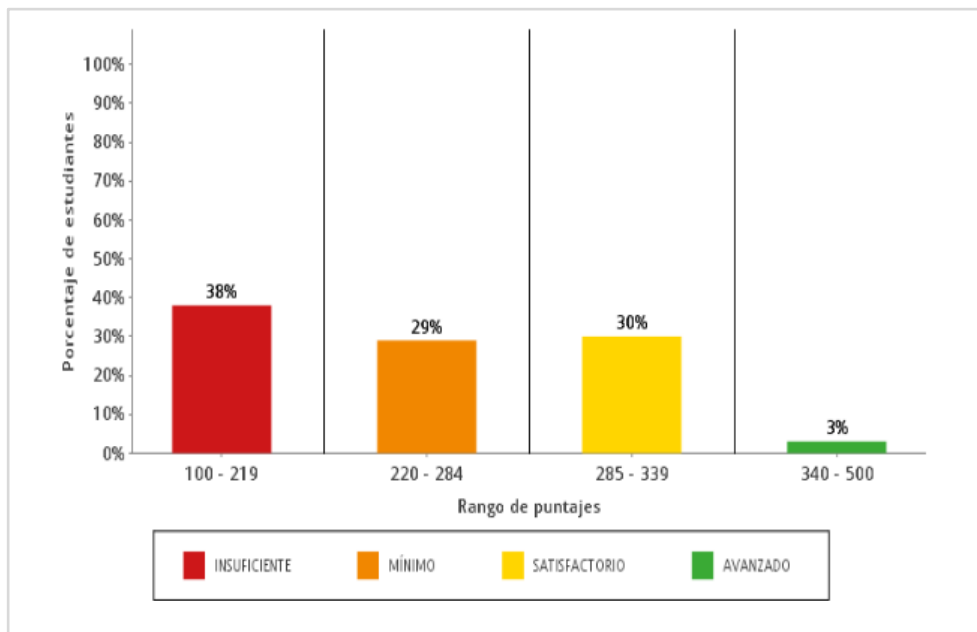


**Gráfico 1. Puntaje promedio de la Institución Educativa José Holguín Garcés (Básica primaria), con relación a la entidad territorial certificada (ETC), el país y los tipos de establecimientos**



Fuente: Ministerio de Educación Nacional - Icfes (2016).

**Gráfico 2. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño. Matemáticas – grado tercero Institución Educativa José Holguín Garcés**



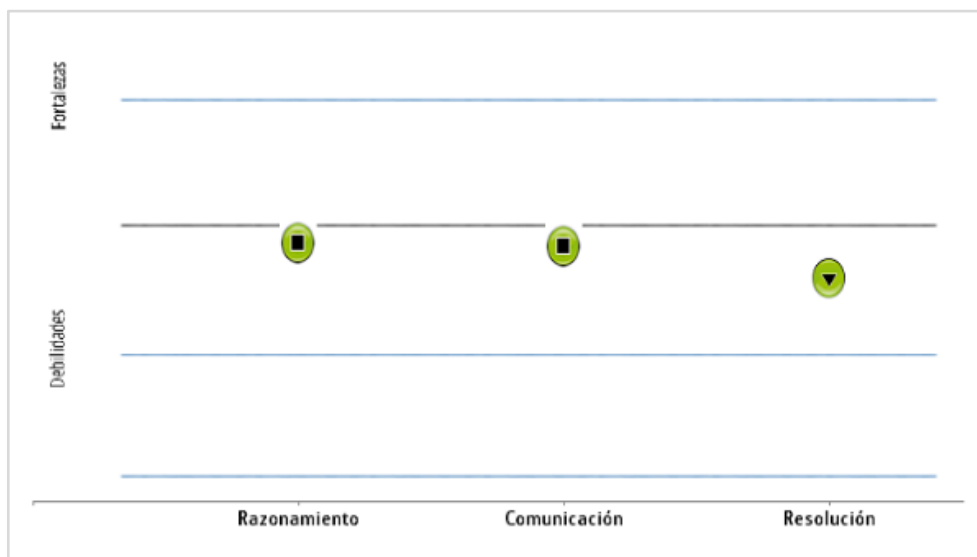
Fuente: Ministerio de Educación Nacional - Icfes (2016).

## 1.2 Resultados del grado tercero de primaria en el área de Matemáticas de la Institución Educativa José Holguín Garcés (Básica primaria)

La Institución Educativa José Holguín Garcés en el área y grado evaluado, en comparación con los establecimientos que presentan un puntaje promedio similar, de acuerdo con el MEN (2016), es:

- Similar en razonamiento y argumentación.
- Similar en comunicación, representación y modelación.
- Débil en planteamiento y resolución de problemas (Gráfico 3).

### Gráfico 3. Resultados del grado tercero de primaria en el área de Matemáticas de la Institución Educativa José Holguín Garcés (Básica primaria)

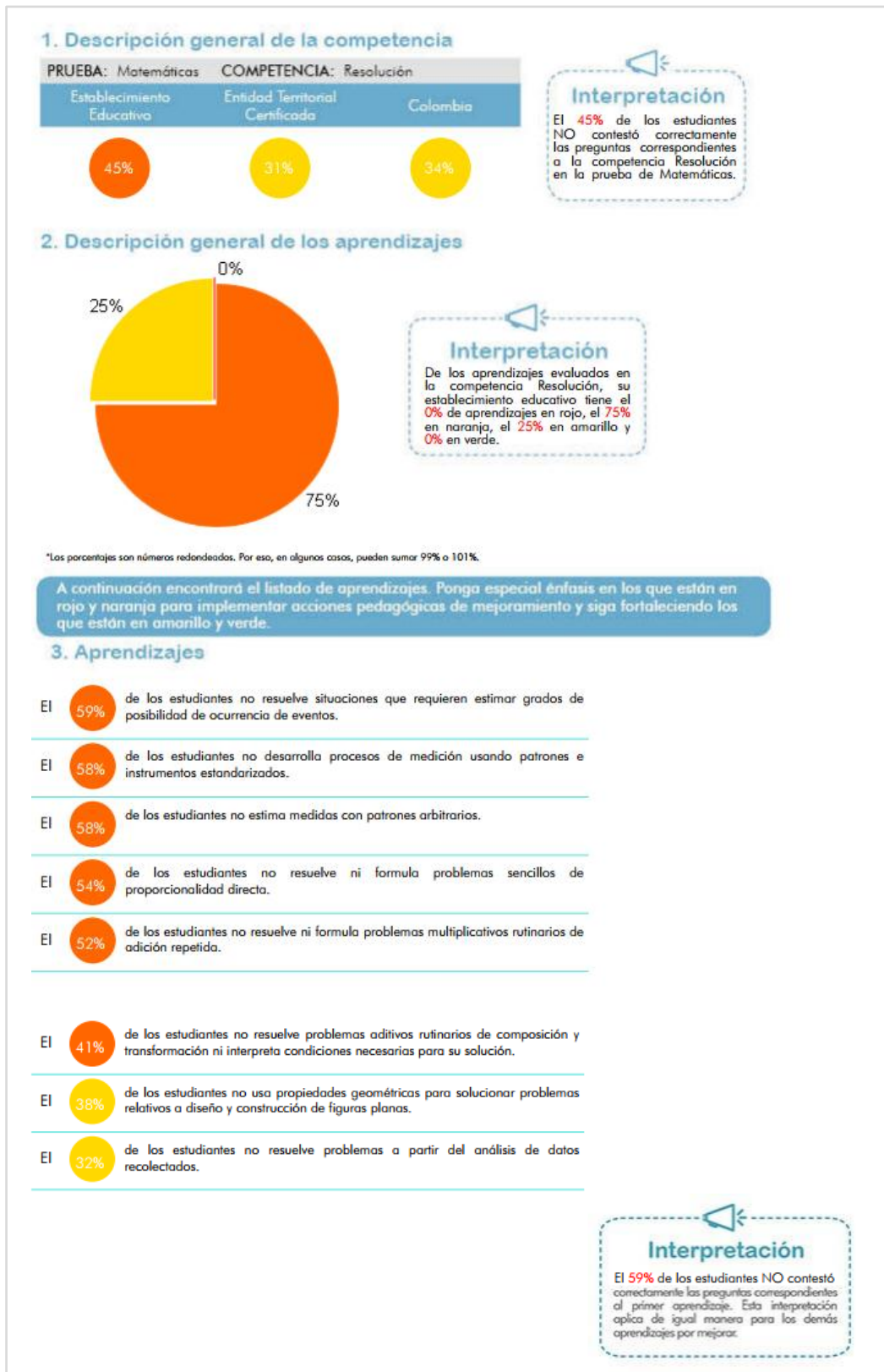


Fuente: Ministerio de Educación Nacional - Icfes (2016).

## 1.3 Descripción general de la competencia planteamiento y resolución de problemas

En el Gráfico 4 se describe el desempeño en cuanto a planteamiento y resolución de problemas y se presentan el análisis y las recomendaciones para mejorar dicha competencia (MEN, 2016).

**Gráfico 4. Descripción general de la competencia resolución de problemas en la Institución Educativa José Holguín Garcés (Básica primaria)**

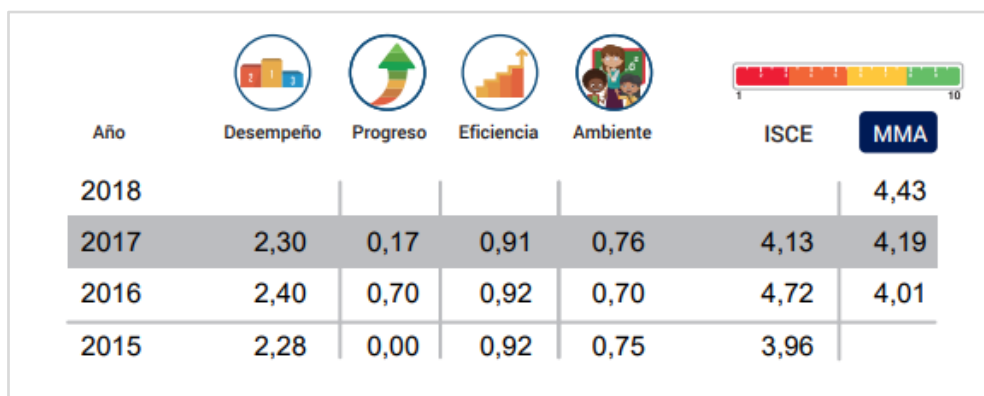


Fuente: Ministerio de Educación Nacional - Siempre Día-e - Icfes (2016).

### 1.4 Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE)

En el Reporte de Excelencia 2017 (MEN - Siempre Día-e, 2017) de la Institución Educativa José Holguín Garcés se encuentra el resumen del Índice Sintético de la Calidad Educativa (ISCE) y sus respectivos componentes: progreso, desempeño, eficiencia y ambiente escolar (Gráficos 7 al 9). El índice sintético total (la suma de los cuatro componentes) de la Institución Educativa José Holguín Garcés, para el año 2016, fue de 4,72, mostrando una mejoría con respecto al año anterior (3,96) y superando la meta para ese año que era de 4,01 (Gráfico 6).

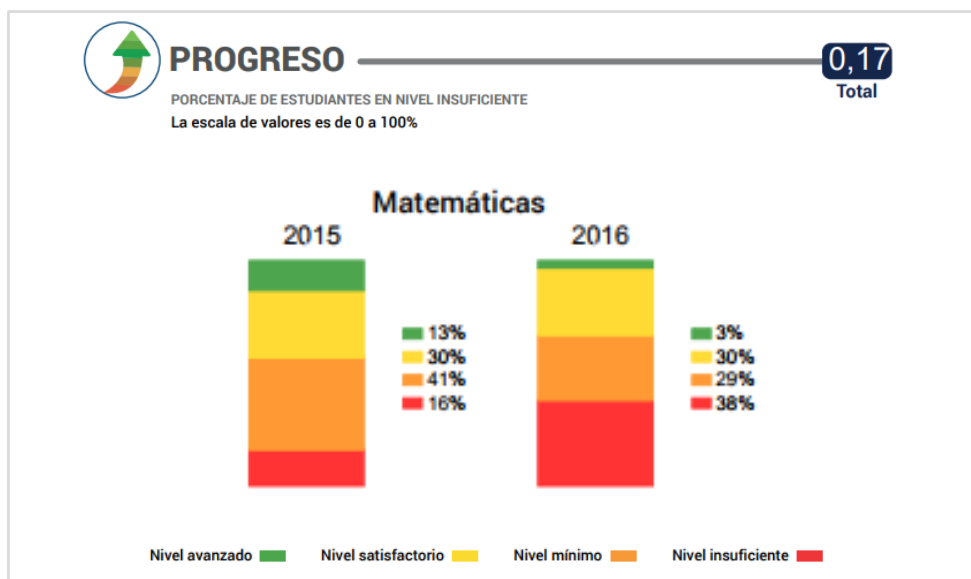
**Gráfico 6. Índice Sintético de la Calidad Educativa (ISCE) de la Institución Educativa José Holguín Garcés (Básica primaria)**



Fuente: Ministerio de Educación - Siempre Día-e (2017).

Del Reporte de Excelencia 2017 (MEN - Siempre Día-e, 2017) se infiere que la institución debe mejorar el desempeño académico en el área de Matemáticas, pues en 2015 el porcentaje más alto (41 %) se encontraba en el nivel mínimo, seguido del nivel satisfactorio (30 %), y solo el 13 % en el nivel avanzado, mientras que el insuficiente contaba con el 16 %. Para el año 2016 el desempeño decayó considerablemente, aumentando la cantidad de estudiantes en el nivel insuficiente, con más del doble, alcanzando el 38 %; el nivel mínimo se redujo al 29 %; el satisfactorio se mantuvo en 30 %, y el avanzado también se redujo significativamente, con el 3 % (Gráfico 7). Por otro lado, la institución muestra un progreso de 0,17 (Gráfico 7).

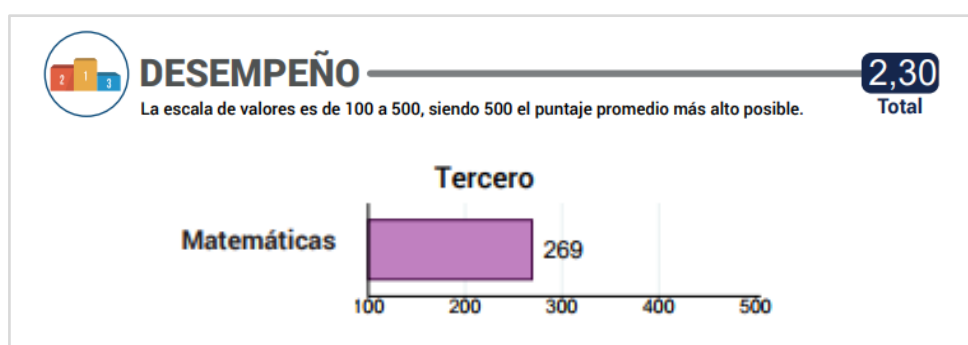
**Gráfico 7. Índice Sintético de la Calidad Educativa (ISCE) de la Institución Educativa José Holguín Garcés (Básica primaria) – Componente: Progreso**



Fuente: Ministerio de Educación – Siempre Día-e (2017).

El desempeño de los estudiantes de tercero de primaria en el área de Matemáticas de la Institución Educativa José Holguín Garcés se encuentra en 269 puntos, ubicándose en un nivel mínimo, dado que la escala de valores es de 100 a 500, siendo 500 el puntaje promedio más alto posible (Gráfico 8).

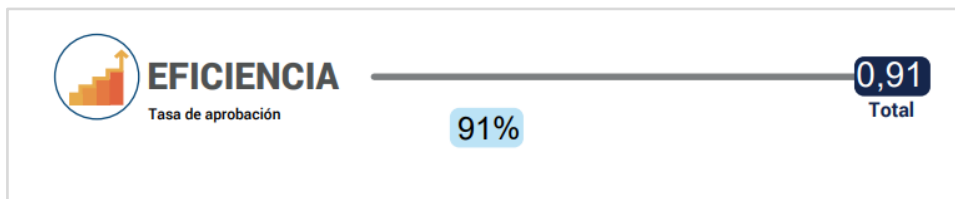
**Gráfico 8. Índice Sintético de la Calidad Educativa (ISCE) de la Institución Educativa José Holguín Garcés (Básica primaria) – Componente: Desempeño**



Fuente: Ministerio de Educación - Siempre Día-e (2017).

En cuanto al componente eficiencia, la institución tiene una tasa de aprobación de 91 % (Gráfico 9).

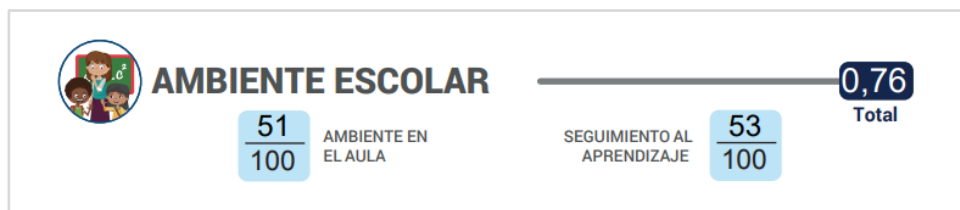
### Gráfico 9. Índice Sintético de la Calidad Educativa (ISCE) de la Institución Educativa José Holguín Garcés (Básica primaria) – Componente: Eficiencia



Fuente: Ministerio de Educación - Siempre Día-e (2017).

Finalmente, el componente ambiente escolar, en lo referente al ambiente en el aula y al seguimiento al aprendizaje tiene 51 % y 53 %, respectivamente, lo que indica que la institución debe mejorar en estos aspectos (Gráfico 10).

### Gráfico 10. Índice Sintético de la Calidad Educativa (ISCE) de la Institución Educativa José Holguín Garcés (Básica primaria) – Componente: Ambiente escolar



Fuente: Ministerio de Educación - Siempre Día-e (2017).

De los anteriores resultados se observa que en la Institución Educativa José Holguín Garcés se han encontrado deficiencias académicas en el área de Matemáticas, a lo que se suman observaciones durante las actividades en clase de matemáticas, que muestran que, en repetidas ocasiones, los estudiantes no optan por el uso de la operación multiplicativa para resolver tareas que lo requieren. Por lo tanto, este trabajo se enfocará en una secuencia didáctica en los estudiantes del grado cuarto de primaria de la sede Villa del Mar de esta institución, con el objetivo de mejorar la resolución de problemas de estructura multiplicativa, a fin de contribuir a la formación integral del estudiante en el desarrollo de habilidades y destrezas básicas que permitan generar aprendizajes permanentes y significativos, contruidos por ellos mismos bajo la orientación del docente, en los que puedan realizar análisis, inducciones, generalizaciones y proponer problemas que los lleven a la reflexión y al razonamiento matemático.

Con base en las anteriores consideraciones, este trabajo pretende resolver **¿cómo promover el aprendizaje de la estructura multiplicativa en estudiantes de cuarto de primaria de la Institución Educativa José Holguín Garcés, sede Villa del Mar, utilizando la implementación de una secuencia didáctica basada en el planteamiento y la resolución de problemas?**

## **2. Objetivos**

### **2.1 Objetivo general**

Analizar la implementación de una secuencia didáctica basada en el planteamiento y resolución de problemas, para promover el aprendizaje de la estructura multiplicativa en los estudiantes del grado cuarto de primaria de la Institución Educativa José Holguín Garcés, sede Villa del Mar, de la ciudad de Cali.

### **2.2 Objetivos específicos**

- Diseñar la secuencia didáctica basada en el planteamiento y resolución de problemas que movilicen y promuevan el desarrollo del pensamiento numérico, mediante la enseñanza de la estructura multiplicativa a través de problemas.
- Implementar la secuencia didáctica que permitan mejorar el desempeño de los estudiantes del grado cuarto de primaria de la Institución Educativa José Holguín Garcés, sede Villa del Mar, en lo que respecta a las operaciones con estructura multiplicativa y la aplicación de estas en la resolución de problemas.
- Analizar la efectividad de la secuencia didáctica para promover el aprendizaje de la estructura multiplicativa donde la actividad corporal, el trabajo con material concreto y el planteamiento de problemas sean ingredientes constitutivos en la práctica pedagógica, con los estudiantes del grado cuarto de primaria de la Institución Educativa José Holguín Garcés, sede Villa del Mar.



### **3. Supuestos**

- Los bajos resultados en las Pruebas Saber 2016 de los estudiantes del grado tercero de la Institución Educativa José Holguín Garcés, indican que hay una apropiación débil del conocimiento, que a su vez, posiblemente, es consecuencia de la falta de preparación de los maestros para diseñar experiencias de aprendizaje efectivas.
- La implementación de una secuencia didáctica basada en resolución de problemas de estructura multiplicativa, que incluya el diseño de situaciones que involucren al estudiante y con el apoyo de material concreto contribuirá a promover el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de cuarto de primaria de la Institución Educativa José Holguín Garcés.

#### 4. Justificación

Al revisar los resultados de las Pruebas Saber 2016, se observa la necesidad de desarrollar las competencias con generación de situaciones de aprendizaje significativas. En lo referente al área de Matemáticas, la comprensión en la formulación de problemas y su resolución son los aspectos que mayor dificultad presentan. Es de resaltar que la resolución de problemas es una de las competencias más importantes en el área de Matemáticas, pues involucra todos los tipos de pensamiento (numérico, aleatorio, variacional, métrico y espacial).

La manera en que los estudiantes resuelven problemas permite no solo identificar el grado de dificultad que tienen con las diversas estructuras (aditiva: combinación, igualación, comparación, transformación; o multiplicativa: isomorfismo de medidas, producto de medidas, producto cartesiano, proporcionalidad, comparación) y de comprensión de dichos problemas, sino reconocer los recursos o procedimientos que los estudiantes utilizan para tal fin y diseñar estrategias para fortalecer su pensamiento matemático.

Es crucial entender cómo piensan los niños las matemáticas, de esta manera se les puede brindar la oportunidad de construir su propio pensamiento. Cuando el docente comprende el modo de pensar del niño, no solo es más fácil de observar su capacidad de aprender (Carpenter *et al.*, 1999 y 2003, citados por Bosch, 2012), sino que puede tomar mejores decisiones en cuanto a la idoneidad de los métodos, los materiales y la secuencia del currículo (Baroody, 1988, 2003, citado por Bosch, 2012).

Desde la labor como docentes, una función primordial es ayudar a los estudiantes a pensar por sí mismos y a no esperar a que todo esté dado, es decir, conformarse con lo que se les está diciendo y memorizarlo, sino que ellos mismos se permitan cuestionarse y busquen resolver los retos a los que se están enfrentando. Para seguir con esta idea, debe resaltarse la premisa de que enseñar a cuestionar es uno de los aspectos más importantes en la educación.

Haciendo una conexión con la problemática de investigación, se tiene que es importante que los estudiantes entiendan lo que es la multiplicación y sepan en qué momento se debe utilizar, más aún, que sepan operarla. Para esto, como docentes debemos intentar salir de lo tradicional y reinventar métodos de enseñanza, con el fin de que el

conocimiento siempre se esté actualizando para ayudar a los estudiantes a generar conocimientos.

En otras palabras, la idea no es que los estudiantes repitan lo que se les dice, sino que ellos mismos se cuestionen y entiendan el significado de esta operación y la importancia de aplicar el conocimiento en situaciones a las que se enfrentan cotidianamente, para esto los docentes debemos mejorar la forma de orientar la clase y generar un acercamiento hacia el tipo de aprendizaje con el que cuentan los estudiantes, permitiéndoles exponer lo que ellos entienden por multiplicación, lo que para ellos significa y en qué momentos piensan que podrían utilizarla, para así ayudar a generar conocimiento por sí mismos.

Los estudiantes del grado cuarto de primaria de la sede Villa del Mar, de la Institución Educativa José Holguín Garcés, presentan grandes deficiencias matemáticas, lo que les dificulta avanzar en su proceso formativo en relación con las demás áreas del conocimiento. Esta problemática afecta de manera significativa a los niños, ya que el cálculo matemático tiene una estrecha relación con otras áreas del saber. De ahí la necesidad de implementar una secuencia didáctica que ayude a mejorar el nivel de atención, motivación y que les permita la resolución de problemas cotidianos.

La enseñanza de las matemáticas genera retos entre los docentes acerca de cómo impartirla para lograr en el niño un aprendizaje en el que pueda resolver problemas, permitiéndole actuar con eficacia e iniciativa en las situaciones prácticas que se le presentan en la vida diaria. De ahí que la aplicación de una secuencia didáctica como estrategia innovadora en la enseñanza de las matemáticas ayudará al docente a tomar mejores decisiones, para que el aprendizaje sea óptimo y de esta manera obtener mayor rendimiento académico y motivación para los estudiantes, ya que implica el dominio de la estructura conceptual, así como grandes dosis de creatividad e imaginación.

Si bien los problemas matemáticos son parte de la cotidianidad y requieren herramientas, habilidades, destrezas y, sobre todo, comprensión para resolverlos, es fundamental identificar las dificultades que presentan los estudiantes, particularmente los de cuarto grado de primaria de la institución en mención. Para abordar esta problemática, en este trabajo se plantea la implementación de una secuencia didáctica que permita el mejoramiento en el desempeño de los estudiantes en el área de Matemáticas, a través de problemas de estructura multiplicativa donde se involucra al

estudiante en las situaciones, además de trabajar con material concreto y de forma lúdica.

## **5. Marco teórico**

### **5.1 Sobre la concepción de las matemáticas según los lineamientos curriculares del MEN**

De acuerdo con los lineamientos curriculares, podría decirse que existen tantas definiciones de matemáticas como docentes de matemáticas o ideas sobre el papel de las matemáticas en la enseñanza escolar. A la hora de definir el conocimiento matemático escolar, los docentes parecieran estar más prestos a exponer un acumulado de núcleo temático que a definir o redefinir los supuestos ontológicos de las matemáticas y de la relación matemáticas-escuela-sociedad. Algunos maestros coinciden en afirmar que el lugar de las matemáticas en la escuela tiene un carácter eminentemente instrumental en la formación del estudiante. Esta idea se ve reforzada cuando se cuestionan las aplicaciones de los saberes matemáticos que forman parte de los procesos de aprendizaje y enseñanza en el aula.

De acuerdo con los lineamientos curriculares del MEN (1998), algunos docentes asumen las matemáticas “como un cuerpo estático y unificado de conocimientos, otros (...) como un conjunto de estructuras interconectadas, otros (...) como un conjunto de reglas, hechos y herramientas; [o] como la ciencia de los números y las demostraciones”. Así mismo, el hacer matemático es para algunos maestros, según el MEN (1998), “la actividad de solucionar problemas”, para otros, “el ordenar saberes matemáticos establecidos”, y otros lo asocian con “construir nuevos saberes a partir de los ya conocidos, siguiendo reglas de la lógica” (p. 9). Por otro lado, el conocimiento matemático escolar algunos lo consideran como “el conocimiento cotidiano que tiene que ver con los números y las operaciones, y (...) otros, como el conocimiento matemático elemental que resulta de abordar superficialmente algunos elementos mínimos de la matemática disciplinar” (p. 9).

Estas concepciones sobre la matemática y su naturaleza vienen dadas por escuelas clásicas del pensamiento matemático, filosófico y científico, como el platonismo, el logicismo, el formalismo, el intuicionismo, el constructivismo, entre otras. En los lineamientos curriculares del MEN se invita a docentes y estudiantes a pensar las

relaciones entre estas escuelas y sus concepciones, con el fin de establecer encuentros y desencuentros entre las mismas.

Para una conceptualización actualizada o, en palabras del MEN, una *re-conceptualización* de las matemáticas, este sugiere que se deben tener en cuenta los llamados factores externos (historia, génesis, práctica de las disciplinas) y los aspectos ontológicos y epistemológicos propios de ella. En los lineamientos curriculares, el MEN (1998) acentúa lo sustancial de dicho proceso desde la perspectiva de Paul Ernest, una autoridad en el tema, quien

(...) ha propuesto una re conceptualización del papel de la filosofía de las matemáticas, que tenga en cuenta la naturaleza, justificación y génesis tanto del conocimiento matemático como de los objetos de las matemáticas, las aplicaciones de éstas en la ciencia y en la tecnología, y el hacer matemático a lo largo de la historia. Este planteamiento ha llevado a considerar que el conocimiento matemático está conectado con la vida social de los hombres, que se utiliza para tomar determinadas decisiones que afectan a la colectividad y que sirve como argumento de justificación (p. 12).

En una primera aproximación concluyente podría decirse, entonces, que las matemáticas y su naturaleza están estrechamente ligadas a las abstracciones, demostraciones y aplicaciones. Es así que en los lineamientos curriculares, el MEN propone algunas ideas para nutrir el debate actual sobre las matemáticas y su naturaleza basadas en los postulados de autoridades en materia de didáctica y educación; particularmente se hace mención a las temáticas del saber matemático y la transposición didáctica, el trabajo matemático, el trabajo del profesor y el trabajo del alumno. En estas caracterizaciones existe una clara distinción entre el matemático y el docente, cada uno tiene funciones y compromisos distintos en el proceso de enseñanza del conocimiento y el saber matemático. De ahí que puede concluirse que el conocimiento matemático científico se distingue del conocimiento matemático escolar, pero esto no sugiere que uno pueda entenderse sin el otro, especialmente en lo que concierne al conocimiento matemático escolar.

La propuesta curricular en los lineamientos curriculares (MEN, 1998) presenta una visión completa sobre el trabajo matemático en el aula y, a su vez, busca organizar el currículo en tres grandes aspectos: los procesos generales que se encuentran estrechamente relacionados con el aprendizaje, tales como razonamiento, resolución y

planteamiento de problemas; comunicación; modelación y elaboración; y comparación y ejercitación de procedimientos. Los anteriores son conocimientos básicos que tienen que ver con procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las matemáticas. Se relacionan con el desarrollo del pensamiento numérico, espacial, métrico, aleatorio y el variacional, entre otros. Es importante reconocer que el estudiante está sujeto a un contexto determinado, que es el conjunto de ambientes que lo rodean y que le dan sentido a las matemáticas que aprenden en el aula. La fusión de ambos factores (pensamiento numérico aprendido y variables ambientales) se debe tener presente en la ejecución de experiencias didácticas; en otras palabras, la situación problema es un microambiente de aprendizaje que proviene del contexto cotidiano.

## **5.2 Sobre el dominio y el conocimiento matemático escolar**

El dominio sobre matemáticas se denomina también alfabetización o competencia matemática (OCDE, 2005, 2004, citado por Rico, 2006) y se refiere a “las capacidades de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando resuelven o enuncian problemas matemáticos en una variedad de situaciones y dominios”. La OECD (2003, 2004, citado por Rico, 2006) también la define como “la capacidad de un individuo para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos que presenten necesidades para su vida individual como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo”. Al decir mundo, se hace alusión a los aspectos natural, cultural y social en que viven los individuos: su vida privada, profesional, social con compañeros y familiares, así como su vida como ciudadanos de una comunidad (Rico, 2006).

Así, en la escuela el conocimiento matemático adquiere un carácter social. El proceso de su enseñanza debe tomar partido por la experiencia socioafectiva del niño con la construcción del conocimiento en el aula: cómo se relaciona el sujeto estudiante con el objeto del conocimiento transmitido. Como cualquier actividad de carácter social, debe tener en cuenta los elementos que surgen en el encuentro de los actores con el objeto: intereses, inquietudes, entre otros. Las matemáticas, entonces, pueden ser entendidas como una actividad social que se reconstruye en la interacción del sujeto con los

postulados axiomáticos propios del área que son transmitidos en diferentes contextos situacionales y momentos históricos.

Estas nuevas formas de entender el conocimiento matemático implican también toda una serie de reestructuraciones en la construcción curricular de los saberes matemáticos en el aula. Los PEI de las instituciones educativas actualmente, señala el MEN (1998), deben tratar de ser consecuentes con estas nuevas formas de entender el conocimiento matemático en la escuela; en ese sentido, las estructuras curriculares de las instituciones no deben pasarlas por alto y los educadores del área deben tratar de hacerse a elementos pedagógicos y didácticos que sean igualmente consecuentes con dichas formas innovadoras.

Por otra parte, parece ser un consenso entre los conocedores de la materia, que uno de los grandes objetivos de la enseñanza de las matemáticas sea posibilitar en el alumno el desarrollo de ciertas competencias que lo habilitan intelectualmente para hacer una comprensión y aprehensión de la realidad y del mundo que lo rodea. Esa comprensión del mundo va más allá del entendimiento de ciertas relaciones lógicas entre los objetos del mundo y las representaciones que los sujetos hacen de ella. El entramado teórico y práctico que se adquiere con el aprendizaje de las matemáticas permite adquirir un conjunto de elementos (o herramientas) significativas para explorar el mundo y su realidad, explicarla, predecirla y experimentar en ella; en pocas palabras, para actuar en y para ella, para crearla, recrearla y transformarla.

Es así que, como docentes, debemos reconocer que estos conocimientos permiten que los estudiantes puedan ir más allá de la problematización de la realidad en el aula para integrarlos a su experiencia vital cotidiana igualmente problemática; es decir, al enfrentarse con situaciones matemáticas cuando compran, viajan, se alimentan, entre otras muchas situaciones en las que usan el razonamiento cuantitativo, relacional o espacial. De esta manera, su competencia matemática les sirve para clarificar, formular y resolver problemas mediante herramientas matemáticas (Rico, 2006).

De acuerdo con el MEN (1998), la integración de estas conceptualizaciones en un currículo integral debe tomar en cuenta al menos tres aspectos fundamentales que lo sintetizan: los procesos generales, los conocimientos básicos y el contexto. La interacción de estos tres aspectos fundamentales y la forma como se apliquen y ubiquen en el proceso de enseñanza darán lugar a modelos (limitados) que posibilitan la

configuración de estructuras curriculares ajustadas al buen desarrollo de las conceptualizaciones actuales de las matemáticas.

El contexto puede ser entendido, en su sentido más amplio, como todas aquellas interacciones que se producen en el encuentro entre el conocimiento y el sujeto con las condiciones de posibilidad de su aprehensión.

Para un acercamiento asertivo a la construcción de una estructura curricular coherente con los retos actuales de la enseñanza de las matemáticas, el MEN (1998) propone cinco formas del conocimiento básico matemático: (a) el pensamiento numérico, (b) el pensamiento espacial, (c) el pensamiento métrico, (d) el pensamiento aleatorio, y (e) el pensamiento variacional; cada uno con los sistemas que los determinan y les son propios (número, geométrico, de medidas, de datos y algebraicos-analíticos, respectivamente). De los anteriores tipos de pensamiento, el numérico es el que dará la base para esta investigación y sobre el que se profundizará un poco a continuación.

### **5.3 El pensamiento numérico**

Dados los objetivos formulados, la secuencia didáctica desarrollada en este trabajo se basará en el pensamiento numérico. De acuerdo con el MEN (1998), el pensamiento numérico se refiere a algo más general que el llamado sentido numérico, pues incluye, además de este, al operacional, las habilidades y destrezas numéricas, las comparaciones, las estimaciones, entre otros.

Según McIntosh (1992, citado por el MEN, 1998), pensamiento numérico es la “comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones”. Además, dice este autor que este se “adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos, y se manifiesta de diversas maneras de acuerdo con el desarrollo del pensamiento matemático” (p. 26).

Por su parte, Castro (1994) define el pensamiento numérico como “la línea de estudio e investigación en Didáctica de la Matemática que se ocupa de los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de conceptos numéricos en el sistema educativo y en el medio social”. En otras palabras, el pensamiento numérico incluye todas las



formas, tanto cognitivas como culturales, en que los individuos asignan y comparten significados, mediante: (a) los instrumentos conceptuales (sistemas simbólicos estructurados); (b) unos modos de uso de los sistemas simbólicos (funciones cognitivas); y (c) un campo de actuación (fenómenos, cuestiones y problemas) (Rico, s.f.).

Existe un acuerdo frente a algunos aspectos que pueden ayudar a desarrollar el pensamiento numérico en los niños: la comprensión de los números y la numeración, la comprensión del concepto de las operaciones y los cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones. Todos estos aspectos son propensos de ser valorados a la luz de las competencias que permiten desarrollar en los estudiantes y sobre los cuales pueden construirse sus manifestaciones didácticas en el aula.

#### **5.4 Procesos generales de toda actividad matemática**

Los procesos generales presentes en toda actividad matemática, los cuales son importantes para el desarrollo de las actividades de la secuencia didáctica, son: razonamiento, comunicación, modelación, elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos; así mismo, la que conforme a los objetivos del presente trabajo más interesa: planteamiento y resolución de problemas (MEN, 1998). Sobre las cuatro primeras se hará una breve reseña, y sobre la última se profundizará un poco más, dado que es el eje de este trabajo.

##### **5.4.1 Razonamiento matemático**

El razonamiento matemático es un proceso fundamental en la resolución de problemas. Se entiende como la acción de ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión (MEN, 1998). Lo anterior implica que el estudiante está en la capacidad de:

- Dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones.
- Justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas.
- Formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, usar hechos conocidos, propiedades y relaciones para explicar otros hechos.
- Encontrar patrones y expresarlos matemáticamente.

- Utilizar argumentos propios para exponer ideas, comprendiendo que las matemáticas más que una memorización de reglas y algoritmos, son lógicas y potencian la capacidad de pensar (p. 77).

#### **5.4.2 Comunicación**

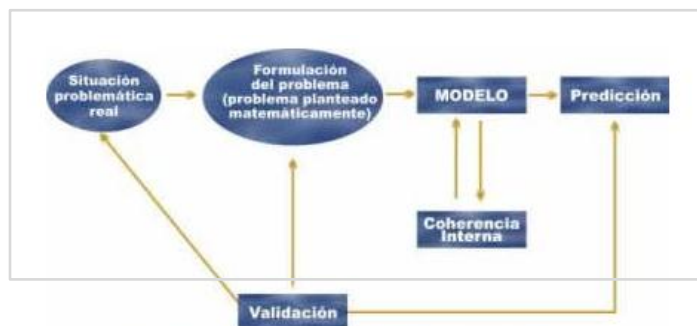
La comunicación es un proceso que juega un papel fundamental, al ayudar a los niños a construir los vínculos entre sus nociones informales e intuitivas y el lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas (NTCM, 1989, citado por el MEN 1998, p. 95). La comunicación debe permitir que los estudiantes:

- Adquieran seguridad para hacer conjeturas, preguntar, explicar su razonamiento, argumentar y resolver problemas.
- Comprendan, interpreten y evalúen ideas presentadas oralmente, por escrito y en forma visual.
- Construyan, interpreten y ligen varias representaciones de ideas y de relaciones.
- Hagan informes orales en clase en los cuales comunican a través de gráficos, palabras, ecuaciones, tablas y representaciones físicas.
- Hagan observaciones y conjeturas, formulen preguntas y reúnan y evalúen información.
- Produzcan y presenten argumentos persuasivos y convincentes.
- Pasen del lenguaje de la vida diaria al lenguaje de las matemáticas y al de la tecnología.

#### **5.4.3 Modelación**

Con la aparición de la era informática, uno de los énfasis que se hace es la búsqueda y construcción de modelos matemáticos. La resolución de problemas en un amplio sentido se considera siempre en conexión con las aplicaciones y la modelación. La forma de describir ese juego o interrelación entre el mundo real y las matemáticas es la modelación. En el Gráfico 11 se describen los elementos básicos de la modelación (MEN, 1998, p. 76).

**Gráfico 11. Elementos básicos de la construcción de modelos**



Fuente: Ministerio de Educación Nacional (1998).

Algunos autores, como Treffers y Goffree (citados por el MEN, 1998) describen la modelación como “una actividad estructurante y organizadora, mediante la cual el conocimiento y las habilidades adquiridas se utilizan para descubrir regularidades, relaciones y estructuras desconocidas”.

Para transformar la situación problemática real a un problema matemático, de acuerdo con estos autores, las siguientes actividades son esenciales: (a) identificar las matemáticas específicas en un contexto general, (b) esquematizar, (c) formular y visualizar un problema en diferentes formas, (d) descubrir relaciones, (e) descubrir regularidades, (f) reconocer aspectos isomorfos en diferentes problemas, (g) transferir un problema de la vida real a un problema matemático, y (h) transferir un problema del mundo real a un modelo matemático conocido. El siguiente paso es tratarlo con herramientas matemáticas, llevando a cabo actividades como: (a) representar una relación en una fórmula, (b) probar o demostrar regularidades, (c) refinar y ajustar modelos, (d) utilizar diferentes modelos, (e) combinar e integrar modelos, (f) formular un concepto matemático nuevo, y (g) generalizar.

#### **5.4.4 Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos**

El aprendizaje de procedimientos o “modos de saber hacer” es muy importante en el currículo, ya que facilita la aplicación de las matemáticas en la vida cotidiana.

Los procedimientos son métodos de cálculo o algoritmos (serie de pasos bien especificados que sirven para dar un resultado preciso), los cuales se pueden clasificar en: aritméticos, geométricos, métricos, estadísticos, analíticos, entre otros. Para el caso de este trabajo, se retoma la definición de Rico (1995, citado por el MEN, 1998) sobre

los procedimientos de tipo aritmético, que “son aquéllos necesarios para un correcto dominio del sistema de numeración decimal y de las cuatro operaciones básicas” (p. 82).

#### **5.4.5 Planteamiento y resolución de problemas**

El proceso de planteamiento y resolución de problemas ha sido el eje angular de la transmisión y creación del conocimiento matemático en el aula. En algunos currículos se afirma, incluso, que la resolución de problemas debe ser el eje central de cualquier propuesta curricular en el área de Matemáticas, además de que sus objetivos primarios deben estar trazados por dicho eje. Esta creencia se refuerza, según el MEN (1998), sobre el supuesto de que “en la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel” (p. 52).

El desglose de contenidos curriculares que se despliegan de esta consideración pasa por la formulación de problemas partiendo de situaciones dentro y fuera de las matemáticas, desarrollo y aplicación de estrategias diversas para la resolución de problemas, verificación e interpretación de resultados a la luz del problema original, alternativas a nuevos problemas y adquisición de confianza en el uso metodológico de las matemáticas (NCTM, 1989, p. 71, citado por el MEN, 1998).

La importancia de la actividad de resolver problemas matemáticos ha generado algunas propuestas sobre su enseñanza, las de Polya (1969) y Schoenfeld (1985; citado por el MEN, 1998) son las más conocidas. Resolver un problema, de acuerdo con Polya (1969), es hallar “un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados”.

La aplicación de este proceso como eje de una propuesta curricular y de estrategias didácticas permite alcanzar metas significativas en relación con las competencias que se esperan desarrollar mediante la transmisión del conocimiento matemático. Algunas de las más importantes son: desarrollar habilidades comunicativas mediante el lenguaje

matemático, incentivar procesos de investigación que subyacen del método matemático, usar sistemas y modelos que posibilitan la abstracción, entre otras.

El proceso general del planteamiento y resolución del problema permite que el estudiante alcance metas significativas en el proceso de construcción del conocimiento matemático (MEN, 1998, p. 76). Algunas de estas metas son:

- Desarrollar habilidades para comunicarse matemáticamente: expresar ideas, interpretar y evaluar, representar, usar consistentemente los diferentes tipos de lenguaje, describir relaciones y modelar situaciones cotidianas.
- Provocar procesos de investigación que subyacen al razonamiento matemático, en este caso, a través de la formulación de conjeturas.
- Investigar comprensión de conceptos y procesos matemáticos a través de reconocimiento de ejemplos y contraejemplos; uso de diversidad de modelos, diagramas, símbolos para representarlos, traducción entre distintas formas de representación, identificación de propiedades y el reconocimiento de condiciones, ejecución eficiente de procesos, verificación de resultados de un proceso, justificación de pasos de un proceso, reconocimiento de procesos correctos e incorrectos, generación de nuevos procesos, entre otros.
- Investigar estrategias diversas, explorar caminos alternos y flexibilizar la exploración de ideas matemáticas.

En el Cuadro 1 se explicitan algunos pasos del proceso general de planteamiento y resolución de problemas desarrollados en el presente trabajo y que tienen que ver con la perspectiva curricular/perspectiva didáctica.

Fuente: elaboración propia adaptado de García, Coronado y Giraldo (2015).

**Cuadro 1. Proceso general: planteamiento y resolución de problemas**

Grado 4° y 5°					
	Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Pensamiento espacial y sistemas geométricos	Pensamiento métrico y sistemas de medidas	Pensamiento aleatorio y sistemas de datos	Pensamiento variaciones y sistemas algebraicos y analíticos
Reconozco			Reconozco el uso de algunas magnitudes (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura) y de algunas de las unidades que se usan para medir cantidades de la magnitud respectiva en situaciones aditivas y multiplicativas.		
Resuelvo	Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.			Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos.	
Justifico	Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.		Justifico relaciones de dependencia del área y volumen, respecto a las dimensiones de figuras y sólidos.		

Los procesos descritos en el Cuadro 1 se tuvieron en cuenta al momento de diseñar la secuencia didáctica, pues se buscaba en los estudiantes potenciar su pensamiento matemático a partir de actividades, como situaciones problema, con el fin de provocar en ellos procesos de investigación de patrones, comparaciones con sus pares, formulación y demostración de hipótesis, entre otros. En particular, una de las situaciones propuestas en este trabajo consiste en la resolución de un problema que conlleva la construcción del concepto de razón trigonométrica, en la que los estudiantes deben dar cuenta de los fenómenos hallados en este. Las aplicaciones y los problemas deben utilizarse como contexto dentro del cual tiene lugar el aprendizaje.

En cuanto a este tema del planteamiento y resolución de problemas, Poveda (s.f.) señala que si la labor de enseñanza de la estructura multiplicativa se reduce a que los niños aprendan los algoritmos para que puedan resolver problemas, y que se deben aprender las tablas para poder multiplicar, y que la división solo se aprende cuando ya saben multiplicar, lo que se está haciendo realmente es enseñarles a acumular, memorizar y reproducir lo que han aprendido en el aula y se está dejando de lado, según esta autora, “todo el desarrollo que tiene el estudiante, producto de estar enfrentándose continuamente a problemas propios de la vida cotidiana, aunque la escuela no haya abordado ‘el tema’ y no se sepa las tablas”. Incluso, muchos estudiantes no saben o les queda difícil relacionar tanto el algoritmo con el problema como la multiplicación con la división. Esta creencia de que la memorización es prioridad implica que muchos estudiantes no comprendan el planteamiento de un problema y mucho menos resolverlo, pues no saben ni siquiera qué deben hacer ni cuál algoritmo utilizar.




Así las cosas, según esta autora, los algoritmos o procedimientos formales, es decir, los priorizados por la escuela, están muy lejos de lo que los niños muchas veces utilizan, ya que estos para desarrollar el esquema multiplicativo suelen hacerlo cuando enfrentan situaciones cotidianas que lo incluye y mediante representaciones que van incrementando su complejidad conforme a su nivel de comprensión. Sin embargo, de acuerdo con esta autora, la escuela por lo general no reconoce ni valora este tipo de representaciones.

En cuanto a la estructura de las situaciones multiplicativas simples, existen estudios de didáctica de la matemática (Castaño, 1996; Casasbuenas, 2011; Vergnaud, 1983; Maza, 1991; Castro y Rico, 1996, citados por Poveda, s.f.) que reconocen al menos tres tipos de problemas o situaciones que consideran solo una operación multiplicativa: (a) unas situaciones de razón o proporcionalidad (o de isomorfismo de medidas), (b) las situaciones de comparación (o producto escalar o factor multiplicante), y (c) las situaciones de combinatoria (producto de medidas o producto cartesiano).

Para el caso que nos compete en este estudio, las situaciones de razón o proporcionalidad son “aquellas en las que existe una relación proporcional entre dos magnitudes, pero el esquema de proporcionalidad se particulariza porque uno de los términos implicados es uno; la razón es referida a la unidad” (Poveda (s.f.)).

En el Gráfico 12 se pueden observar las tres posibilidades de situaciones de razón o proporcionalidad, cada una con un ejemplo ilustrativo.

**Gráfico 12. Posibilidades de situaciones de razón o proporcionalidad**

<b>Multiplicativa directa:</b> <b>Encontrar el total</b>	<b>Multiplicativa inversa:</b> <b>Número de unidades (de a..., división cuotitiva)</b>	<b>Multiplicativa inversa:</b> <b>valor de la unidad (entre..., división partitiva)</b>
		
<p>A cada bruja le corresponden sólo 4 sombreros; ¿cuántos sombreros se necesitan para las 3 brujas?</p>	<p>A cada bruja le corresponden sólo 4 sombreros; ¿para cuántas brujas alcanzan 12 sombreros?</p>	<p>Si hay 12 sombreros para tres brujas y a cada una se le asigna la misma cantidad, ¿cuántos sombreros le corresponden a cada una?</p>

Fuente: Poveda (s.f.). + *El desarrollo del pensamiento multiplicativo*.

Como se ve en el Gráfico 12, plantear los problemas mediante situaciones con material concreto permite que tanto la enseñanza como el aprendizaje sean más acordes con los métodos o estrategias que utilizan los niños en su cotidianidad y no con los algoritmos priorizados en la escuela. Este es un punto fundamental a desarrollar por parte de los docentes de los primeros grados de básica primaria, ya que aparte de facilitar la comprensión en el planteamiento de los problemas, moviliza, motiva y promueve el aprendizaje de la estructura multiplicativa con elementos más cercanos a los utilizados por los niños y así contribuir al mejoramiento en la resolución de problemas.

### 5.5 La actividad matemática de aprendizaje

La actividad matemática de aprendizaje, de acuerdo con García *et al.* (2015), es

(...) un concepto central articulado a las tareas que el profesor propone a los estudiantes y a los procesos matemáticos, afectivos y de tendencia de acción que el estudiante desarrolla (...) cuando aborda tareas y desarrolla procesos matemáticos. Por ello, los niveles de complejidad de estos procesos están asociados a la complejidad progresiva de las tareas y se expresan, finalmente, en los niveles de complejidad de los

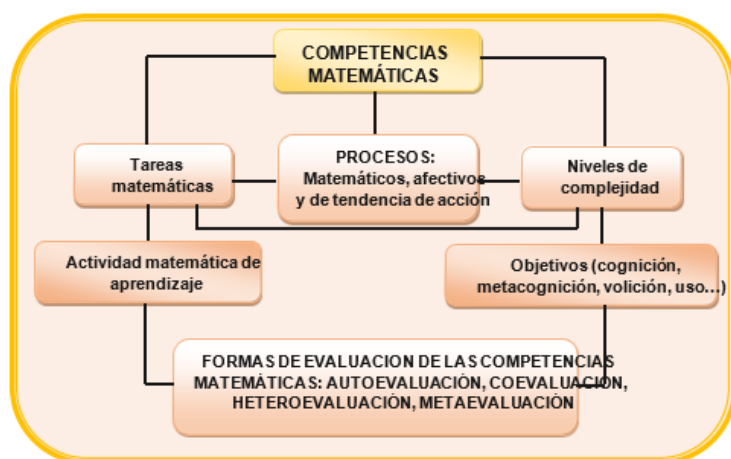


procesos cognitivos, afectivos y de tendencia de acción que deben desarrollar los estudiantes (p. 15).

De ahí que las competencias matemáticas se basen en procesos que están articulados a la enseñanza y aprendizaje (planteamiento y resolución de problemas, razonar, comunicar, modelizar, representar, argumentar, demostrar, calcular, visualizar, graficar, etc.), y han estado siempre en los currículos de esta área (MEN, 1998, p. 74, citado por García *et al.*, 2015). Es precisamente en los procesos matemáticos que se advierte el desarrollo y el crecimiento en la riqueza cognitiva, afectiva y pragmática del estudiante, es por eso que estos procesos son tan importantes, porque movilizan conocimientos y una tendencia de acción en el estudiante. Así que los niveles de complejidad de estos procesos se asocian a la complejidad progresiva de las tareas y a su vez en los niveles de complejidad de los procesos cognitivos, afectivos y de tendencia de acción de los estudiantes (Solar, 2009, p. 57, citado por García *et al.*, 2015). Esta relación genera una interacción comunicativa profesor-estudiante y estudiante-estudiante, la cual “es necesaria para construir el significado matemático compartido y para la negociación del desarrollo de estos significados compartidos entre profesor y estudiante” (Bishop, 2005, citado por García *et al.*, 2015, p. 15).

Para articular las tareas matemáticas, los procesos matemáticos y los niveles de complejidad con la actividad matemática de aprendizaje del estudiante, es necesario elaborar una estructura que nos permita diseñar una secuencia didáctica, lo que conduce a la formulación de un modelo teórico a priori (MTP) de competencia matemática centrado en el aprendizaje (Gráfico 13).

**Gráfico 13. Modelo teórico a priori (MTP)**



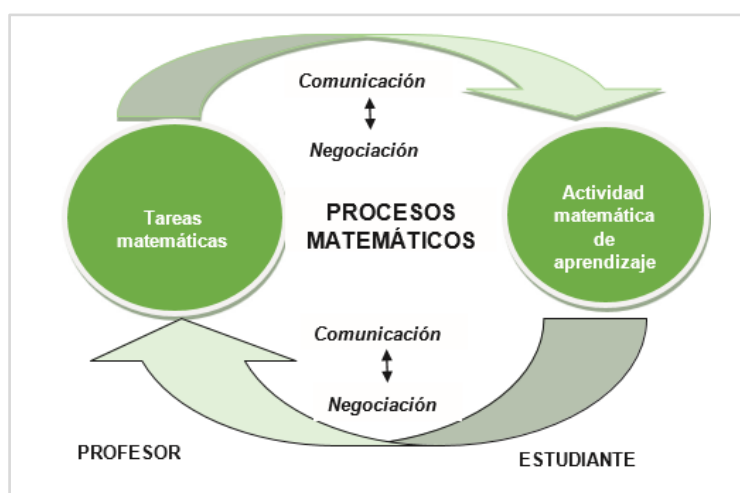
Fuente: García *et al.* (2015).

El MTP, de acuerdo con García *et al.* (2015) “es una estructura para organizar, describir, explicar y articular los componentes de la competencia matemática con la actividad matemática de aprendizaje, los objetivos de las tareas y las formas de evaluación”. Tiene como objetivo “contribuir a planificar el desarrollo coherente y progresivo del proceso de movilización de las competencias matemáticas cuando el estudiante resuelve tareas y desarrolla procesos cognitivos, afectivos y de tendencia de acción con complejidad creciente”. En otras palabras, el MTP es el modelo para articular las tareas matemáticas, los procesos matemáticos y los niveles de complejidad con la actividad matemática de aprendizaje del estudiante.

Según estos autores, el proceso de desarrollo de competencias matemáticas del estudiante se describe, explica y caracteriza, teniendo en cuenta (Gráfico 14):

- La calidad de las tareas matemáticas que se proponen al estudiante.
- Los procesos matemáticos que conforman cada una de las competencias. Estos procesos deben ser especificados en el modelo que organiza la secuencia didáctica.
- Los niveles de complejidad. Además de ser un componente específico de la competencia, es también un elemento que debe estar presente en el MTP al organizar el proceso didáctico.
- La actividad matemática de aprendizaje del estudiante. Como elemento del modelo, posibilita la valoración y caracterización del proceso de desarrollo de las competencias matemáticas del estudiante (García *et al.*, 2013, p. 45).

**Gráfico 14. Organización del proceso comunicativo en el aula para compartir y desarrollar el significado matemático**



Fuente: García *et al.* (2013, citados por García *et al.*, 2015).

## 5.6 Componentes de una competencia matemática

Conocer la estructura de la competencia matemática y sus componentes es fundamental para un profesor de matemáticas, pues esto le permite no solo planificar de mejor manera sus prácticas de enseñanza, sino aportarles a los estudiantes una mayor calidad en el desarrollo de sus competencias matemáticas (Solar, 2009, citado por García *et al.*, 2015).

Los componentes de una competencia matemática, según Solar (2009, citado por García *et al.*, 2015) son: (a) tareas matemáticas, (b) procesos matemáticos, y (c) niveles de complejidad.

**Tareas matemáticas:** tienen un carácter específico, se relacionan con un contenido y se asocian a expectativas de aprendizaje a corto plazo (objetivos de la clase, de la unidad, etc.) formuladas para el desarrollo de procesos matemáticos que ponen en juego capacidades del estudiante.

**Procesos matemáticos:** cada competencia se basa en los procesos matemáticos: representar, demostrar, argumentar, analizar, resolver, graficar, calcular, modelizar, visualizar, codificar, decodificar, traducir y calcular, entre otros. Sin embargo, en la concepción tradicional y aún predominante se organiza el currículo de matemáticas a partir de los contenidos, no de los procesos.

**Niveles de complejidad:** la complejidad tanto de las tareas como de los procesos matemáticos incide directamente en el nivel de complejidad de la competencia matemática vinculada a ellos. PISA (2003, 2006, citado por García *et al.*, 2015) propone los siguientes: reproducción, conexión y reflexión. Estos niveles se asumen para valorar y caracterizar los aspectos cognitivos, afectivos, de tendencia de acción y metacognitivos de las competencias matemáticas.

En el siguiente apartado se presentan los niveles de complejidad de una tarea matemática, según Solar (2009, citado por García *et al.*, 2015), los cuales constituyen una de las bases para el análisis de la intervención de esta secuencia didáctica.

## 5.7 Niveles de complejidad

Saber cómo articular el nivel de complejidad de una tarea matemática con el proceso de compartir y desarrollar el significado matemático en clase es indispensable para el

profesor de matemáticas, pues de esta manera logra observar el avance de sus estudiantes, y estos a su vez evidencian su progreso en el desarrollo de su competencia.

Es fundamental tener en cuenta estos niveles de complejidad de las tareas en el análisis de la secuencia didáctica implementada en el grupo del grado cuarto de primaria de la Institución José Holguín Garcés, pues permitirán identificar el desempeño y el progreso de los estudiantes. Los siguientes son los niveles de complejidad de una competencia matemática, según García *et al.* (2015).

### **5.7.1 Nivel de complejidad: Reproducción**

En este nivel de complejidad, los estudiantes al enfrentarse a una tarea utilizan una forma mecánica de aplicar los conocimientos apropiados para encontrar la solución al problema planteado, como simplificar la razón, buscar múltiplos, identificar las características de una razón o relación entre dos magnitudes, entre otros.

### **5.7.2 Nivel de complejidad: Conexión**

Este nivel de complejidad se caracteriza porque los estudiantes utilizan diferentes registros de representación semiótica, como la tabular y la pictográfica, lo que les permite una mejor comprensión de la tarea a resolver. Por ejemplo, utilizar una razón equivalente para obtener un término común, con el fin de facilitar la relación multiplicativa y encontrar la condición de regularidad y un múltiplo común a las cantidades que plantea el problema. Esto muestra que este tipo de tarea requiere para su solución una mayor movilización de capacidades cognitivas, ya que establece relaciones de carácter no rutinario e involucra más de dos variables y la conexión entre ellas.

### **5.7.3 Nivel de complejidad: Reflexión**

En este nivel de complejidad se observan avances en la comprensión, la reflexión y la creatividad de la información planteada, es decir, los estudiantes identifican las variables que intervienen, organizan la información para su análisis, efectúan relaciones y comparaciones entre magnitudes para llegar a la solución del mismo, representan de diferentes formas una misma situación (tabular, gráfica y verbal) y progresan en la interpretación y argumentación de las relaciones multiplicativas y en la movilización de capacidades dentro de los niveles de reproducción, conexión y reflexión; en general, muestran avances en la calidad de su actividad matemática de aprendizaje.

## **5.8 Caracterización de la competencia matemática: plantear y resolver problemas, según García *et al.* (2015)**

La actividad matemática de aprendizaje de los estudiantes permite establecer características de la competencia matemática plantear y resolver problemas:

***Características desde el saber ser.*** Hace referencia a las actitudes y valores (respeto, tolerancia, idoneidad) que los estudiantes movilizan en sus actuaciones al resolver un problema: reconocer variables, plantear procesos y proponer alternativas de solución; es decir, son los aspectos necesarios para plantear y resolver problemas: identificar el problema, reconocer elementos que le permiten abordar mejor el problema, idear un plan de acuerdo con sus conocimientos previos para tratar de resolverlo y hacer uso social de ellos.

***Características desde el saber conocer centrado en el dominio matemático del estudiante.*** Se refiere a la comprensión y uso de conceptos y saberes matemáticos previos. Los estudiantes identifican las variables involucradas en los problemas planteados, efectúan cálculos utilizando los algoritmos de la estadística para el tipo de dato y variable, identifican patrones dentro de la información, reconocen las características que aportan numéricamente cada medida de tendencia central dentro de la información, identifican el problema y proponen una ruta para resolverlo desde lo determinístico.

***Características desde el saber hacer.*** Se relaciona con las capacidades, las habilidades y las técnicas que moviliza el estudiante en el uso social de las matemáticas en contextos escolares y extraescolares.

En suma, en la secuencia didáctica realizada para este trabajo, esta caracterización permite evidenciar: (a) el progreso; (b) el uso de los contenidos matemáticos en lo escolar y extraescolar; (c) lo que se aprende y para qué se aprende; (d) el nivel de comprensión inicial de aspectos necesarios para plantear y resolver problemas, que, según D'Amore, Godino y Fandiño (2008), es un componente esencial en el desarrollo de la voluntad y el deseo de identificar el problema y encontrar la manera de resolverlo.

## 5.9 Pensamiento multiplicativo

Para explicar el pensamiento multiplicativo, Vergnaud (1990), en su teoría de los campos conceptuales, señala que en las estructuras aditivas intervienen operaciones aritméticas y nociones aditivas (adición, sustracción, diferencia, intervalo o traslación), y en las estructuras multiplicativas, las operaciones y nociones de tipo multiplicativo (multiplicación, división, fracción o proporción). Así mismo, refiere que en las estructuras multiplicativas están involucradas las estructuras aditivas.

Freudenthal (1983, citado por Bosch, 2012), por su lado, argumenta que el modelo aditivo es agregativo, mientras que en el modelo multiplicativo un número interactúa en función de otro, lo que implica que se da la proporcionalidad más que la adición repetida.

Profundizando un poco más, Steffe (1994, citado por Bosch, 2012) señala que “para que una situación pueda ser considerada como multiplicativa, al menos es necesario coordinar dos unidades compuestas, en el sentido de que una de las unidades compuestas se distribuye a lo largo de los elementos de la otra unidad compuesta” (p. 22).

La multiplicación, de acuerdo con Clarke y Kamii (1996, citados por Bosch, 2012), precisa de dos tipos de relaciones que no requiere la suma, “la correspondencia uno a muchos y la inclusión jerárquica de clases, yendo ésta última más allá de la adición repetida de grupos iguales” (p. 22).

Más recientemente, la teoría de Olive (2011, citado por Bosch, 2012), sobre la adquisición completa de la secuencia numérica, señala que “la construcción de una unidad iterativa es la llave para el desarrollo de esquemas multiplicativos, ya que las unidades iterativas son los ladrillos de las unidades compuestas” (p. 22). En otras palabras, los niños comienzan formando unidades compuestas y luego las usan para dar inicio a otras operaciones, como contar, combinar, comparar, segmentar y repartir; como resultado de estas operaciones, forman una composición numérica de las unidades compuestas; finalmente, tienen la capacidad de “(re)interiorizar” la secuencia numérica para que les sirva como material de operaciones posteriores.

En esta investigación, estas teorías nos permiten reconocer los procesos matemáticos que realizan los niños para identificar tanto los aciertos como las dificultades a las que

se enfrentan y de esta manera lograr el diseño de una secuencia didáctica que facilite el aprendizaje de la estructura multiplicativa.

Para el desarrollo de esta secuencia es importante tener en cuenta las herramientas interrelacionadas que mencionan Jacobs *et al.* (2010, citados por Bosch, 2012): “Atender a las estrategias de los niños, interpretar sus comprensiones y decidir cómo responder en base a dichas interpretaciones. De modo sintético, el proceso sería el de “atender-interpretar-decidir”.

### **5.10 Resolución de problemas multiplicativos**

Para conocer sobre los procedimientos de los estudiantes al resolver problemas de estructura multiplicativa, muchas investigaciones (Almeida, 2001; Llinares y Sánchez, 1997) se han orientado a indagar sobre el actuar cognitivo frente a problemas que incluyen representación verbal, tabular o icónica. En los hallazgos de estas investigaciones se observan errores, obstáculos y niveles de complejidad, los cuales son analizados a partir de las resoluciones de los niños de diversos grados de escolaridad (García y Suárez, 2011).

Por su parte, el MEN (1998, 2006, citado por García y Suárez, 2011) también ha llevado a cabo este tipo de cuestionamientos conceptuales, al indagar sobre la estructura multiplicativa en la educación básica, partiendo de la premisa de que esta se adquiere y se desarrolla a lo largo de mucho tiempo.

De estas indagaciones, según García y Suárez (2011), queda claro que la resolución de problemas multiplicativos conlleva una gran dificultad para los estudiantes, pues, por lo general, el docente utiliza el mismo tipo de problema, ya que es su forma de acercar a sus estudiantes a la multiplicación y de organizar el currículo para programar las clases.

Ahora bien, en la clasificación de los problemas multiplicativos se destaca la estructura de isomorfismo de medidas, propuesta por Vergnaud (1990, citado por García y Suárez, 2011). La resolución de los problemas de isomorfismo de medidas es fundamental para los estudiantes, pues se siguen presentando en muchas actividades de la multiplicación tanto en los niveles básicos de la educación como en los subsiguientes, lo que la hace esencial durante todas las etapas de escolaridad.

De acuerdo con Torres y Obando (2013), es importante establecer la relación entre la actividad del estudiante, el objeto de conocimiento y lo que se entiende por

multiplicación y por isomorfismo de medidas en la multiplicación. Esta relación permite cuestionar la actividad tradicional que hace la escuela en cuanto a la interpretación que se le da a la multiplicación como suma iterada, lo cual favorece otras interpretaciones, tales como factor multiplicante, adición repetida, razón, producto cartesiano, reparto y agrupamiento. Así mismo, se dejan de lado otros objetos de conocimiento asociados a la multiplicación, como razón, proporción, análisis relacional, análisis escalar y proporcionalidad.

En este sentido, los lineamientos curriculares (MEN, 1998) y los estándares básicos de competencias (MEN, 2006) también han planteado que la multiplicación se debe enseñar teniendo en cuenta diferentes tipos de problemas para que los niños le encuentren sentido y significado. Los modelos en un problema de tipo multiplicativo son: factor multiplicante, adición repetida, razón, producto cartesiano, repartos y agrupamientos (MEN, 2006, citado por Torres y Obando, 2013).

Otras investigaciones (Kamii, 1995; Clark y Kamii, 1996; Baroody, 1995; Nunes, Bryant, Burman, Bell, Evans y Hallett, 2008; Maza, 1991; Greer, 1992; Verschffel y De Corte, 1996) estiman que “la multiplicación debe ser presentada desde situaciones multiplicativas con el fin de desarrollar un razonamiento multiplicativo” (Torres y Obando, 2013, p. 768). En otras palabras, según estos autores, “que los estudiantes puedan establecer correspondencias biunívocas entre dos sistemas de cantidades, de tal forma que los procesos de variación conjunta de cantidades en cada uno de los sistemas se correlacionan a través de una proporcionalidad directa” (p. 768).

Para resolver problemas de tipo multiplicativo, los estudiantes por lo general utilizan estrategias como el conteo iterado, el conteo iterado mediante dobles, la composición aditiva y la multiplicativa (Botero, 2006; Valencia y Gómez, 2010, citados por Torres y Obando, 2013). En sus investigaciones, estos autores mostraron la multiplicación vista como un isomorfismo de medida, como lo plantea Vergnaud (1990).

Cómo se debe enseñar la multiplicación en la escuela y las actividades que se deben desarrollar para ayudar al estudiante a comprender la multiplicación “como una operación que guarda relaciones de proporcionalidad y covarianza entre sistemas de cantidades” (Torres y Obando, 2013), es una reflexión que debe ser el faro de este trabajo y la base para implementar una secuencia didáctica basada en resolución de problemas de estructura multiplicativa, que incluya el diseño de situaciones o



experiencias efectivas para promover el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de cuarto de primaria de la Institución Educativa José Holguín Garcés.

Tal como lo mencionan, el MEN y los demás autores mencionados en este aparte, es importante que los niños le encuentren sentido y significado al conocimiento matemático, pues así no solo no serán simples memorias llenas de información, sino que entenderán que las matemáticas se aplican tanto en los ejercicios mientras aprenden en el aula de clases como en las situaciones cotidianas, y este es precisamente uno de los propósitos de este trabajo.

### **5.11 Sobre la didáctica de las matemáticas**

El conocimiento matemático y su enseñanza-aprendizaje son factores fundamentales en la educación de niños y jóvenes durante su etapa escolar, de ahí que sea necesario “indagar por aquellos aspectos que mayor dificultad generan tanto en estudiantes como en profesores en la apropiación del conocimiento matemático” (Restrepo, 2010, p. 2). Tener claridad sobre las concepciones que tienen los profesores sobre la didáctica de la matemática y sus puntos de vista al respecto es esencial para llevar a cabo los procesos de formación en matemáticas y de desarrollo del pensamiento matemático. De acuerdo con este autor, hay dos grupos de profesores, “quienes sostienen que las matemáticas que se estudian en la escuela son del mismo tipo de las matemáticas disciplinares (...) [y] quienes sostienen que existe diferencia entre las matemáticas disciplinares y las matemáticas escolares” (p. 7).

Para los primeros, de acuerdo con Restrepo (2010), la enseñanza de las matemáticas se centra en la transmisión de los contenidos en las clases de matemáticas, donde la labor del profesor es principalmente la presentación de dichos contenidos (previamente seleccionados) de forma oral y con el uso del tablero. Dice este autor que, en este caso, los estudiantes deben cumplir con las normas establecidas en la institución, como permanecer en el aula de clase, en su respectivo puesto y perfectamente alineados en filas, para atender la clase y seguir tanto las explicaciones como las indicaciones que el profesor imparte.

Siguiendo con este autor, en este modelo los estudiantes aprenden mediante actividades y tareas de mecanización y en secuencias de ejercicios propios de los contenidos presentados por el profesor. Estas actividades siguen los niveles de complejidad,

iniciando con los problemas de menor nivel hasta lograr poco a poco la resolución con niveles más altos de complejidad. Este modelo, de acuerdo con este autor, genera la “acumulación progresiva de conceptos que permite a los estudiantes, que tienen éxito, iniciarse en la comprensión de los rudimentos de las matemáticas puestas en consideración en el ámbito escolar”. Por otro lado, esta misma acumulación de conceptos “excluye a los estudiantes que por diversas circunstancias no logran asimilar los contenidos” (p. 7).

En síntesis, este autor señala que esta es una conceptualización tradicional de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

El segundo grupo de profesores describe las matemáticas disciplinares (o conocimiento matemático) como “el producto de elaboraciones culturales que se han venido legitimando a través de la historia de la humanidad” (p. 7), las cuales implican una “dimensión práctica que permite la solución de problemas contextuales, ya sea en las propias matemáticas, en otros campos del conocimiento humano o en la vida cotidiana del individuo” (Restrepo, 2010, p. 7).

Esta concepción de la didáctica de las matemáticas, de acuerdo con este autor, se refiere al uso de un conjunto de actividades diseñadas con el fin de que el estudiante construya de forma individual y colectiva el conocimiento matemático. En este caso, la actividad del docente se enfoca en “elaborar adecuaciones del conocimiento disciplinar matemático con el objeto de ponerlas al alcance de los estudiantes, atendiendo a características propias de la situación local de las personas y los grupos en los que se producen la enseñanza y el aprendizaje” (p. 8). Para lograr esto, el docente debe estar no solo en “permanente búsqueda de (...) estrategias para la presentación de los contenidos, el uso de (...) materiales específicos para facilitar el aprendizaje, nuevas tecnologías, software educativo, entre otros, el diseño y puesta en práctica de (...) actividades” (p. 7), sino tener en cuenta el “acompañamiento al estudiante, en un proceso permanente y constructivo del conocimiento” (p. 8).

En otras palabras, esta es “una concepción técnico instrumental de la didáctica de las matemáticas” (p. 8), la cual es entendida como la interacción constante y la “comunicación de doble vía entre profesor-estudiante, estudiante-estudiante, estudiante-contenidos mediado por diversos tipos de herramientas ‘artefactos’ de tipo físico, procedimental o conceptual” (p. 8).

Este enfoque técnico instrumental se refiere al uso práctico que se hace de este conocimiento matemático, el cual tiene sentido si se usa en “la solución de problemas propios de otras disciplinas y más concretamente (...) para resolver problemas de la vida práctica de los estudiantes” (Restrepo, 2010, p. 8).

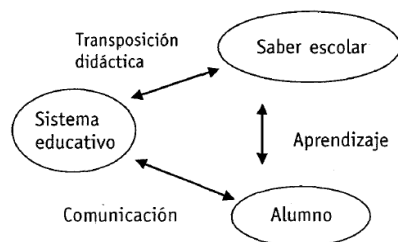
En el presente trabajo, tener claridad sobre la didáctica de las matemáticas aporta en la identificación, mediante los ejercicios con material concreto planteados en la secuencia didáctica, tanto de las capacidades como de las falencias de los estudiantes en cuanto al pensamiento numérico y, específicamente, la estructura multiplicativa. Retomando lo que señala este autor, la concepción sobre didáctica de las matemáticas del segundo grupo de profesores que anteriormente se expuso, es la que nos aporta el fundamento para implementar la secuencia didáctica en el grado cuarto de primaria de la Institución José Holguín Garcés, pues en esta se asume que nuestro trabajo como docentes apunta a la adecuación del conocimiento disciplinar matemático, con el fin de que los estudiantes puedan construir de forma individual y colectiva sus propios conocimientos matemáticos.

### **5.12 Aproximación a la teoría de situaciones didácticas (Brousseau, 2007)**

Es muy común que la enseñanza sea concebida, de acuerdo con Brousseau (2007), como las relaciones entre el sistema educativo y el alumno, las cuales están asociadas a la transmisión de un saber dado, por lo que “la relación didáctica se interpreta como una comunicación de informaciones” (p. 13).

En el Gráfico 15 se aprecia el esquema de la determinación de los objetos a estudiar, el papel de los actores y la aplicación del estudio de la enseñanza a diversas disciplinas. El esquema también presenta el modo en que el profesor organiza el saber a enseñar mediante una serie de mensajes, de los cuales el alumno adquiere lo que necesita (Brousseau, 2007). El objeto de dichos mensajes es, de acuerdo con este autor, la “enculturación del alumno por parte de la sociedad” (p. 13). Este modelo incluye también otras disciplinas para el esclarecimiento de algún aspecto del proceso y, además, jerarquiza su impacto.

### Gráfico 15. Esquema de las situaciones didácticas



Fuente: Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*.

Con respecto a los fenómenos de aprendizaje, Brousseau (2007), citando a varios expertos en el tema, señala la importancia de la tendencia natural de los sujetos a adaptarse a su medio:

Skinner estudia el papel de los estímulos y propone construir un modelo del sujeto; Piaget se ocupa esencialmente de la génesis no escolar de los conocimientos y, para ello, concibe -desde su formación científica- dispositivos experimentales donde el niño revela sus modos de pensamiento y el investigador reconoce, en sus comportamientos, las estructuras y los conocimientos matemáticos de su elección; Vigotski estudia las modalidades de la influencia del medio sociocultural en el aprendizaje de los alumnos y el estudio del medio en sí mismo da lugar, en consecuencia, a un ámbito ideológico o científico (p. 14).

De acuerdo con estos autores (citados por Brousseau, 2007), la enseñanza se trata de una actividad que implica dos procesos: enculturación y adaptación independiente.

Al respecto, Brousseau (2007) se plantea algunas preguntas: “¿En qué condiciones puede propiciarse que un sujeto -cualquiera- tenga la necesidad de un conocimiento matemático determinado para tomar ciertas decisiones? y ¿cómo explicar de antemano la razón por la cual lo haría?” (pp. 14-15). La respuesta ya está dada por la enseñanza tradicional: enseñar y ejercitar. Por otro lado, con Piaget se encuentra que los niños pueden adaptarse desarrollando conocimientos matemáticos que no les han enseñado.

Así las cosas, “son los comportamientos de los alumnos los que revelan el funcionamiento del medio, considerado como un sistema. Lo que se necesita modelizar, pues, es el medio” (p. 15). De ahí que un problema o un ejercicio no se puede considerar solo como la “reformulación de un saber, sino como un dispositivo, como un medio que ‘responde al sujeto’ siguiendo algunas reglas” (p. 15). En este sentido, este autor se

pregunta: “¿Qué juego debe jugar el sujeto para necesitar un conocimiento determinado? ¿Qué aventura -sucesión de juegos- puede llevarlo a concebirlo o a adoptarlo?” (p. 15). Estas preguntas, según este autor, permiten entender “el medio como un sistema autónomo, antagonista del sujeto, y es de este del que conviene hacer un modelo, en cuanto especie de autómeta” (p. 15).

De acuerdo con lo señalado anteriormente, es necesario como docentes generar las condiciones para plantear situaciones que serán utilizadas en la enseñanza, con el propósito de analizar el desempeño de los estudiantes y, de esta forma, identificar sus capacidades con el fin de proponer, si es necesario, otras que les permitan a los niños, tal como lo señala Piaget (citado por Brousseau, 2007), revelar sus modos de pensamiento, en tanto que el docente tiene la labor de reconocer en sus comportamientos, las estructuras y los conocimientos matemáticos. Esto es a lo que apunta esta secuencia didáctica, a precisar el modo de pensamiento y de proceder del niño ante el planteamiento de un problema matemático y la forma de resolverlo, para saber cómo intervenir o adecuar la formulación y el manejo del material utilizado para promover el aprendizaje de la estructura multiplicativa.

### **5.12.1 Las situaciones en didáctica**

Una situación, según Brousseau (2007), es “un modelo de interacción entre un sujeto y un medio determinado. El recurso de que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable es una gama de decisiones que dependen del uso de un conocimiento preciso” (p. 17). En otras palabras, este autor señala que una situación es un entorno o herramienta diseñada y manipulada por el docente para provocar en el alumno una actividad, en este caso, matemática, sin que intervenga el profesor. Si bien las situaciones requieren la previa adquisición de conocimientos y esquemas, existen también las que le permiten al sujeto construir conocimiento nuevo. Por otra parte, el medio es “un subsistema autónomo, antagonista del sujeto” (p. 17).

En el presente estudio se plantean situaciones didácticas para desarrollar el pensamiento numérico en los niños, con el fin de analizarlas y determinar la comprensión del objeto matemático de estructura multiplicativa, lo que le permitirá a la docente ayudar a desarrollar el pensamiento matemático con estructura multiplicativa, a través de

ejercicios de isomorfismo de medidas con material concreto, incrementando poco a poco el nivel de complejidad de las tareas, para elevar así el aprendizaje.

### **5.12.2 Categorías de las situaciones en didáctica**

De acuerdo con Brousseau (2007), las relaciones de un estudiante con el medio se pueden clasificar en, al menos, tres categorías:

- Intercambios de informaciones no codificadas o sin lenguaje (acciones y decisiones).
- Intercambios de informaciones codificadas en un lenguaje (mensajes).
- Intercambios de juicios (sentencias que se refieren a un conjunto de enunciados que tienen un rol de teoría) (p. 24).

Este autor señala que, desde la perspectiva de la teoría de las situaciones, los estudiantes “se convierten en los reveladores de las características de las situaciones a las que reaccionan” (p. 24). Cuando el estudiante actúa hace una elección de los estados del medio en función de sus motivaciones. Es decir, “si el medio reacciona con cierta regularidad, el sujeto puede llegar a relacionar algunas informaciones con sus decisiones (retroalimentación), a anticipar sus reacciones y a tenerlo en cuenta en sus propias acciones futuras” (p. 24). En este sentido, los conocimientos contribuyen a “producir y cambiar estas anticipaciones”, pues el aprendizaje, según este autor, hace que se puedan modificar los conocimientos.

De lo anterior se puede inferir la importancia de las situaciones para identificar el desempeño de los estudiantes frente a ellas, pues esta es la manera en que el docente no solo reconoce los conocimientos y necesidades del alumno, sino sus motivaciones, lo que se convierte en un insumo esencial para implementar nuevas estrategias de enseñanza-aprendizaje, tal como reza uno de los objetivos de este trabajo, mediante la aplicación de la presente secuencia didáctica.

## **6. Diseño metodológico**

En este capítulo se expone el proceso para la recolección y el análisis de los datos. Primero, se describe el tipo de investigación, más adelante se presenta el contexto de la investigación y la forma en que se seleccionaron los sujetos de investigación. Posteriormente, se detallan las fuentes, los instrumentos de recolección de datos y las consideraciones éticas. Adicionalmente, para el análisis de las tareas de la secuencia didáctica implementada en el grupo del grado cuarto de primaria de la Institución José Holguín Garcés, se tendrán en cuenta los niveles de complejidad de las mismas y las categorías de análisis, las cuales permitirán identificar el desempeño y el progreso de los estudiantes.

### **6.1 Tipo de investigación**

Esta investigación es de tipo descriptivo, pues, de acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (2006), esta consiste en describir fenómenos, situaciones, contextos y eventos; es decir, detallar cómo son y cómo se manifiestan. El propósito de este tipo de estudios es recoger y medir información para analizarla de manera independiente o conjunta teniendo en cuenta las variables a las que se refieren. Utiliza un diseño no experimental, dado que busca establecer las características de una secuencia didáctica que favorecen los aprendizajes, en este caso, de un objeto matemático particular.

En esta investigación intervienen los enfoques cuantitativo y cualitativo. El enfoque cuantitativo plantea un problema de estudio delimitado y concreto. Una vez planteado el problema de estudio, se realiza la revisión de la literatura y se construye un marco teórico. También tiene en cuenta la recolección de datos, mediante unos procedimientos con los cuales se fundamenta la medición. Finalmente, se hace un análisis objetivo de la realidad, basado en los supuestos presentados al inicio de este trabajo. En el presente estudio, este análisis permite conocer el desempeño de los estudiantes a través de la resolución de los problemas planteados en la secuencia didáctica.

En el enfoque cualitativo, hay mayor flexibilidad en el proceso de indagación, es decir, transita entre las respuestas y el desarrollo de la teoría. Este tipo de enfoque se fundamenta en una perspectiva interpretativa centrada en el entendimiento del

significado de las acciones de los sujetos en su contexto social, evaluando el desarrollo natural de los sucesos, lo que permite ir más allá de la simple descripción, es decir, implica un proceso de recolección, sistematización, organización y procesamiento de la información.

## **6.2 Contexto de la investigación**

El lugar de la presente investigación, en el cual se ubica el problema de investigación y donde se implementó la secuencia didáctica para el planteamiento y resolución de problemas de estructuras multiplicativas que movilicen y promuevan el desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes del grado cuarto de primaria corresponde a la Institución Educativa José Holguín Garcés, sede Villa del Mar.

La Institución está ubicada en la Comuna 1 de Cali del barrio Terrón Colorado cuenta con 3400 estudiantes aproximadamente, cuenta con las tres jornadas. Inició labores educativas en el año 1976 y, hasta la fecha, ha generado veintiséis promociones de bachilleres en las diferentes modalidades y diecisiete promociones en bachillerato nocturno.

Es una entidad educativa pública que brinda a estudiantes de menores recursos el acceso a una mejor educación; busca formar seres íntegros y competitivos, con valores éticos y estéticos, que los encaminen a ejercer derechos y cumplir deberes, forjando así mejores ciudadanos con saberes biotecnológicos, ambientales, matemáticos, informáticos, artísticos, deportivos y de recreación, los cuales conforman la filosofía de la institución; de esta manera tendrán las herramientas para enfrentarse a los desafíos tanto laborales como personales que se les atraviesen el día de mañana (Institucion Educativa José Holguín Garcés, 2010). En su PEI manifiesta tener un modelo pedagógico constructivista social. Constructivismo social es el modelo que dicta que el conocimiento, además de formarse a partir de la relación ambiente-yo, es la suma del factor entorno social a la ecuación: los nuevos conocimientos se forman a partir de los propios esquemas de la persona producto de su realidad, y su comparación con los esquemas de los demás individuos que lo rodean. Este es el norte que como institución se difunde a través del trabajo que se realiza con los estudiantes en las diferentes sedes.



### **6.3 Sujetos de investigación y muestra**

La secuencia didáctica se aplicó al grado cuarto de la sede Villa del Mar de la Institución Educativa José Holguín Garcés a 28 estudiantes (15 niñas, 13 niños) que se encuentran entre los 9 y los 11 años y que atraviesan por una etapa de desarrollo infantil; son dinámicos, ruidosos pero atentos; sus niveles de desempeño son heterogéneos y cuentan con diferentes ritmos de aprendizaje. Pertenecen a familias disgregadas con bajo nivel educativo, en su mayoría de estrato 1, dedicadas a la economía informal, oficios varios y domésticos, los cuales ocupan gran parte de su tiempo, por lo que existe poco acompañamiento escolar. La implementación de esta secuencia contó con el aval de los padres de familia y estudiantes.

### **6.4 Fuentes e instrumentos de recolección de datos**

En este estudio se recogió información directamente de los desempeños de los estudiantes, antes, durante y después de la implementación de la secuencia didáctica.

Para esto, se utilizaron el planeador de clase, los formatos de prueba de matemáticas, los registros de observación y el material fotográfico y audiovisual; los cuales se describen a continuación:

Planeador de clase: instrumento donde se planea el diseño de la intervención con las actividades que se van a realizar. Allí se describen los momentos y las sesiones con las que cuenta la secuencia didáctica.

Pruebas de matemáticas: se diseñaron pruebas escritas, que buscaban identificar el estado del aprendizaje de la operación multiplicativa en los niños del grupo. Se realizaron durante los tres momentos de la implementación de la secuencia didáctica (ver Anexos A, B y C).

Registro de observación: se utilizó durante la fase de implementación de la secuencia didáctica, teniendo en cuenta que una de las características de la investigación acción es la de “observar la acción para recoger evidencias que permitan evaluarla (...) lo que implica registrar, recopilar, analizar nuestros propios juicios, reacciones e impresiones (...) lo que exige llevar un registro de nuestras observaciones” (Rodríguez *et al.*, 2008). Es así como se tiene evidencia de la información, observando durante la

implementación de la secuencia didáctica y la verificación del paso de un nivel de complejidad a otro.

#### **6.4.1 Procedimiento**

Al inicio de la investigación se hizo una reunión con los padres de familia a quienes se les explicó de qué se trataba la investigación y se pidió autorización para la participación de los niños (Ver anexo D). Una vez se obtuvieron las firmas de autorización de los padres, se dio inicio a la implementación de la secuencia didáctica con los niños.

La secuencia didáctica se desarrolló en tres momentos, y estos a su vez en varias sesiones. El primer momento se enfocó en actividades en las que se sensibilizó a los estudiantes con la estructura multiplicativa con situaciones de isomorfismo de medidas y producto de medidas. En el segundo momento los estudiantes trabajaron con material concreto para resolver actividades específicas que implicaran operaciones multiplicativas de isomorfismo de medidas y producto de medida. En el último momento, los estudiantes llevaron una situación problema de un lenguaje natural a uno matemático, pasando por los niveles de complejidad: reproducción, conexión y reflexión.

#### **6.5 Categorías de análisis de datos**

De acuerdo con la pregunta general, en la que se enmarca este trabajo de grado que busca saber ¿cómo promover el aprendizaje de la estructura multiplicativa en estudiantes de cuarto de primaria de la Institución Educativa José Holguín Garcés, sede Villa del Mar, utilizando la implementación de una secuencia didáctica basada en el planteamiento y la resolución de problemas?, se organizaron unas categorías que permitieran analizar lo ocurrido en el aula de clase.

Los trabajos que desarrollaron los estudiantes durante las sesiones de la secuencia didáctica, se clasifican en tres categorías: desempeño alto, desempeño básico y desempeño bajo (Cuadro 2), según el Decreto 1290 de evaluación de la Institución Educativa José Holguín Garcés.

**Cuadro 2. Categorías de análisis de datos**

CRITERIO DE EVALUACIÓN	DESEMPEÑO BAJO(1,0 - 2,9)	DESEMPEÑO BÁSICO(3,0 - 3,9)	DESEMPEÑO ALTO(4,0 -4,5)	DESEMPEÑO SUPERIOR(4,5-5,0)	PROCESOS													
					1	2	3	4										
Análisis de la situación de aplicación	Identifica elementos y acciones con poca o ninguna relación con las exigencias de la situación.	Identifica los elementos y acciones que le permiten responder parcialmente a ciertas exigencias	Identifica los elementos y acciones que le permiten responder de manera apropiada a las principales exigencias de la situación	Identifica los elementos y las acciones que le permiten responder a las exigencias de la situación problema	E N T E N D E R	M O D E L I Z A R	A P L I C A R	E S T R A T E G I A S	P A R A	R E S O L V E R	P R O B L E M A S	I N T E R P R E T A R	E L A	R E S P U E S T A	E N	C O N T E X T O	D E L	P R O B L E M A
Aplicación de los procesos requeridos	Selecciona y aplica conceptos y procesos matemáticos que tienen poca o ninguna relación con las exigencias de la situación problema	Selecciona y aplica los conceptos y procesos matemáticos que le permiten responder parcialmente a ciertas exigencias de la situación problema	Selecciona y aplica de forma apropiada los conceptos y procesos requeridos para responder a las exigencias de la situación problema cometiendo pocos errores (errores de cálculo, imprecisiones, olvidos, etc.)	Selecciona y aplica de forma apropiada y sin errores los conceptos y procesos requeridos para responder a las exigencias de la situación problema														
Respuesta a la situación problema	Proporciona respuestas con poca o ninguna relación con la situación presentada	Proporciona respuestas parcialmente relacionadas con los conceptos, procesos y la situación problema	Proporciona respuestas claras que están bastante relacionadas con la situación y que hacen explícito su razonamiento	Proporciona respuestas claras y completas de su razonamiento con respecto a la situación problema														
Justificación de las acciones o enunciados con apoyo en conceptos y procesos matemáticos (algoritmos de sumas y multiplicaciones)	Utiliza según las necesidades argumentos erróneos, con poca o sin relación alguna con las exigencias de la situación problema	Utiliza según las necesidades argumentos matemáticos poco elaborados para apoyar sus acciones, sus conclusiones y resultados	Utiliza según las necesidades argumentos matemáticos apropiados para sustentar sus acciones, sus conclusiones y resultados	Utiliza según las necesidades argumentos matemáticos rigurosos para sustentar sus acciones, sus conclusiones y resultados														

## **7. Descripción de la secuencia didáctica**

En las actividades que se realizan a diario, los estudiantes necesitan poner en práctica diferentes operaciones matemáticas, como sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, para resolver situaciones que se les presentan. Por esta razón, en esta secuencia los estudiantes a través de actividades que les resulten agradables van identificando, con la ayuda de material concreto y con diferentes niveles de complejidad, la utilidad de la multiplicación.

Esta secuencia se desarrolla con estudiantes de grado cuarto de la Institución Educativa José Holguín Garcés, sede Villa del Mar, en el primer periodo. Esta secuencia se trabaja según la directriz curricular de la institución para el área de matemáticas, según los lineamientos curriculares, la competencia resolución y planteamiento de problemas y el pensamiento numérico con estructura multiplicativa.

El estándar básico de competencia es: resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiere de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.

### **7.1 Objetivo**

Aprender a formular y resolver problemas con algoritmos basados en situaciones de la vida cotidiana con estructura multiplicativa, explicando los procesos desarrollados (oral y escrito).

### **7.2 Momentos de la secuencia**

Esta secuencia didáctica se desarrolló en tres momentos, y estos a su vez en varias sesiones. El primer momento constó de tres sesiones y los estudiantes fueron los protagonistas de las actividades que se realizaron. La principal pretensión fue la sensibilización de los estudiantes con la estructura multiplicativa con situaciones de isomorfismo de medidas y producto de medidas. El segundo momento constó de tres sesiones, donde los estudiantes debían trabajar con material concreto para resolver actividades específicas que implicaran operaciones multiplicativas de isomorfismo de medidas y producto de medida, las cuales resolvieron mediante un lenguaje natural. En

el tercer momento, que constó de tres sesiones, los estudiantes llevaron una situación problema de un lenguaje natural a uno matemático, pasando por niveles de complejidad (reproducción, conexión y reflexión). En el Cuadro 3 se describen los momentos de la secuencia didáctica.

**Cuadro 3. Descripción de la secuencia didáctica por momentos**

<b>MOMENTO 1</b>			
<b>Sesión 1</b>	Ronda “Agua de limón”	<b>Duración</b>	1 hora
<b>Objetivos de la sesión</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Indagar los saberes previos de los estudiantes.</li> <li>• Reconocer el concepto de multiplicación y sus términos.</li> </ul>		
<b>Descripción</b>	<p>Se organizan los estudiantes formando un círculo y al girar dicen: “Agua de limón vamos a jugar, el que quede solo, solo quedará ¡jey!”; y se repite girando en dirección contraria. Luego la maestra dice un número pequeño, como 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, y todos van formando grupos con esa cantidad; seguimos cantando y así se continúan escogiendo otros números para ir formando otros grupos de números. Los estudiantes deben identificar cuántos estudiantes del grupo quedan por fuera y cuántos grupos se forman con el número indicado. Mientras tanto, un líder va escribiendo en el tablero los datos que se recogen. Cuando se termina la ronda se les pide a los estudiantes que consignen en el cuaderno las preguntas orientadoras y les den respuestas.</p>		
<b>Preguntas orientadoras</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuántos estudiantes participaron en la actividad?</li> <li>• ¿Cuántos estudiantes deben quedar en cada grupo?</li> <li>• ¿Cuántos grupos se formaron en cada caso?</li> <li>• ¿Cuántos estudiantes quedaron fuera de los grupos en cada caso?</li> <li>• ¿Qué operaciones realizamos para encontrar el resultado?</li> </ul>		
<b>Actividades</b>	<b>Actividades del profesor</b>	<b>Actividades del estudiante</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Para esta sesión jugaremos la ronda agua de limón; primero formaremos un círculo y girando vamos cantando: “Agua de limón vamos a jugar, el que quede solo, solo quedará ¡jey!”. Luego cambiamos la dirección del giro y seguimos cantando, formemos grupos de... estudiantes.</li> <li>• Orienta y revisa que estén bien conformados los grupos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Forma grupos de la cantidad de estudiantes según el número dado.</li> <li>• Interpreta las orientaciones del profesor.</li> <li>• Analiza y explica las actividades realizadas.</li> <li>• Comunica lo que entendió de la actividad.</li> <li>• Resuelve las preguntas orientadoras.</li> </ul>	
<b>Evaluación</b>	<b>Aspectos a evaluar</b>	<b>Criterios de evaluación</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realiza explicaciones sencillas acerca de la actividad en clase.</li> <li>• Participa en la actividad propuesta.</li> <li>• Utiliza la suma y la multiplicación para resolver situaciones específicas.</li> <li>• Comunica las conclusiones de forma escrita.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analiza la situación de aplicación.</li> <li>• Aplica los procesos requeridos.</li> <li>• Responde a las preguntas orientadoras.</li> <li>• Justifica las acciones o enunciados con apoyo en conceptos y procesos matemáticos.</li> </ul>	
<b>Sesión 2</b>	Toc - toc	<b>Duración</b>	1 hora
<b>Objetivo de la sesión</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicar el concepto de multiplicación en una actividad lúdica.</li> </ul>		

<b>Descripción</b>	Se organizan los estudiantes formando dos grupos de 14 estudiantes cada uno. A cada grupo se le entregan 13 fichas con cuatro colores y valores diferentes por color; cada estudiante debe memorizar su color y ocultar la ficha. Un estudiante es el líder de cada grupo y hará las veces de comprador. Los grupos repetirán el estribillo: grupo 1. “¡Toc toc!”; grupo 2. “¿Quién es?”; g. 1. “La vieja Inés”; g. 2 “¿Qué quiere?”; g. 1 “Un listón”; g. 2 “¿De qué color?”; g. 1. (Aquí el comprador menciona el color que se le ocurra) g. 2. “No hay” (en caso de que no haya listones de ese color) o ¡sí hay! (si en realidad existe el color); y cambia el orden de los grupos, ahora tiene la oportunidad de comprar el otro grupo. Cada vez que uno de los grupos identifique un color que haya en el otro grupo, debe consignar en el tablero cuántos listones había (niños con ese color) el valor de cada uno y totalizar los puntos obtenidos en cada jugada. Los estudiantes que tengan el listón del color comprado pasarán al otro equipo y se les asignará otro color, y así sucesivamente. Gana el grupo que primero complete 100 puntos.		
<b>Preguntas orientadoras</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿En qué consiste el ejercicio?</li> <li>• ¿Pueden explicar la consigna de nuevo?</li> <li>• ¿Qué operación realizaron mientras resolvían el ejercicio?</li> </ul>		
<b>Actividades</b>	<b>Actividades del profesor</b>	<b>Actividades del estudiante</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Organizamos dos grupos con igual número de estudiantes, jugaremos Toc - toc. ¿Quién es?</li> <li>• Realiza la tabla de recolección de datos en el tablero.</li> <li>• Entrega las fichas de colores y el valor de cada ficha por color a cada grupo.</li> <li>• Orienta y supervisa que se cumplan las reglas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Forma parte de un grupo y participa de la actividad.</li> <li>• Canta el estribillo con su grupo.</li> <li>• Interpreta las orientaciones del profesor.</li> <li>• Resuelve las operaciones necesarias para calcular el puntaje del grupo.</li> <li>• Analiza y explica las actividades realizadas.</li> <li>• Resuelve las preguntas orientadoras.</li> </ul>	
<b>Evaluación</b>	<b>Aspectos a evaluar</b>	<b>Criterios de evaluación</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realiza explicaciones sencillas acerca de la actividad en clase.</li> <li>• Participa en la actividad propuesta.</li> <li>• Utiliza la suma y la multiplicación para resolver situaciones específicas.</li> <li>• Comunica las conclusiones de forma escrita.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analiza la situación de aplicación.</li> <li>• Aplica los procesos requeridos.</li> <li>• Responde a las preguntas orientadoras.</li> <li>• Justifica las acciones o enunciados con apoyo en conceptos y procesos matemáticos.</li> </ul>	
<b>Sesión 3</b>	Formar parejas	<b>Duración</b>	1 hora
<b>Objetivos de la sesión</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Indagar los saberes previos de los estudiantes.</li> <li>• Aproximar a los estudiantes a situaciones con estructura multiplicativa.</li> </ul>		
<b>Descripción</b>	Se inicia la actividad con los estudiantes haciendo un círculo, se les pide que pasen tres niños y dos niñas al centro, se le pregunta a todo el grupo: “¿Cuántas parejas distintas se pueden formar con un niño y una niña?”; luego de escuchar algunas respuestas, se les pide a los estudiantes que están en el centro del círculo que formen distintas parejas entre ellos, los demás observan y opinan por qué se equivocaron o por qué acertaron. Así se hace varias veces con diferente número de estudiantes en el centro del círculo.		
<b>Preguntas orientadoras</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuántos niños, cuántas niñas y cuántas parejas se armaron?</li> <li>• ¿Qué operaciones se pueden realizar para encontrar los resultados?</li> </ul>		
<b>Actividades</b>	<b>Actividades del profesor</b>	<b>Actividades del estudiante</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Da la consigna para la actividad.</li> <li>• Promueve la discusión entre los estudiantes sobre los posibles resultados.</li> <li>• Orienta y supervisa que las parejas queden bien conformadas y no se repitan.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Forma un círculo con los compañeros.</li> <li>• Interpreta las orientaciones del profesor en forma ordenada.</li> <li>• Analiza y discute los resultados antes y después de formar las parejas.</li> <li>• Resuelve las preguntas orientadoras.</li> </ul>	
<b>Evaluación</b>	<b>Aspectos a evaluar</b>	<b>Criterios de evaluación</b>	

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Participa en la actividad propuesta.</li> <li>• Discute las respuestas que dan sus compañeros.</li> <li>• Sacar conclusiones de las discusiones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analiza la situación de aplicación.</li> <li>• Aplica los procesos requeridos.</li> <li>• Responde a las preguntas orientadoras.</li> <li>• Justifica las acciones o enunciados con apoyo en conceptos y procesos matemáticos.</li> </ul>				
<b>MOMENTO 2</b>						
<b>Sesión 1</b>	General de números	<table border="1"> <tr> <td><b>Duración</b></td> <td>1 hora</td> <td><b>Materiales</b></td> <td>5 dados, tabla de registros</td> </tr> </table>	<b>Duración</b>	1 hora	<b>Materiales</b>	5 dados, tabla de registros
<b>Duración</b>	1 hora	<b>Materiales</b>	5 dados, tabla de registros			
<b>Objetivo de la sesión</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representar datos en una tabla y desarrollar el sentido numérico de la multiplicación.</li> </ul>					
<b>Descripción</b>	<p>Se forman grupos de tres estudiantes; cada jugador, en su turno, podrá tirar los cinco dados hasta dos veces. En cada tiro, deberá elegir qué dados deja en la mesa según el número que decida anotar (los que están repetidos) y volverá a tirar el resto de los dados. Luego de los dos tiros, anotará en su tabla el mayor puntaje obtenido con el número elegido. Por ejemplo, si salen tres dados con el número seis se dice “dieciocho al seis”, y se anota en la tabla de datos que tiene cada jugador. Una vez que ya se anotó el puntaje para un número, no vale volver a escribir sobre ese casillero. Se juegan 5 vueltas. Al finalizar el partido, se suma la cantidad de puntos que obtuvo cada uno y gana el jugador que logra obtener el mayor puntaje.</p>					
<b>Preguntas orientadoras</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Con qué operaciones podemos encontrar el resultado de cada jugada?</li> </ul>					
<b>Actividades</b>	<b>Actividades del profesor</b>	<b>Actividades del estudiante</b>				
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dar la consigna de la actividad que se realiza con las especificaciones.</li> <li>• Entregar los dados por grupo y las tablas de registro de datos.</li> <li>• Hacer acompañamiento por cada grupo para que la actividad funcione como está planeada.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocer las tablas de multiplicar.</li> <li>• Participa de la actividad planteada.</li> <li>• Resuelve las operaciones necesarias para hacer el registro en la tabla de datos.</li> <li>• Analiza y explica las actividades realizadas.</li> <li>• Resuelve las preguntas orientadoras.</li> </ul>				
<b>Evaluación</b>	<b>Aspectos a evaluar</b>	<b>Criterios de evaluación</b>				
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realiza explicaciones sencillas acerca de la actividad en clase.</li> <li>• Participa en la actividad propuesta</li> <li>• Utiliza la suma y la multiplicación para resolver situaciones específicas.</li> <li>• Comunica las conclusiones de forma escrita.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analiza la situación de aplicación.</li> <li>• Aplica los procesos requeridos.</li> <li>• Responde a las preguntas orientadoras.</li> <li>• Justifica las acciones o enunciados con apoyo en conceptos y procesos matemáticos.</li> </ul>				
<b>Sesión 2</b>	Legos mágicos	<table border="1"> <tr> <td><b>Duración</b></td> <td>1 hora</td> </tr> </table>	<b>Duración</b>	1 hora		
<b>Duración</b>	1 hora					
<b>Objetivo de la sesión</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Manipular fichas para comprender la operación de la multiplicación.</li> </ul>					
<b>Descripción</b>	<p>Se organizan grupos de cuatro estudiantes y se les pide que armen figuras rectangulares planas de diferentes medidas y observen la cantidad de círculos que necesitaron. Así armarán y desarmarán figuras por diez minutos. La profesora observa que hayan entendido la consigna. Luego se les pide que armen figuras con un número específico de forma lateral y otro de forma horizontal; los estudiantes deben completar el rectángulo con las fichas necesarias y luego hacer el registro de la cantidad de círculos que han formado la figura. Se repite la orden con diferentes números por varias veces más. Al final, se comenta en el grupo por qué se obtuvieron los resultados. La profesora hace varias preguntas al grupo para tratar de que emerja de los estudiantes el proceso de la multiplicación de dos números.</p>					
<b>Preguntas orientadoras</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuáles son los números que se relacionaron?</li> <li>• ¿Cuántos círculos quedaron en cada figura?</li> <li>• ¿Con cuál operación tienen relación los números y sus resultados?</li> <li>• ¿Cuáles números formaron una figura cuadrada?</li> </ul>					

<b>Actividades</b>	<b>Actividades del profesor</b>		<b>Actividades del estudiante</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Organiza los grupos de 4 estudiantes.</li> <li>• Da la consigna del trabajo y la tabla de registro.</li> <li>• Supervisa y acompaña la actividad de los estudiantes.</li> <li>• Hace las preguntas para que los estudiantes respondan y lleguen a los conceptos esperados (multiplicación).</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Forman grupos de cuatro estudiantes.</li> <li>• Cumple los acuerdos de clase.</li> <li>• Interpreta las orientaciones del profesor.</li> <li>• Analiza y explica las actividades realizadas.</li> <li>• Registra lo que observa en la actividad.</li> <li>• Comunica lo que entendió de la actividad.</li> <li>• Resuelve las preguntas orientadoras.</li> </ul>	
<b>Evaluación</b>	<b>Aspectos a evaluar</b>		<b>Criterios de evaluación</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realiza explicaciones sencillas acerca de la actividad en clase.</li> <li>• Participa en la actividad propuesta.</li> <li>• Utiliza la multiplicación para resolver situaciones específicas.</li> <li>• Comunica las conclusiones de forma escrita.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analiza la situación de aplicación.</li> <li>• Aplica los procesos requeridos.</li> <li>• Responde a las preguntas orientadoras.</li> <li>• Justifica las acciones o enunciados con apoyo en conceptos y procesos matemáticos.</li> </ul>	
<b>Sesión 3</b>	Juego de bolos		<b>Duración</b>	1 hora
<b>Objetivo de la sesión</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver problemas de estructura multiplicativa con material concreto.</li> </ul>			
<b>Descripción</b>	<p>Para celebrar la fiesta de cumpleaños de los estudiantes que cumplieron años en marzo, se prepararon algunos juegos, entre ellos, una partida de bolos. Los estudiantes se organizan en grupos de tres, y cada integrante tiene la oportunidad de ganar puntos para su equipo. Por turnos, cada estudiante lanza la bola para derribar la mayor cantidad de pines y así obtener los puntos para el equipo. Gana el equipo que obtenga mayor puntaje después de una línea de 10 tiros. Cada estudiante debe registrar en la tabla su puntaje de acuerdo al color y a la cantidad de pines derribados, teniendo en cuenta que el pin amarillo vale 37 puntos, el naranja 26, el morado 45, el rojo 18, el azul 9 y el verde 17.</p>			
<b>Preguntas orientadoras</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuántos pines hay?</li> <li>• ¿Cuál es el valor de cada pin?</li> <li>• ¿Qué puntaje obtiene si se derriban todos los pines de un tiro?</li> <li>• ¿Cuál pin tiene mayor valor y cuál menos?</li> <li>• ¿Qué operaciones realizamos para encontrar el resultado en cada tiro?</li> </ul>			
<b>Actividades</b>	<b>Actividades del profesor</b>		<b>Actividades del estudiante</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Da la consigna de la actividad.</li> <li>• Delega responsabilidades a los estudiantes para cada jugada.</li> <li>• Orienta y revisa que estén bien conformados los grupos.</li> <li>• Está atento que todos estén participando.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Forma grupos de la cantidad de estudiantes según el número dado.</li> <li>• Interpreta las orientaciones del profesor.</li> <li>• Analiza y explica las actividades realizadas.</li> <li>• Comunica lo que entendió de la actividad.</li> <li>• Resuelve las preguntas orientadoras.</li> </ul>	
<b>Evaluación</b>	<b>Aspectos a evaluar</b>		<b>Criterios de evaluación</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realiza explicaciones sencillas acerca de la actividad en clase.</li> <li>• Participa en la actividad propuesta.</li> <li>• Utiliza la multiplicación y la suma para resolver situaciones específicas.</li> <li>• Comunica las conclusiones de forma escrita.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analiza la situación de aplicación.</li> <li>• Aplica los procesos requeridos.</li> <li>• Responde a las preguntas orientadoras.</li> <li>• Justifica las acciones o enunciados con apoyo en conceptos y procesos matemáticos.</li> </ul>	
<b>MOMENTO 3</b>				
<b>Sesiones 1, 2, 3</b>	Se realizan tres actividades: - Fiesta de cumpleaños - La panadería de Fabiola - Resolución de problemas	<b>Duración</b>	35 minutos por cada actividad.	
<b>Objetivo de las sesiones</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver problemas con algoritmos basados en situaciones de la vida cotidiana con estructura multiplicativa, explicando los procesos desarrollados (oral y escrito).</li> </ul>			
<b>Descripción</b>	Esta sesión se realiza de forma individual para identificar los estudiantes que realmente entienden			



	los procesos trabajados con las situaciones de estructura multiplicativa. Se les entregará una ficha que contiene una situación problema y ellos deberán resolverla teniendo en cuenta las preguntas.	
<b>Preguntas orientadoras</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué operaciones matemáticas hicieron para responder las preguntas de la ficha?</li> </ul>	
<b>Actividades</b>	<b>Actividades del profesor</b>	<b>Actividades del estudiante</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dar la consigna del trabajo de la ficha.</li> <li>• Explicar cómo se resuelven los problemas.</li> <li>• Supervisar y estar dispuesto a resolver inquietudes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprender el enunciado del problema.</li> <li>• Hacer un plan para resolver el problema.</li> <li>• Ejecutar el plan para resolver el problema.</li> <li>• Escribir las respuestas.</li> <li>• Verificar las respuestas.</li> </ul>
<b>Evaluación</b>	<b>Aspectos a evaluar</b>	<b>Criterios de evaluación</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza la multiplicación y la suma para resolver las preguntas.</li> <li>• Registro de análisis, operaciones y respuestas en la ficha de trabajo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analiza la situación de aplicación.</li> <li>• Aplica los procesos requeridos.</li> <li>• Responde a las preguntas orientadoras.</li> <li>• Justifica las acciones o enunciados con apoyo en conceptos y procesos matemáticos.</li> </ul>

## 8. Análisis de la intervención

### 8.1 Descripción de los momentos de la secuencia didáctica

A continuación se presenta, de manera descriptiva, la información obtenida durante la aplicación de la secuencia didáctica:

**Momento 1.** Pertenece a la fase de sensibilización del estudiante con la estructura multiplicativa.

El desarrollo de estas sesiones tuvo lugar en el patio de la sede, por ser el espacio más adecuado. Se desarrollaron tres actividades en las que los estudiantes formaron parte activa del problema. Dichas actividades se realizaron en equipos y todo el grupo participó con alegría. La maestra orientaba la actividad, no se les indicó qué operaciones realizar, se manejaba el orden y los turnos para hablar, fue un momento lúdico en el que los estudiantes reconocían actividades de juego que involucran las matemáticas. Se pudo evidenciar que la estrategia más utilizada por los estudiantes para resolver las situaciones fue la suma.

En **la sesión 1**, la primera actividad consistió en jugar una ronda (“Agua de limón”; Imagen 1). En esta actividad se buscaba que los estudiantes se involucraran en un juego que les permitiera reflexionar sobre la manera de poner el cuerpo en acción como factor y producto de una operación multiplicativa. En su participación, los estudiantes dieron cuenta de distintos aprendizajes. Por ejemplo: reconocieron los elementos presentes en una situación de multiplicación al responder preguntas como: ¿Cuántos grupos se formaron?, ¿cuántos estudiantes quedaron sin grupo?, ¿de cuántos estudiantes es cada grupo?, ¿cuántos estudiantes son en total? Al principio del juego, los estudiantes debían numerarse dentro de cada grupo y luego totalizaban. Así, dieron cuenta de la manera como los *elementos* conforman la *estructura* que les permite multiplicar. Entendieron que *cada grupo era un factor* y que *la cantidad de estudiantes dentro de cada grupo era el otro* y que *el total de los estudiantes dentro de los grupos era el producto*.

Hasta ese momento, algunos estudiantes aún no denominaban esa estructura como *multiplicativa*, como se puede entender a partir de lo que mencionan. Un estudiante, por ejemplo, dijo: “Profe, lo que estamos es dividiendo el grupo”. Los estudiantes aquí ya estaban dando cuenta de que operaban con las cantidades en la actividad concreta.

Luego de varias repeticiones de la consigna del juego, cada vez con la conformación de grupos con mayor número de miembros en cada uno, los estudiantes comenzaron a hacer abstracción de la operación. En las respuestas y comentarios a las preguntas orientadoras daban cuenta de que empezaban a identificar el papel de las tablas de multiplicar. Aquí algunos de los fragmentos de registro de la observación de los estudiantes: Según las instrucciones en cada ronda, se conformaron grupos así: “7 grupos de 4 niños; 8 grupos de 3 niños y 4 por fuera, 2 grupos de 12 son 24 y quedan 4 afuera, solo alcanzamos a hacer un grupo de 20 porque no hay más niños, para un grupo de 20 utilizamos 20 y sobran 8”. Al preguntarles, al finalizar la ronda, qué tipo de operación les permitió responder a las preguntas, la mayoría de los niños respondían que una suma y otros decían: “Las tablas de multiplicar”.

### **Imagen 1. Actividad “ronda Agua de limón”**



**La sesión 2** se pudo trabajar de manera más ordenada con la actividad Toc- toc, con la que se pretendía que los estudiantes usaran la representación del problema a través de un sistema simbólico, ya fuera como suma o como multiplicación; tal como lo señala Vergnaud (1990): “Pensar consiste no sólo en pasar de una situación real a la representación, sino en pasar de una representación a otra, y regresar”. En los procesos mentales los estudiantes identificaron y relacionaron matemáticamente las dos magnitudes implicadas y algunos las representaron como sumandos y otros como factores de proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas. Los primeros en escribir los puntajes lo hicieron como sumandos; luego, algunos

identificaron que se puede usar la multiplicación al decir, por ejemplo, que 30 es  $10 \times 3 = 30$ ; de esta forma, escribieron el puntaje obtenido. Surgieron dudas para algunos estudiantes si hacer suma o multiplicación, así que un estudiante les explicó a los demás que podían hacer cualquiera de las operaciones para obtener el puntaje. Seguidamente, otros resolvieron sus puntajes con multiplicación y otros siguieron con suma. La maestra aprovechó para explicarles que con la multiplicación se obtienen los resultados de forma más rápida y con menos probabilidad de equivocarse. Con esta actividad se pretendía que el estudiante identificara en el uso de la multiplicación menos errores y que con ella los ejercicios son resueltos de forma más rápida.

La **sesión 3** constaba de una actividad un poco más compleja para los estudiantes, pero era muy adecuada para que observaran un problema de producto de medidas, porque solo se podía solucionar con una multiplicación. Es muy importante exponer al estudiante a diferentes problemas de esta estructura y más aún cuando son ellos mismos quienes son parte funcional en el problema.

En esta actividad de formar parejas (Imagen 2) se debía resolver *cuántas parejas distintas se pueden formar con 2 niñas y 4 niños*. Inicialmente se les dio la oportunidad de utilizar varias estrategias para resolver los problemas, como la representación con dibujos, diagramas de árbol, combinando el nombre de los estudiantes, relacionando los niños con números, las niñas con letras para formar las parejas. Luego de discutir entre pares la solución, pasaron adelante la cantidad de niños y niñas expuestos en la situación y realizaron la representación de cada una de las situaciones que se fueron formando con la ayuda de ellos mismos, puesto que uno daba un número para niños y alguien más para las niñas. En su gran mayoría entendieron que esta situación no podía resolverse con una suma reiterada y, luego de varias representaciones con los estudiantes haciendo las combinaciones en forma física, pudieron deducir con los resultados que estaban realizando *multiplicaciones* con los números implicados. Es decir, que los estudiantes en esta actividad identificaron otra clase de problemas que involucraban las estructuras multiplicativas.

## Imagen 2. Actividad “formar parejas”



En estas actividades se pudo observar que la mayoría de los niños resolvían problemas de multiplicación utilizando estrategias propias, sin tener ninguna instrucción sobre las operaciones aritméticas que debían realizar.

**Momento 2.** Perteneciente a la fase de trabajo con material concreto para resolver actividades específicas que implican operaciones multiplicativas.

El desarrollo de estas actividades tuvo lugar dentro del salón de clases y luego en el corredor, por ser el espacio adecuado. Los estudiantes debían volver al salón para registrar los datos de los puntajes obtenidos. Se pudo observar que los estudiantes estuvieron mucho más dispuestos a trabajar.

En la sesión 1, el juego de dados (Imagen 3), la estrategia más usada por los estudiantes fue el conteo en voz alta para dar los resultados de cada jugada. Esta actividad fue muy agradable para los estudiantes. Cuando la maestra les preguntó a algunos que cómo estaban obteniendo los puntajes, la gran mayoría de ellos contestaron que *multiplicando*, otro dijo: “Voy contando de tres en tres”. Los estudiantes en esta actividad tenían la oportunidad de ver las tablas de resultados en el tablero y esto los ayudó a encontrar patrones que activaron el pensamiento lógico a través del juego y la manipulación de materiales.

Esta actividad permitió establecer que de los estudiantes emerge el conocimiento cuando trabajan con algún material concreto, puesto que este material le da un significado a los datos que el estudiante debe recoger para resolver el problema. Plantear los problemas mediante situaciones con material concreto permite que tanto la

enseñanza como el aprendizaje sean más acordes con los métodos o estrategias que utilizan los niños en su cotidianidad y no con los algoritmos priorizados en la escuela.

### Imagen 3. Actividad “juego de dados”

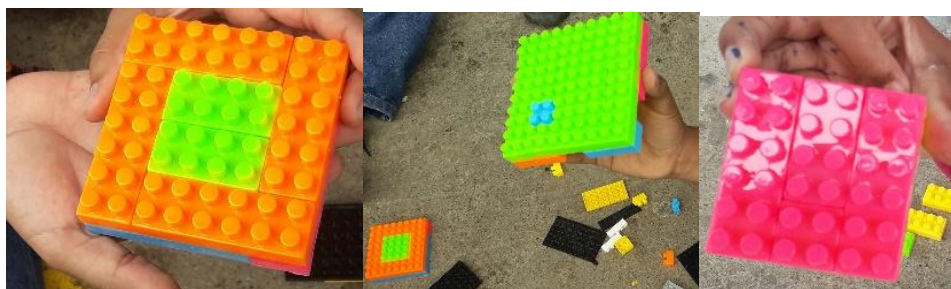


En la sesión 2 se trabajó con un material más colorido, como son las fichas de lego (Imagen 4). El propósito de esta actividad era que los estudiantes visualizaran el concepto de la multiplicación a través de la representación con las fichas de lego. Al inicio de la actividad los estudiantes podían formar figuras con la cantidad de fichas que quisieran; luego se propuso que se organizaran en grupos de cuatro estudiantes, donde todos podían aportar e intervenir para armar la figura o para dar la respuesta, pero de manera organizada. A partir de la consigna de cómo armar una figura que por uno de sus lados tuviera 4 puntos y por el otro 5, se les preguntó: ¿Cuántos puntos quedan formando la figura?, ¿qué figura se forma? De la consigna de cómo armar una figura con 12 puntos por un lado y 12 por el otro, se les preguntó: ¿Cuántos puntos tiene la figura?, ¿qué clase de figura se forma? Así se siguió varias veces para que el estudiante visualizara el algoritmo de la multiplicación. Los estudiantes disfrutaron de esta actividad, estuvieron muy receptivos, interpretaron de forma correcta la consigna, reconocieron claramente la *multiplicación* y la *propiedad multiplicativa*, cuando



expresaban comentarios como  $12 \times 4$  es 48 y  $4 \times 12$  es 48,  $6 \times 6$  es 36, y así con varias figuras que realizaron en esta actividad.

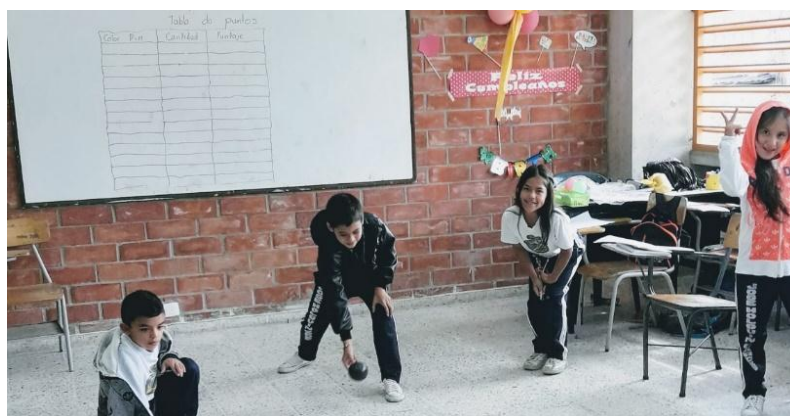
#### Imagen 4. Actividad “legos mágicos”



La sesión 3, el juego de bolos (Imagen 5), fue una actividad de mayor complejidad, se esperaba que los estudiantes hicieran un análisis de correspondencia entre dos tipos de cantidades (multiplicar el valor de cada pin por la cantidad de bolos derribados de ese color, o repetir el valor de cada bolo según el color tantas veces como bolos se derribaran de ese color). Los estudiantes estuvieron muy participativos, en algunas ocasiones le pedían a la maestra que les rectificara las operaciones realizadas. La mayoría de los estudiantes hicieron *suma* y *multiplicación* para encontrar los resultados de los puntajes, esto permitió identificar que los estudiantes generaron procedimientos de cálculo diferentes para resolver situaciones de la misma complejidad, pero que hay un avance en la comprensión de relaciones de tipo multiplicativo, puesto que identificaron los datos como factores y el puntaje como el producto de la multiplicación. Este modelo de enseñanza muestra que planteando problemas aritméticos verbales en un contexto significativo para los niños, estos son capaces de resolverlos, sin instrucciones formales sobre los contenidos aritméticos, simplemente utilizando estrategias

inventadas por ellos. De ahí que estas estrategias se consideran informales, ya que son el resultado de las ideas de los niños, quienes establecen relaciones entre las cantidades según la estructura semántica del problema y lo resuelven. Para el aprendizaje con comprensión, estas estrategias son la base para una buena comprensión a la hora de recibir la enseñanza formal sobre las operaciones aritméticas. Además, son conocimientos funcionales que pueden aplicar en situaciones de resolución de problemas (Carpenter y Lehrer, 1999).

### Imagen 5. Actividad “juego de bolos”



**Momento 3.** Pertenece a la fase de transición del lenguaje natural al lenguaje matemático.

Este momento constó de tres sesiones. En la sesión 1 se fueron resolviendo los problemas uno a uno con los estudiantes. A la vez que se resolvían, se discutía el proceso de resolución que dieron los estudiantes, con la finalidad de escuchar y resolver inquietudes, para alcanzar un nivel de comprensión mayor. En las dos primeras sesiones se trabajó con problemas de isomorfismo de medidas que involucraban una situación en un mismo contexto; con esto se pudo hacer un análisis de cómo iban los estudiantes con la apropiación de los problemas con estructura multiplicativa, además de resolver



algunas inquietudes que habían quedado de las sesiones anteriores. En la sesión 3 se trabajaron cinco situaciones: tres de isomorfismo de medidas y dos de producto de medidas con diferente grado de complejidad.

En las sesiones 1 y 2, los estudiantes se enfrentaron a la resolución de los problemas de isomorfismo de medidas. En la primera sesión debían resolver las situaciones de la ficha de forma individual (Imagen 6). Al inicio se les dijo que tenían 35 minutos para resolver la ficha. Empezaron a trabajar en silencio hasta completar el tiempo. Luego se recogió la ficha y se repartió de nuevo a los estudiantes, pero teniendo en cuenta que cada estudiante quedara con una ficha que no le pertenecía. Se hizo lectura de la situación y se fue resolviendo en el tablero con el grupo para despejar dudas. Esta forma de retroalimentación es muy importante dentro de la clase, puesto que los estudiantes se animan a explicar cómo resolvieron los problemas y aquellos estudiantes que tienen cierto grado de dificultad, en ocasiones logran entender mejor de otro estudiante que maneja su mismo lenguaje, con esto se permite el aprendizaje colaborativo entre pares. Algunos de los estudiantes les expresaron a los dueños originales de la ficha cómo les estaban quedando las operaciones y los resultados: “Se podía hacer sumas”, “no argumentó qué iba a hacer”, “cuánto le pongo si no hizo las operaciones”, “¿puedo mirar las tablas?”, “no hizo nada”. Los estudiantes disfrutaron pasar al tablero. Se pudo observar que todavía algunos de los estudiantes resuelven los problemas con sumas.

### Imagen 6. Tarea de un estudiante “fiesta de cumpleaños”

Para realizar una fiesta de cumpleaños necesitamos distintos elementos. Investiga cuánto valen comprar estos artículos para una persona, para un grupo de cinco y para el curso.

1. Completa la tabla.

Artículo a comprar	Precio unitario	operación	Precio 5 personas	Precio 31 personas
Porción de torta	450	Multiplicación	2250	13950
Plato desechable	370	Multiplicación	1750	11470
Vaso de bebida	872	Multiplicación	4360	23022
Papas fritas/paquete	1460	Suma y Multiplicación	8300	75260
Nocita	245	Multiplicación	1225	7595
Bombón bon	270	Multiplicación	1200	11470
TOTAL			19085	116817

2. ¿Qué operación(es) matemática(s) hicieron para saber cuánto gastarían al comprar para 5 personas? Suma y Multiplicación

3. ¿Qué operación(es) matemática(s) hicieron para saber cuánto gastarían al comprar para todo el curso? Multiplicación y Suma

4. Tienes que comprar 49 globos, cada uno cuesta \$150. ¿Cuánto dinero necesitas? 7350  
 ¿Qué operación matemática realizaste? Multiplicación

5. Si cada gorro para la fiesta tiene un costo de \$2630. ¿Cuánto vale los gorros para el grupo de 31 estudiantes?

... las operaciones.

2. tortas

$$\begin{array}{r} 450 \\ \times 5 \\ \hline 2250 \end{array}$$

3. platos desechables

$$\begin{array}{r} 370 \\ \times 31 \\ \hline 11470 \end{array}$$

vaso de bebida

$$\begin{array}{r} 872 \\ \times 5 \\ \hline 4360 \end{array}$$

papas fritas

$$\begin{array}{r} 1460 \\ \times 5 \\ \hline 7300 \end{array}$$

nocita

$$\begin{array}{r} 245 \\ \times 5 \\ \hline 1225 \end{array}$$

bombón bon

$$\begin{array}{r} 270 \\ \times 5 \\ \hline 1350 \end{array}$$

total

$$\begin{array}{r} 2250 \\ + 11470 \\ + 4360 \\ + 7300 \\ + 1225 \\ + 1350 \\ \hline 19085 \end{array}$$

gorros

$$\begin{array}{r} 2630 \\ \times 31 \\ \hline 81530 \end{array}$$

En la sesión 2, la actividad hacía referencia a una situación problema de su contexto, era una situación que se puede presentar en un barrio cualquiera (Imagen 7). Los estudiantes resolvieron la actividad individualmente. A partir del análisis que realizaron los estudiantes fue posible observar que entendieron la situación que se les planteó. Las estrategias de solución planteadas por la mayoría de los estudiantes lograron responder al problema, aunque al momento de realizar las operaciones, algunas presentaron errores en los resultados. El porcentaje de estudiantes que usó la multiplicación aumentó. Esta actividad fue individual y en silencio. La entregaron para que la maestra registrara los resultados de la prueba y luego se les devolvió para que fuera corregida en casa. Un pequeño porcentaje no presentó la corrección.

**Imagen 7. Tarea de un estudiante “la panadería de doña Fabiola”**

1. Completa los pasos para resolver la siguiente situación.

**LA PANADERÍA DE DOÑA FABIOLA**

Doña Fabiola quiere saber cuánto dinero debe recoger de la venta de algunos productos que elabora diariamente en la panadería. ¡Vamos a ayudarla!

Diariamente se producen 24 galletas, que se venden a \$350 cada una; 67 panes de \$750; 38 panes de \$2000 y 9 tortas a \$18.500 cada una.

¿Qué conoces del problema?	¿Con qué operaciones lo puedes resolver?	Argumenta tu respuesta	Realiza las operaciones
24 galletas que se venden a \$350 cada una.	Se resuelve con multiplicación.	Ya como fue dado ser una multiplicación por el número de las galletas.	$\begin{array}{r} 24 \\ \times 350 \\ \hline 1200 \\ 8400 \\ \hline 8400 \end{array}$
67 panes de \$750	multiplicación	Ya como fue dado ser una multiplicación por el número de los panes.	$\begin{array}{r} 67 \\ \times 750 \\ \hline 33500 \\ 469500 \\ \hline 503000 \end{array}$
38 panes de \$2000	multiplicación	Ya como fue dado ser una multiplicación por el número de los panes.	$\begin{array}{r} 38 \\ \times 2000 \\ \hline 76000 \\ 760000 \\ \hline 767600 \end{array}$
9 tortas a \$18.500 cada una.	Multiplicación	Ya como fue dado ser una multiplicación por el número de las tortas.	$\begin{array}{r} 9 \\ \times 18500 \\ \hline 166500 \\ 1665000 \\ \hline 1665000 \end{array}$
<b>RESPUESTA</b>	Doña Fabiola tiene que recopilar		

2. Resuelve las siguientes operaciones:

### 8.2 Niveles de complejidad

A lo largo de las actividades que conforman el momento 3 de la secuencia didáctica, se hizo un seguimiento de los avances en cuanto a los niveles de complejidad en el análisis de las operaciones multiplicativas que realizaban los estudiantes. A continuación, se presentan los hallazgos al respecto.

#### Tareas 1 y 2

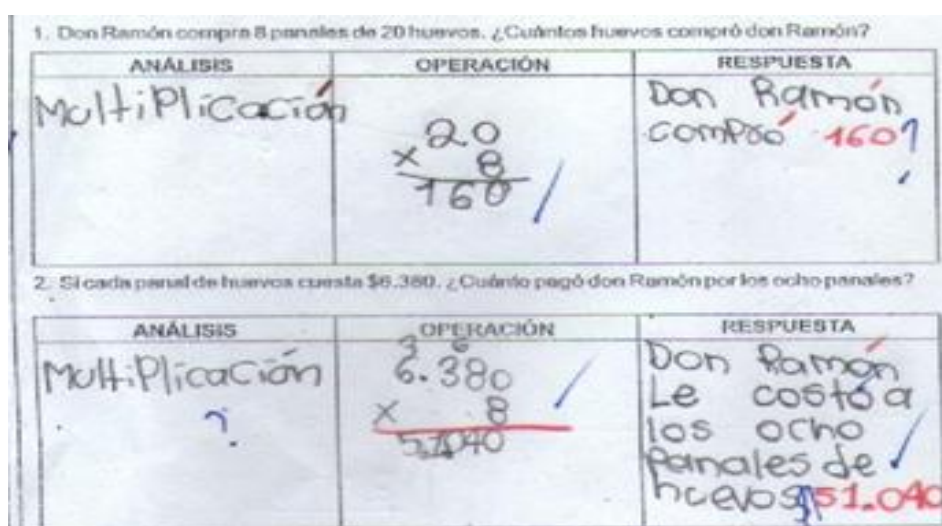
Este tipo de problemas se presenta en aquellas situaciones en las que existe una relación proporcional entre dos magnitudes.

Problema N° 1	Nivel de complejidad alcanzado		
	Reproducción	Conexión	Reflexión
N° de estudiantes	12	16	

Problema N° 2	Nivel de complejidad alcanzado		
	Reproducción	Conexión	Reflexión
N° de estudiantes	15	12	1

En estos problemas, los estudiantes se mostraron tranquilos con la estrategia de solución que usaron. En su gran mayoría lo resolvieron con una multiplicación, muy pocos usaron la suma reiterada. El ejemplo (Imagen 8) muestra cierto grado de dificultad para expresar con palabras propias por qué usaron la operación que realizaron. Hicieron correcto uso del multiplicando y el multiplicador.

### Imagen 8. Tarea de un estudiante “don Ramón”



### Tarea 3

En esta situación problema, los estudiantes se enfrentan a un problema donde solo observan uno de los datos en cifras numéricas y el otro dato se da en letras, con esto se pretende que el estudiante identifique una forma distinta de encontrar los datos (Imagen 9).

Se observa que los estudiantes identifican la operación que deben realizar, pero la mayoría no tienen claridad sobre cuáles son los datos. Algunos preguntan: “¿Multiplicamos 116 x 5?”, “¿Es 116 x 5?”. Nuevamente, los estudiantes no saben expresar el análisis para resolver la situación.


Problema N° 3	Nivel de complejidad alcanzado		
	Reproducción	conexión	Reflexión

N° de estudiantes	21	7	0
-------------------	----	---	---

**Imagen 9. Tarea de un estudiante “transporte MIO”**

Resuelve las preguntas 3 y 4 que hacen referencia al transporte MIO.

3. El MIO transporta a diario 116.000 pasajeros en un recorrido. Si hace cinco recorridos al día con el mismo número de pasajeros en cada uno, ¿cuántos pasajeros transporta al día?



ANÁLISIS	OPERACIÓN	RESPUESTA
tengo que hacer multiplicar	$  \begin{array}{r}  116.000 \\  \times 5 \\  \hline  580.000  \end{array}  $	el MIO transporta 580.000 pasajeros al día

**Tarea 4**

En este problema, la mayoría de los estudiantes usaron una estrategia de solución acertada. Se infiere una correcta interpretación; manifiestan que entendieron la situación y los 28 estudiantes la resolvieron con una multiplicación, aunque 6 estudiantes tuvieron problemas con el resultado, pero por errores de cálculo (Imagen 10).

Problema N° 4	Nivel de complejidad alcanzado		
	Reproducción	conexión	Reflexión
N° de estudiantes	6	22	

**Imagen 10. Tarea de un estudiante “recorrido MIO”**

4. Si la distancia de una estación a otra son 500 metros y el MIO debe recorrer 16 estaciones, ¿cuántos metros recorre en total?

ANÁLISIS	OPERACIÓN	RESPUESTA
Multiplicación	$  \begin{array}{r}  500 \\  \times 16 \\  \hline  3000 \\  5000 \\  \hline  8000  \end{array}  $	el MIO recorre en total 8.000 metros.

Los registros obtenidos en la participación de los niños en las actividades por cada una de las sesiones correspondientes a los tres momentos, da cuenta de una transición, desde nociones en las que se confunde el papel de la multiplicación –que es nombrada como ‘las tablas de multiplicar’– con el de la adición. Posteriormente esta noción se va transformando al incluir los términos de la estructura multiplicativa e ideas sobre para qué sirve la multiplicación y finalmente, poder usarla adecuadamente en el contexto de problemas de diferente índole. Esta transición está orientada también por el tipo de actividades, desde acciones motoras, luego uso de material concreto y finalmente situaciones abstractas para resolver en papel llevan a los estudiantes a alcanzar unos niveles de complejidad que de acuerdo con el autor Bernardo Garcia, se refiere al uso de actividades diseñadas con el fin de que el estudiante construya de forma individual y colectiva el conocimiento matemático. En este caso, la actividad del docente se enfoca en “elaborar adecuaciones del conocimiento disciplinar matemático con el objeto de ponerlas al alcance de los estudiantes, atendiendo a características propias de la situación local de las personas y los grupos en los que se producen la enseñanza y el aprendizaje.

## CONCLUSIONES

- De acuerdo con el análisis de resultados, se puede deducir que la intervención con la secuencia didáctica en el grado cuarto de la sede Villa del Mar de la institución educativa José Holguín Garcés para resolución de problemas de estructura multiplicativa, alcanzó los objetivos propuestos, toda vez que se llevó a los estudiantes desde un proceso simple, como es la actividad lúdica con material concreto, lo que dio lugar al reconocimiento y aplicación de la multiplicación mediante el uso de papel y lápiz.
- Este logro se consiguió a partir de la exploración, el análisis y la resolución, donde se buscaba que los estudiantes pasaran de un lenguaje natural a un lenguaje matemático, y de esta forma se apropiaran del proceso, desarrollando así diferentes habilidades cognitivas relacionadas con la estructura multiplicativa.
- La movilización del aprendizaje en los niños se vio reflejada en las siguientes situaciones:
  - Por medio de actividades lúdicas, los estudiantes formaron parte de la situación problema, lo que les permitió identificar el problema y luego sensibilizarse a partir de material concreto, para después visualizar lo que es la estructura multiplicativa con la utilización de los algoritmos.
  - Los estudiantes lograron identificar los elementos de la multiplicación: factores y producto, en diferentes formatos de problema, como situaciones donde estaban involucrados físicamente y al realizar algunas actividades llegaban a los resultados que hacían surgir una situación de estructura multiplicativa. También manipularon material concreto donde observaban la relación que se produce entre cantidades; en este caso, factores para obtener un resultado. Esta interacción con material concreto permitió que esas acciones se transformaran más adelante en operaciones mentales en el estudiante; luego pasaron a resolver una situación problema planteada en una ficha escrita que con las actividades iniciales les permitió entender los problemas de forma más clara.
  - Es evidente cómo los estudiantes se apropiaron de la estructura multiplicativa y de su aplicación a la resolución de problemas pasando por unos niveles de complejidad y de unas situaciones de juego con un lenguaje natural hasta las

situaciones presentadas en un lenguaje matemático, desarrollando habilidades de pensamiento que les permitieron explorar, entender, configurar un plan, ejecutarlo y revisarlo para dar la respuesta a un problema o una tarea.

- Los estudiantes identificaron aquellos problemas que requerían la multiplicación para su solución, sin ser necesario el uso de algoritmos por memorización, sino la representación mental de la situación planteada para luego resolverla.
- Se logró mejorar el desempeño de los estudiantes del grado cuarto de la escuela Villa del Mar. Esta mejora se ve reflejada en que inicialmente un gran porcentaje de estudiantes se encontraba en el nivel de complejidad de reproducción y con las actividades realizadas se alcanzó un nivel de complejidad de conexión.
- Para alcanzar un nivel de complejidad de reflexión se requiere que el docente siga siendo un orientador para el estudiante con actividades donde el estudiante sea una parte activa para lograr que los aprendizajes sean significativos.
- Se evidenció la efectividad de la secuencia didáctica y se avaló para su práctica pedagógica en la escuela Villa del Mar.
- Por último, como docente, implementar una secuencia didáctica adecuada que buscaba alcanzar los indicadores propuestos de la institución, respaldados por los estándares para el grado cuarto, que tienen relación con el pensamiento numérico y la estructura multiplicativa, permitió una transformación en mi práctica pedagógica, puesto que pude observar el proceso de avance y la evolución del pensamiento de los estudiantes para resolver situaciones con estructura multiplicativa de forma secuencial y organizada, mediante las actividades propuestas donde ellos fueron parte de la situación. El uso de material concreto que podían manipular los estudiantes y que era acorde con el tema, les facilitó el proceso de enseñanza-aprendizaje propuesto en la secuencia didáctica.



## RECOMENDACIONES

- De acuerdo con el análisis del diseño e implementación de la secuencia didáctica y basada en el trabajo de diferentes autores sobre el tema, es evidente que se requiere implementar estrategias metodológicas que propicien la comprensión y el desarrollo del pensamiento matemático a través de la acción física, el juego, las acciones y actividades que le permitan al estudiante crear imágenes mentales con las que paulatinamente van comprendiendo los conceptos y los significados que después les sirven para aplicarlos en la resolución de problemas.
- Para resolver situaciones problema, los estudiantes cuentan con algunos recursos espontáneos y formales, como la manipulación de objetos, el dibujo, el conteo, el cálculo mental, etc. En términos generales, los procedimientos informales que los niños emplean para resolver problemas de tipo multiplicativo siguen la misma evolución que el resto de los problemas que implican las demás operaciones. Es decir, inician con una etapa manipulativa, continúan con método pictórico y simbólico, los cuales suelen ser apoyados por procedimientos mentales; después advierten que pueden emplear operaciones conocidas más simples; finalmente, llegan al uso del algoritmo convencional de la multiplicación. El descubrimiento y empleo de las estrategias y los procedimientos es un proceso lento que debe respetarse, si se pretende que los estudiantes lo recorran y adquieran aprendizajes verdaderos (García, 2010).
- Se recomienda que en la institución se siga trabajando para alcanzar un nivel de complejidad de reflexión en los estudiantes, para lo cual se requiere que el docente sea un orientador con actividades donde sea una parte activa e integrada al proceso para lograr aprendizajes significativos.
- Se recomienda seguir el trabajo de investigación de Bernardo García, quien menciona que: “Como actividad humana las matemáticas y el conocimiento matemático están conectados con la vida social y cultural de los seres humanos”. Este autor señala que las matemáticas “son una construcción social de significados esenciales en la interacción propia de los procesos de enseñanza y aprendizaje (...) donde profesores y estudiantes construyen y reconstruyen sus representaciones semióticas y se relacionan con la cultura matemática”.

- Se recomienda el uso de diversos materiales que favorezcan la interacción del estudiante de manera lúdica con las situaciones problema y que le permitan emerger el conocimiento matemático.
- Se recomienda llevar un buen sistema de registro que permita identificar la relación del estudiante con el conocimiento que se le presenta, para que el aprendizaje sea significativo.
- Se recomienda continuar con la profundización de esta investigación para futuros trabajos de grado en la Universidad Icesi, lo cual permitirá lograr un mayor entendimiento, así como una mejora significativa en este proceso de aprendizaje de las ciencias matemáticas en las diferentes instituciones.

## Referencias bibliográficas


- Bosch, M. A. (2012). Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 1(1), 15-37.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
- Carpenter, T. P. y Lehrer, R. (1999). Teaching and learning mathematics with understanding. In E. Fennema y T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 19-32). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Castro, E. (1994). *Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales. Estudio con escolares del primer ciclo de secundaria (12-14 años)* (Tesis doctoral). Granada, Comares.
- D'Amore, B., Godino, J. y Fandiño, M. (2008). *Competencias y Matemática*. Bogotá, Colombia: Magisterio.
- García Q., B., Coronado, A. y Giraldo O., A. (2015). *Orientaciones didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas*. Florencia: Universidad de la Amazonia.
- García, M. y Suárez, A. (2011). Procedimientos de resolución de problemas multiplicativos de isomorfismo de medidas. En P. Perry (Ed.), *Memorias del 20º Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones* (pp. 213-220). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. México. D.F.: McGraw-Hill.
- Institución Educativa José Holguín Garcés. (2010). Misión. Recuperado de <http://iejoseholguingarces.blogspot.com.co/2010/05/pei-ie-jose-h-garces.html>
- Institución Educativa José Holguín Garcés. (2010). Reseña histórica. Recuperado de <http://iejoseholguingarces.blogspot.com.co/2010/05/pei-ie-jose-h-garces.html>
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Matemáticas Lineamientos curriculares*. Santa Fe de Bogotá: Autor.

- Ministerio de Educación Nacional. (2014). Lineamientos área de Matemáticas. Recuperado de [http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional - Icfes. (2016). Resultados 2016. Publicación de resultados Saber 3°, 5° y 9°. Recuperado de <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.aspx>
- Ministerio de Educación Nacional - Siempre Día-e - Icfes. (2016). *Cartilla Siempre Día-e. Informe por colegio. Resultados Pruebas Saber 3°, 5° y 9°. Institución Educativa Institución Educativa José Holguín Garcés*. Colombia: Autor. Recuperado de [https://diae.mineduacion.gov.co/siempre\\_diae/documentos/2016/176001008669.pdf](https://diae.mineduacion.gov.co/siempre_diae/documentos/2016/176001008669.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional - Siempre Día-e. (2017). Reporte de excelencia Institución Educativa José Holguín Garcés 2017. Recuperado de [https://diae.mineduacion.gov.co/dia\\_e/documentos/2017/176001008669.pdf](https://diae.mineduacion.gov.co/dia_e/documentos/2017/176001008669.pdf)
- Poveda, M. (s.f.). + *El desarrollo del pensamiento multiplicativo*. Recuperado de: [www.ricardovazquez.es/.../El%20desarrollo%20del%20pensamiento%20multiplicat](http://www.ricardovazquez.es/.../El%20desarrollo%20del%20pensamiento%20multiplicat)
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Restrepo B., J. (2010). Concepciones sobre didáctica de las matemáticas en profesores de educación básica y media. *Horizontes pedagógicos*, 12(1). Recuperado de <http://revistas.iberamericana.edu.co/index.php/rhpedagogicos/article/view/116/89>
- Rico, L. (s.f.). *Pensamiento numérico*. España: Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática. Recuperado de <https://pdfs.semanticscholar.org/3eca/771725bdeaa0387ebf59986df0161792654c.pdf>
- Rico, L. (2006). La competencia matemática en PISA. *PNA*, 1(2), 47-66.

- Rodríguez, S., Herráiz, N., Prieto, M., Martínez, M., Picazo, M., Castro, I. y Bernal, S. (2008). Recursos para la investigación. Recuperado de [http://www.uam.es/personal\\_pdi/stmaria/jmurillo/](http://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/jmurillo/)
- Torres J., M. C. y Obando Z., G. de J. (2013, octubre). Formas de acción en el tratamiento de situaciones multiplicativas: una mirada del isomorfismo de medida en términos del análisis relacional. *Revista Científica* (Edición especial), 767-770.
- Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. Godino, J. (Trad.). *Receches en Didactique des Mathématiques*, 10(2, 3), 133-170.

## Anexos

### Anexo A. Formato tarea “De compras con Gabriela”

	PROBLEMAS						Página 1 de 1
ÁREA	MATEMÁTICAS	PERIODO	PRIMERO	GRADO	CUARTO	PROFESORA	CLAUDIA LUCIA PARRA
TEMA	Resolución de problemas con estructura multiplicativa/diagnóstico					AÑO LECTIVO	2017
NOMBRE						FECHA	

**DE COMPRAS CON GABRIELA**

Gabriela es una niña de 9 años que vive en el barrio Palmas I con sus padres, cursa cuarto grado de primaria. Una de las actividades que más disfruta la niña es acompañar a su mamá, los domingos a realizar el mercado; su mamá siempre realiza la lista de lo que van a comprar y Gabriela le ayuda. Para el próximo domingo la lista que van a llevar es la siguiente:


**LISTA DE MERCADO**

\* 6 libras de azúcar      \* 3 litros de aceite      \* 2 kilos de lenteja      \* 7 bolsas de leche  
 \* 5 unidades de panela      \* 8 libras de arroz      \* 1 libras de chocolate      \* 9 panes de \$ 450

La mamá de Gabriela se enfermó y por tal razón Gabriela debe ir sola a realizar el mercado, la mamá le da \$100.000 para realizar el pago del mercado y le dice que si le sobra dinero puede comprar una paleta de \$ 600, teniendo en cuenta que debe pagar \$1.600 por el pasaje de ida y \$1.600 para el pasaje que la lleve de regreso a la casa con el mercado.

En el supermercado, Gabriela encuentra el letrero con la tabla de precios de los productos.

<u>SUPERMERCADO GALERIAS</u>	
PRODUCTO	VALOR
Galletas (paquete)	\$2.470
Chocolate (libra)	\$4.820
Leche (bolsa)	\$1.950
Lentejas(Kilo)	\$1.730
Garbanzos(libra)	\$ 2.175
Arroz(libra)	\$ 2.350
Litro de aceite	\$ 4.890
Azúcar(libra)	\$1.620
Café(kilo)	\$7.430



De acuerdo a los datos anteriores realiza las operaciones necesarias y responde las siguientes preguntas:

- ¿Qué operaciones crees que debes realizar para resolver esta situación?
- ¿Cuánto cuesta el mercado de la lista de Gabriela?
- ¿Cuánto dinero le sobra sin contar los \$1.600 que debe dejar para la guala?
- ¿Gabriela puede comprar la paleta?
- ¿Con cuánto dinero llegó Gabriela a la casa?





### Anexo C. Formato tarea “fiesta de cumpleaños”

						Página 8 de 10	
ÁREA	MATEMÁTICAS	PERIODO	PRIMERO	GRADO	CUARTO	PROFESORA	CLAUDIA LUCIA PARRA
TEMA						AÑO LECTIVO	2017
NOMBRE						FECHA	

Para realizar una fiesta de cumpleaños necesitamos distintos elementos, investiga cuánto saldría comprar estos artículos para una persona, para un grupo de cinco y para el curso.

1. Completa la tabla.

Artículo a comprar	Precio unitario	operación	Precio 5 personas	Precio 31 personas
Porción de torta				
Plato desechable				
Vaso de bebida				
Papas fritas/paquete				
Nucita				
Bombón bum				
<b>TOTAL</b>				

- ¿Qué operación(es) matemática(s) hicieron para saber cuánto gastarían al comprar para 5 personas? \_\_\_\_\_
- ¿Qué operaciones(es) matemática(s) hicieron para saber cuánto gastarían al comprar para todo el curso? \_\_\_\_\_
- Tienes que comprar 49 globos, cada uno cuesta \$150. ¿Cuánto dinero necesitas? \_\_\_\_\_  
¿Qué operación matemática realizaste? \_\_\_\_\_
- Si cada gorro para la fiesta tiene un costo de \$ 2.630, ¿Cuánto vale los gorros para el grupo de 31 estudiantes?

Realiza las operaciones

--



## Anexo D. Formato consentimiento informado

**Consentimiento informado**  
**(Personas menores de edad)**  
Santiago de Cali, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

Nombres y apellidos completos de los estudiantes que llevan a cabo el estudio:

Nombres y apellidos	Documento de Identidad	Teléfono
Claudia Lucia Parra B.	63368899	3117594730

En calidad de estudiantes de la Maestría en Educación de la Universidad ICESI y en el marco del desarrollo de nuestro Trabajo de Grado, que tiene como objetivo principal \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_, solicitamos su consentimiento, en carácter de padres/tutores/responsables legales para la participación del niño/la niña \_\_\_\_\_ en el proceso de obtención de información necesaria para el logro del objetivo. Específicamente, la participación del menor de edad consiste en \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_; actividades que se desarrollarán durante el período comprendido entre el \_\_\_\_\_ y el \_\_\_\_\_ del año 20\_\_.

Es importante, antes de confirmar su participación informarle que:

- Este es un proceso que no le reporta ningún riesgo directo o indirecto a los menores participantes.
- Se espera que las actividades en las que participe, no le generen ningún tipo de molestia. Sin embargo, el niño/la niña tiene el derecho a manifestar sus inquietudes o abstenerse de responder en el momento en que lo considere adecuado.
- Las respuestas y todos los registros de participación se mantendrán anónimos durante el procesamiento, análisis y presentación de resultados. Solamente serán usados dentro de este proyecto.
- Ni usted ni el niño/la niña recibirán ningún tipo de incentivo económico o de otro tipo por participar en este estudio.
- El niño o niña deberá consentir verbalmente su participación y podrá negarse en cualquier momento del estudio, sin que ello implique perjuicio alguno.
- Durante la realización de las actividades, se usarán herramientas tecnológicas para registrar información: grabaciones de video, audio o fotografías; que servirán para garantizar la fidelidad de los datos, pero no serán divulgadas por ningún medio sin un consentimiento específico para su divulgación.
- Usted puede solicitar ampliación de información sobre el estudio en el momento en que lo desee.

Si comprendió los alcances de los términos que ha leído, por favor coloque una cruz en el cuadro que se encuentra al lado de la frase HE COMPRENDIDO.

HE COMPRENDIDO LOS ALCANCES DEL CONSENTIMIENTO INFORMADO

Si está de acuerdo con los términos y desea continuar con los procedimientos de obtención de información, por favor coloque una cruz en el cuadro que se encuentra al lado de la opción DE ACUERDO. Si no está de acuerdo con los términos, por favor coloque una cruz en el cuadro que se encuentra al lado de la opción EN DESACUERDO. En cualquier caso, le agradecemos su tiempo y colaboración.

DE ACUERDO	EN DESACUERDO
------------	---------------

Firma del padre:	Firma de la madre:
Número de cédula:	Número de cédula: