



**ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN**

**LA INTERPRETACIÓN DE GRÁFICAS CARTESIANAS COMO MEDIO PARA
MEJORAR LOS RESULTADOS DE LAS PRUEBAS SABER 11**

ATALÍVAR SARMIENTO LEDESMA

**Asesor
José Darwin Lenis Mejía**

SANTIAGO DE CALI, 2017

NOTA DE ACEPTACIÓN

Firma del jurado

Firma del jurado

Santiago de Cali, noviembre de 2017

DEDICATORIA

A mis hijos, Samara y Samuel

CONTENIDO

1. PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA	9
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	9
1.2. PREGUNTA	10
2. JUSTIFICACIÓN	11
2.1. VIABILIDAD	11
2.2. HIPÓTESIS	11
3. OBJETIVOS	12
3.1. OBJETIVO GENERAL	12
3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	12
4. MARCO TEÓRICO	13
4.1. LINEAMIENTOS CURRICULARES Y ESTÁNDARES	13
4.2. EL TRATAMIENTO DE LA GRÁFICA EN LOS DISTINTOS CONJUNTOS DE GRADOS	15
4.3. POSTURA EPISTEMOLÓGICA	17
4.4. VIRAJE EPISTEMOLÓGICO	18
4.5. FENOMENOLOGÍA DE LA GRÁFICA CARTESIANA	18
4.6. PENSAMIENTO Y SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN DE LA GRÁFICA CARTESIANA	19
4.7. REFERENTE HISTÓRICO	21
4.8. ESTRUCTURA CONCEPTUAL DE LA GRÁFICA CARTESIANA	22
4.9. REFERENTES BÁSICOS DE CONGNICIÓN Y APRENDIZAJE	23
4.10. CONSTRUCTIVISMO Y APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO	25
4.11. TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS	27
4.12. SITUACIÓN DIDÁCTICA: MODELOS DE EMBALDOSADOS	28
4.12.1. MOMENTO 1	29
4.12.2. MOMENTO 2	32
4.12.3. MOMENTO 3	32
4.12.4. MOMENTO 4	32
4.13. LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS	33
4.14. TAREAS MATEMÁTICAS	36
4.15. SITUACIÓN DIDÁCTICA BASADA EN TAREAS	36

4.16.	REJILLA PARA VALORAR LA COMPETENCIA REPRESENTAR	38
5.	PROPUESTA METODOLÓGICA DE INVESTIGACIÓN.....	39
5.1.	CONTEXTO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA.....	39
5.2.	PARTICIPANTES Y PROCEDIMIENTOS.....	40
5.3.	TIPO DE INVESTIGACIÓN	41
5.4.	INSTRUMENTOS.....	42
5.5.	MUESTREO	43
5.6.	PLAN DE ANÁLISIS.....	43
5.7.	RECOLECCIÓN DE DATOS.....	43
6.	ANÁLISIS GENERAL DE RESULTADOS	50
6.1.	ESTADO INICIAL VS ESTADO FINAL.....	52
6.2.	RESULTADOS PREGUNTA ABIERTA	52
7.	CONCLUSIONES, APORTES Y RECOMENDACIONES	54
7.1.	CONCLUSIONES.....	54
7.2.	APORTES.....	56
7.3.	RECOMENDACIONES	56
8.	BIBLIOGRAFÍA.....	57

RESUMEN

El presente trabajo de profundización es el diseño, implementación y análisis de una situación didáctica enfocada en fortalecer las habilidades para la interpretación de gráficas cartesianas en los estudiantes de grado undécimo de la Institución Educativa Guillermo Valencia. Se registró la aplicación de la situación didáctica, haciendo un análisis comparativo entre el diagnóstico inicial y la fase final. Se analizaron los momentos que influyeron en los resultados obtenidos. Los resultados finales mostraron la efectividad y pertinencia de diseñar e implementar la situación didáctica ya que se dieron cambios en la interpretación de este tipo de gráficas tan usadas en las Pruebas Saber 11.

Para la enseñanza de la matemática la importancia de los gráficos radica en que se usan para comunicar información y como herramienta de análisis de datos, también para memorizar información de una manera eficiente (Cazorla, 2002).

Palabras Claves: Situación didáctica, competencia, tratamiento, conversión, constructivismo, tareas matemáticas, aprendizaje significativo, viraje epistemológico, fenomenología.

ABSTRACT

The present deepening work is the design, implementation and analysis of a didactic situation focused on strengthening the skills for the interpretation of Cartesian graphics in the eleventh grade students of the Guillermo Valencia Educational Institution. The application of the didactic situation was recorded, making a comparative analysis between the initial diagnosis and the final phase. The moments that influenced the results obtained were analyzed. The final results showed the effectiveness and pertinence of designing and implementing the didactic situation since there were changes in the interpretation of this type of graphics so used in the Saber 11 Tests.

For the teaching of mathematics, the importance of graphics is that they are used to communicate information and as a tool for analyzing data, also to memorize information in an efficient manner (Cazorla, 2002).

Key words: didactic situation, competence, treatment, conversion, constructivism, mathematical tasks, meaningful learning, epistemological turn, phenomenology.

INTRODUCCIÓN

El conocimiento matemático en la escuela es considerado hoy como una actividad social que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del niño y del joven. Como toda tarea social debe ofrecer respuestas a una multiplicidad de opciones e intereses que permanentemente surgen y se entrecruzan en el mundo actual. Su importancia está en que organiza y da sentido a una serie de prácticas, a cuyo dominio hay que dedicar esfuerzo individual y colectivo. La tarea del educador matemático conlleva entonces una gran responsabilidad, puesto que las matemáticas son una herramienta intelectual potente, cuyo dominio proporciona privilegios y ventajas intelectuales.

Las matemáticas, lo mismo que otras áreas del conocimiento, están presentes en el proceso educativo para contribuir al desarrollo integral de los estudiantes con la perspectiva de que puedan asumir los retos del siglo XXI. Se propone pues una educación matemática que propicie aprendizajes de mayor alcance y más duraderos que los tradicionales, que no sólo haga énfasis en el aprendizaje de conceptos y procedimientos sino en procesos de pensamiento ampliamente aplicable y útil para aprender cómo aprender.

Mediante el aprendizaje de las matemáticas los estudiantes no solamente desarrollan su capacidad de pensamiento y de reflexión lógica, sino que, al mismo tiempo, adquieren un conjunto de instrumentos muy poderosos para explorar la realidad, representarla, explicarla y predecirla; en suma, para actuar en y para ella.

Las recientes reformas curriculares en nuestro país han dado relevancia a los conceptos básicos de la estadística, entre ellos, la lectura y análisis de gráficas, debido a que por medio de ellas se puede llevar a cabo un mejor manejo y presentación de la información y análisis de resultados.

Las gráficas, como apoyo para la presentación especialmente de datos, es muy común encontrarlas en los periódicos y en general en los medios de comunicación e información. Por tal razón, los conocimientos básicos de estadística, en especial, la lectura e interpretación de gráficas, es parte de la cultura estadística que debe manejar cualquier persona, que al menos, haya terminado la secundaria.

Uno de los principales objetivos de la educación es ser el puente eficaz entre lo acontecido, en el momento, en la sociedad y la realidad circundante del estudiante, en otras palabras, entre la escuela y la cotidianidad. Es aquí donde las gráficas juegan papel importante para que se pueda dar esa conexión (Espinell, 2007).

1. PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El problema en este trabajo de profundización trata sobre la interpretación de gráficas cartesianas que desarrollan los estudiantes antes de terminar la secundaria.

La evidencia de la deficiencia en la competencia para interpretar gráficas puede asumirse de los resultados obtenidos por ellos en las Pruebas Saber. La siguiente tabla muestra los promedios en el área de matemáticas obtenidos por la Institución desde el 2009 hasta el 2016.

AÑO	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
PROMEDIO	39,42	45,88	44,15	41,48	44,21	46,06	47,8	47,23

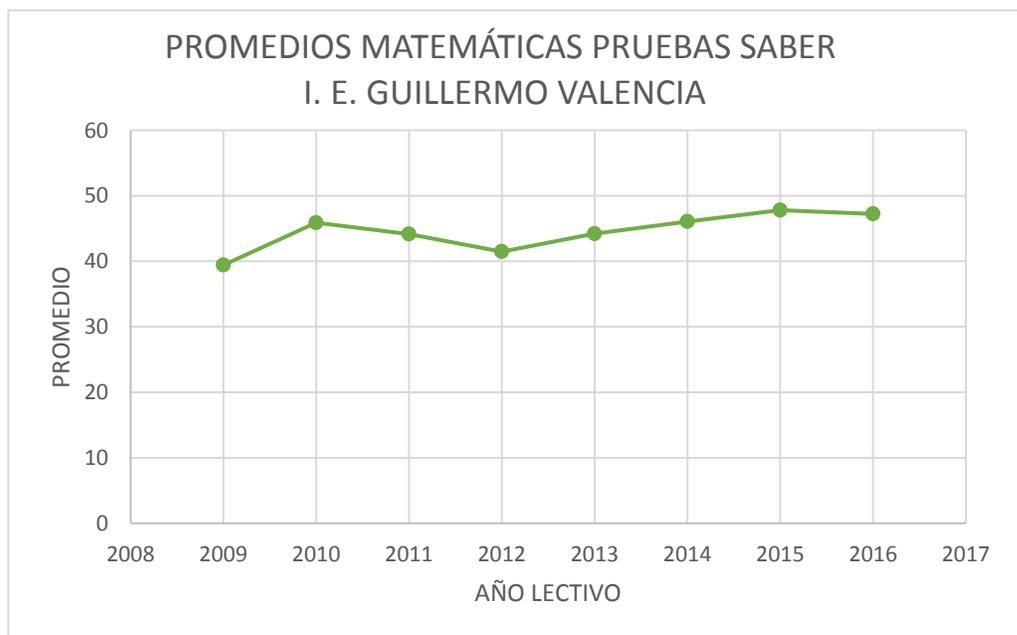


Gráfico 1

Aunque estos promedios poco satisfactorios no pueden asumirse que hayan sido exclusivamente por no interpretar gráficas, éstas si son relevantes en importancia y en número en las Pruebas Saber 11. A continuación relaciono la cantidad de gráficas que salieron en las Pruebas Saber del año 2006 en las áreas de Biología y matemáticas.

CANTIDAD DE GRÁFICAS EN BIOLOGÍA PRUEBA SABER 11 DEL AÑO 2006		
CANTIDAD DE PREGUNTAS	TOTAL GRÁFICAS EN LA PRUEBA	TOTAL GRÁFICAS CARTESIANAS
35	29	23

El total de gráficas cartesianas de la prueba de biología es del 80%.

CANTIDAD DE GRÁFICAS EN MATEMÁTICAS PRUEBA SABER 11 DEL AÑO 2006		
CANTIDAD DE PREGUNTAS	TOTAL GRÁFICAS EN LA PRUEBA	TOTAL GRÁFICAS CARTESIANAS
35	38	22

El total de gráficas cartesianas en la prueba de matemáticas es del 58%

Hoy en día, herramientas informáticas simples, como Excel, permiten al estudiante realizar gráficos estadísticos de manera sencilla donde puedan presentar, por ejemplo, los resultados de una encuesta aplicada a sus mismos compañeros. *“Los gráficos pueden utilizarse para comunicar información y como instrumento de análisis de datos, así como para retener en la memoria una gran cantidad de información en forma eficiente”* (Cazorla, 2002).

1.2. PREGUNTA

¿Cuáles son las características y elementos de una situación didáctica que permita desarrollar la comprensión de gráficas cartesianas?

2. JUSTIFICACIÓN

Las Pruebas Saber 11 tienen un componente aproximado del 60% en gráficas en todas las disciplinas evaluadas. Ante este panorama, se hace necesario que los estudiantes lean e interpreten gráficas cartesianas para, de allí, obtener información y poder enfrentar preguntas tipo Prueba Saber.

Se ha notado en la últimas Pruebas Saber 11 un protagonismo especial de las gráficas, por ejemplo, en la prueba del 31 de agosto de 2016 de los 52 ítems de matemáticas, 14 de ellos se respondían de acuerdo con gráficas cartesianas tanto en el cuerpo de la pregunta como en las opciones de respuesta; esto representa aproximadamente el 27%.

Este trabajo de profundización es de relevancia social debido a que será trascendente porque repercutirá en los resultados obtenidos por la Institución en las Pruebas Saber 11 y además en la futura vida universitaria y laboral de los estudiantes.

Por otro lado, la educación en nuestro país tiene la necesidad de transformar las prácticas educativas. Es necesario diseñar y aplicar otras estrategias de enseñanza que renueven esas prácticas y permitan llegar al conocimiento de manera más efectiva.

2.1. VIABILIDAD

Este trabajo de profundización involucra a los estudiantes que cursan el grado 11 en la Institución Educativa Guillermo Valencia en el área de matemáticas dada por el Lic. Atalívar Sarmiento Ledesma. Se busca con él favorecer a estos estudiantes en la interpretación de gráficas cartesianas para que mejoren, por un lado, su comprensión gráfica y, por otro lado, los resultados de las Pruebas Saber 11 de la Institución Educativa. Este trabajo maneja la transversalidad puesto que será de gran utilidad en varias áreas del plan de estudios que requieren de la interpretación gráfica, en especial, de las cartesianas como en el caso de la biología, la química y la física.

2.2. HIPÓTESIS

El Doctor Roberto Hernández Sampieri define el término hipótesis como la guía de una investigación o estudio. La hipótesis para este trabajo de profundización es la siguiente: La implementación de una situación didáctica sobre gráficas cartesianas permite mejorar la interpretación y representación de las mismas.

3. OBJETIVOS

3.1. OBJETIVO GENERAL

Diseñar e implementar una situación didáctica que desarrolle la competencia para la interpretación de gráficas cartesianas en los estudiantes del Guillermo Valencia de grado 11 buscando mejorar los resultados de las Pruebas Saber 11.

3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- 1.** Diseñar una situación didáctica que permita desarrollar la interpretación de gráficas cartesianas.
- 2.** Implementar con los estudiantes de grado 11 de la Institución Educativa Guillermo Valencia la situación didáctica diseñada.
- 3.** Evaluar y analizar los resultados de la situación didáctica ya implementada.

4. MARCO TEÓRICO

4.1. LINEAMIENTOS CURRICULARES Y ESTÁNDARES

La profesora María Teresa Castellanos en su trabajo de Maestría Tablas y Gráficos Estadísticos en Colombia muestra, en una línea de tiempo, la normatividad que ha transformado el currículo colombiano.

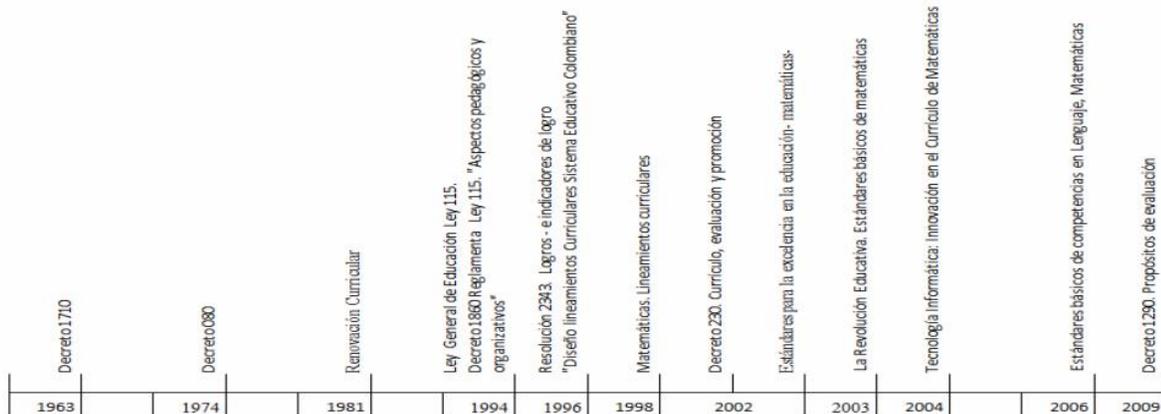


Gráfico 2

Los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) parte la enseñanza de las matemáticas en Colombia en dos: antes de su publicación, la enseñanza de las matemáticas tiene un carácter realista donde el docente es el poseedor absoluto del conocimiento y las matemáticas se consideran como un producto acabado listo para ser dado al estudiante. Después de su publicación, las matemáticas son consideradas como una construcción social donde el estudiante es tan protagonista como el profesor. Comienza entonces, un uso pragmático de ellas, surgen los pensamientos, se consideran contextos, procesos y una mejor organización curricular para su enseñanza. Son entonces, los Lineamientos Curriculares un documento de apoyo, reflexión y orientación para toda la comunidad educativa.

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) a partir del año 1990 comienza a considerar en los planes de estudio la enseñanza de la estadística tratando aspectos como la recolección de datos y su organización en tablas de frecuencia, tabulaciones, medidas de tendencia central y de dispersión.

La actual Ley General de Educación del año 1994 establece los niveles de educación preescolar, educación básica, educación secundaria y educación media donde la flexibilización del currículo y la autonomía escolar son los pilares de su fundamento. A partir de esta ley la visión de la enseñanza de las matemáticas cambia y se centra su desarrollo en las situaciones problema. Con este panorama la estadística es más significativa y las gráficas comienzan a tener protagonismo especial.

La noción de variación es fundamental para el desarrollo de las gráficas como elemento de representación de magnitudes que están relacionadas. En el documento en mención se expresa de la siguiente manera:

“Entre los diferentes sistemas de representación asociados a la variación se encuentran los enunciados verbales, las representaciones tabulares, las gráficas de tipo cartesiano o sagital, las representaciones pictóricas e icónicas, la instruccional (programación), la mecánica (molinos), las fórmulas y las expresiones analíticas.” (Lineamientos MEN, p50)

La variación, implícita en situaciones cotidianas, que involucre fenómenos de cambio, pueda dar lugar a la organización de datos en forma de tablas donde el cambio de las variables involucradas puede establecerse y, mejor aún, si hay procesos aritméticos.

“Las tablas se pueden usar posteriormente para llevar a los estudiantes a la graficación de situaciones problema de tipo concreto, aunque quede restringida al primer cuadrante. La identificación de la variable independiente y dependiente es más significativa cuando se inicia desde la representación de situaciones concretas. Más adelante se formaliza el sistema cartesiano con el aprendizaje de su sintaxis.” (Lineamientos MEN, p50)

La gráfica cartesiana se convierte en una valiosa mediación para establecer la relación entre magnitudes y las identificaciones de la variable independiente y de la variable dependiente ubicadas adecuadamente en los ejes y con escalas adecuadas para la ubicación de puntos.

En los Lineamientos curriculares se expresa el fin de las gráficas cartesianas de la siguiente manera:

“Particularmente la gráfica tiene como fin abordar los aspectos de la dependencia entre variables, gestando la noción de función como dependencia.” (Lineamientos MEN, p51)

La gráfica cartesiana es un elemento pertinente de comunicación sobre todo cuando el mundo real puede ser mostrado de otra manera y a partir de allí se realizan inferencias. Esto permite visualizar la importancia de las matemáticas como herramienta social para interpretar su entorno, transformarlo y modelarlo. En general, una representación gráfica permite ver un objeto matemático de otra forma y así acercarse a su comprensión. Por ejemplo, cuando se representa una función lineal o cuadrática en un plano cartesiano.

El Ministerio de Educación Nacional publica en el año 2002 los *estándares para la excelencia en la educación* que incluyen estándares curriculares para las matemáticas en la educación preescolar, básica y media, con el objetivo de materializar el desarrollo de las matemáticas en pensamientos como lo expresan los lineamientos curriculares.

En el año 2006, el Ministerio de Educación Nacional publica el documento *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias Naturales y Ciudadanas* que se convierten en una ampliación, reflexión y profundización de los publicados en el 2002. En este documento ya

se hace referencia de manera más directa al término *competencia* y en lo relacionado con las matemáticas se mencionan los procesos generales de la actividad matemática, los pensamientos que se pretenden desarrollar, los contextos en el aprendizaje de la disciplina y los procesos generales que permiten establecer cuando se es matemáticamente competente (MEN, 2006, p50)

En los Estándares Básicos de Matemáticas se expone la representación gráfica con más protagonismo y se aborda con mayor énfasis desde el pensamiento variacional sin desconocer que desde los otros pensamientos puede ser abordada incluso como registro semiótico alternativo para hacer el tratamiento de un objeto matemático. En dicho documento se dice que este pensamiento se relaciona con la variación y el cambio en diferentes contextos, así como la representación en diversos lenguajes.

Los Estándares Básicos de Matemáticas propone el trabajo con gráficas desde el grado primero hasta grado once. La siguiente tabla muestra los estándares relacionados con gráficas con su respectivo grado y pensamiento.

4.2. EL TRATAMIENTO DE LA GRÁFICA EN LOS DISTINTOS CONJUNTOS DE GRADOS

CONJUNTO DE GRADOS	PENSAMIENTO	ESTÁNDAR
1º a 3º	Variacional	Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas
4º a 5º	Espacial	Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales
	Aleatorio	Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares) Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos Interpreto información presentada en tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares)
	Variacional	Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica. Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales
	Espacial	Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica
	Métrico	Resuelvo y formulo problemas que involucren factores

6º a 7º		escalares (diseño de maquetas, mapas)
	Aleatorio	<p>Comparo e interpreto datos provenientes de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas)</p> <p>Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación</p> <p>Interpreto, produzco y comparo representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos. (diagramas de barras, diagramas circulares)</p>
8º a 9º	Variacional	<p>Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas)</p> <p>Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación)</p> <p>Analizo las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa en contextos aritméticos y geométricos</p> <p>Identifico las características de las diversas gráficas cartesianas (de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.) en relación con la situación que representan</p>
	Aleatorio	<p>Resuelvo y formulo problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas)</p> <p>Reconozco tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas</p>
10º a 11º	Espacial	<p>Identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros (polares, cilíndricos y esféricos) y en particular de las curvas y figuras cónicas</p>
	Aleatorio	<p>Interpreto y comparo resultados de estudios con información estadística provenientes de medios de comunicación</p> <p>Describo tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas</p>

Los estándares no se presentan como un listado detallado de temas enseñar, sino que busca la integralidad en los procesos. Las gráficas se prestan para relacionar lo tratado en una disciplina con otra, por ejemplo, las gráficas pueden ser usadas en las sociales, en el lenguaje y con mayor razón en las ciencias naturales. En otras palabras, transversaliza las distintas áreas del conocimiento

Se observa en los Estándares un tratamiento y uso muy elemental de las gráficas en los primeros grados pero ya a partir del conjunto de grados 4º - 5º comienzan aparecer las tablas que es un buen punto de partida para establecer relación entre magnitudes. A partir de 6º - 7º aparece más la familiarización con las gráficas desde distintas fuentes como los periódicos y hay una visión más estadística. De igual manera la proporcionalidad comienza a ser tratada. A partir de 8º - 9º el uso de la gráfica cartesiana se hace más notoria por la representación que debe hacerse de las funciones, en especial, las lineales, las cuadráticas, las exponenciales y logarítmicas. En los últimos dos (2) grados se nota, desde los estándares, una significativa disminución del tratamiento de las gráficas. En todo caso, la transposición didáctica de la gráfica cartesiana se da desde grado primero hasta grado once.

4.3. POSTURA EPISTEMOLÓGICA

El aprendizaje es un proceso comprensivo y significativo donde el estudiante participa activamente en la construcción de los conceptos, por tal razón este trabajo, por su naturaleza misma se identifica más con la postura pragmática de enfoque socio-cultural (Bruno D'Amore) y se acepta que las matemáticas surgen como interacción social que busca la solución de problemas comunes. Con esta postura el factor social juega un papel determinante en la construcción del conocimiento.

Partimos que hay un verdadero significado del objeto matemático cuando se tiene claro su utilidad en la vida cotidiana.

Una postura pragmática propicia y contribuye a la construcción del significado del objeto matemático del que trata este trabajo en el proceso de enseñanza-aprendizaje debido a que el uso de las gráficas cartesianas debe ser frecuente en el momento de la interpretación y deberán ser construidas cuando con ellas quiera representarse una situación específica.

Como lo expresa Bruno D'Amore, el significado de un objeto matemático depende del contexto y del uso social que de él se haga. Esto hace que, para el estudiante, dicho objeto sea significativo.

La interpretación de gráficas de este tipo se convierte en una herramienta transversal valiosa en el proceso de aprendizaje puesto que su uso no estará limitado solamente a la matemática sino a otras disciplinas que el estudiante ve en la institución como la biología, la química, la

estadística, la física e incluso las ciencias sociales. Cabe destacar también que su empleo es eficaz en el momento de realizar exposiciones donde debe relacionarse magnitudes.

Las teorías de aprendizaje ofrecen diversas estrategias para llegar al conocimiento, una de ellas es el constructivismo que tiene como fin la creación del conocimiento o el enriquecimiento del mismo a través de procesos de aprendizaje donde el estudiante es el actor principal. Para esta teoría, el profesor cumple un papel de enlace entre el conocimiento previo del estudiante y el nuevo conocimiento generado, además debe brindar condiciones propicias para que el estudiante construya conocimiento mediante actividades programadas. El estudiante es el responsable, en primera instancia, de su proceso de aprendizaje.

Para esta teoría, lo más relevante es la adquisición de nuevas competencias con el conocimiento generado que le permita generalizar aspectos de su realidad y aplicarlas a situaciones nuevas.

4.4. VIRAJE EPISTEMOLÓGICO

Cuando se establece que este trabajo se enmarca en una postura constructivista, desde allí se está dando un viraje epistemológico: El estudiante es protagonista de su proceso de aprendizaje y será él, con ayuda y orientación de su profesor, quien se aproximará a la construcción del concepto del objeto matemático, que en este caso es la gráfica cartesiana. No se considera entonces que el profesor es el centro de atención en el proceso de enseñanza-aprendizaje y quien posee el conocimiento absoluto. El viraje se entiende entonces como ese cambio de roles que conlleva a un proceso más participativo y de trabajo en conjunto.

4.5. FENOMENOLOGÍA DE LA GRÁFICA CARTESIANA

El Ministerio de Educación Nacional establece que las matemáticas se deben enseñar en tres (3) contextos: desde la matemática misma, desde la vida cotidiana y desde otras ciencias.

4.5.1. **FENOMENOLOGÍA DE LA VIDA COTIDIANA:** La interpretación de gráficas cartesianas influye de manera significativa en la comprensión de la información, por ejemplo, la estadística que con frecuencia aparece en los medios de comunicación. Las gráficas también influyen en la toma de decisiones, para comunicar información precisa, como instrumento de análisis, retención de información de manera eficiente, presentación de informes, etc.

4.5.2. **FENOMENOLOGÍA EN OTRAS CIENCIAS:** Las gráficas cartesianas en otras ciencias son de vital importancia para la interpretación de fenómenos, como por ejemplo, en la física, para el tratamiento de los movimientos; en la biología, para el análisis de situaciones en paralelo; en la economía, para analizar el comportamiento de aspectos monetarios y de cambio, etc.

El Ministerio de Educación Nacional en Los Estándares Básicos de Competencias (2003) propone el tratamiento de la variación como elemento fundamental para el desarrollo del pensamiento

variacional y aquí, la modelación, por ejemplo, de fenómenos físicos, se convierte en proceso esencial.

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) cataloga a la modelación como el proceso por el cual es posible, mediante las matemáticas, hacer una descripción del mundo real. Por lo tanto, después de identificar el objeto en el mundo real se construye un modelo matemático que lo represente, el cual puede ser una ecuación, una gráfica, etc. Es aquí donde el modelo ya toma protagonismo y se convierte en elemento de trabajo que permitirá la descripción del fenómeno, predicciones y características del mismo.

La profesora de la Universidad del Valle, Ligia Amparo Torres en su trabajo Fenomenología Histórica del concepto de ecuación, establece una diferencia clara entre modelación y matematización que algunos autores emplean de manera indistinta:

“[...]la modelación abarca el proceso completo de construcción del modelo, mientras que la matematización tiene que ver con establecer o identificar las matemáticas presentes en la situación problema. Para llegar a identificar tales matemáticas es preciso descubrir relaciones entre las variables de un problema, descubrir regularidades, transferir un problema de la vida real a un problema matemático, etc. Después de ello, el problema debe tratarse con herramientas matemáticas, para lo cual se puede representar una relación en una fórmula, utilizar distintos modelos, etc.”

4.6. PENSAMIENTO Y SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN DE LA GRÁFICA CARTESIANA

“El pensamiento variacional tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos” (MEN)

Las gráficas cartesianas juegan un papel importante en la resolución de problemas de la vida cotidiana y en diversas disciplinas como la física, la química, etc.

La gráfica cartesiana, aunque como objeto matemático se enmarca en este pensamiento, se relaciona con otros tipos de pensamientos:

- 1. Con el numérico:** porque en la mayoría de las gráficas cartesianas aparece relaciones entre números, realización de conteo, interpretación de un par ordenado, etc.
- 2. Con el espacial:** con el manejo del plano y las orientaciones.
- 3. Con el métrico:** con el manejo de las magnitudes, la escala en los ejes, estimaciones, etc.

El tratamiento consiste en expresar el objeto matemático de otra manera o de otra representación utilizando el mismo sistema semiótico.

El caso del tratamiento de las gráficas cartesianas es muy particular puesto que en ellas intervienen varios elementos como magnitudes, unidades, escala, etc. que conforman un todo muy interrelacionado que dificultan la expresión de una gráfica en el mismo sistema. Existen casos particulares donde sí es posible, por ejemplo, expresar una gráfica cartesiana de velocidad contra tiempo en otra gráfica cartesiana de posición contra tiempo.

Sin embargo, Raymond Duval (1999), que también expone esta limitación, propone para las gráficas cartesianas tres tipos de tratamiento:

1. **La vía del punteo:** Realizar la lectura de las coordenadas de un punto de la gráfica.
2. **Extensión del trazo:** Unión de los puntos de la gráfica de una función por medio de una línea.
3. **Interpretación global de las propiedades de la gráfica:** Es la modificación en la expresión algebraica corresponde a una variable visual pertinente para interpretar la gráfica (Duval, 1988)

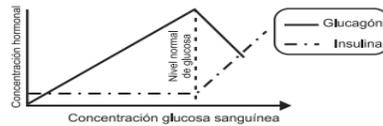
La conversión de un objeto matemático es la expresión o representación del mismo en un sistema semiótico completamente diferente.

Según Duval (1999), este proceso suele darse con mayor facilidad en las gráficas cartesianas que el de tratamiento, puesto que una gráfica puede ser expresada en un lenguaje natural, por ejemplo, cuando la gráfica es leída y también si la misma corresponde a una función establecida como lineal, cuadrática, exponencial, etc. ésta puede llevarse a una expresión algebraica.

Ahora, cuando se lleva a cabo el proceso de conversión de un objeto matemático puede establecerse uno o varios tratamientos en ese nuevo sistema semiótico, que según este autor, sería un proceso muy interesante que debería desarrollarse en los estudiantes y lo que reflejaría una verdadera interiorización y significancia del concepto.

La pregunta 6 de biología de la Prueba Saber 11 de marzo de 2003 muestra el proceso de conversión que se le hace a la gráfica cartesiana cuando ésta al ser interpretada se expresa en otro sistema semiótico.

Los niveles de azúcar en un organismo son regulados por las hormonas insulina y glucagón. Mientras una de ellas estimula el almacenamiento de la glucosa en los tejidos la otra promueve su movilización. El siguiente gráfico muestra los resultados de mediciones de la concentración de estas hormonas con respecto a la cantidad de glucosa en sangre realizadas a un paciente.



6. De este gráfico es posible deducir que

- A. la insulina actúa incrementando el nivel de glucagón en la sangre
- B. el glucagón aumenta el nivel de insulina en la sangre
- C. la insulina aumenta al incrementarse los niveles de glucosa sanguínea
- D. el glucagón aumenta al incrementarse los niveles de glucosa sanguínea

4.7. REFERENTE HISTÓRICO

Del texto *La Historia de las Matemáticas en la Educación Matemática* de la profesora Maribel Anacona destaco dos ideas que permiten explicar el referente histórico del objeto matemático de mi trabajo: la gráfica cartesiana.

IDEA 1: “En los estudios histórico-epistemológicos juega un papel esencial, el análisis del proceso de construcción teórica de un concepto” (p32)

IDEA 2: “El conocimiento matemático está mediado por una reflexión educativa a partir de los estudios en Historia de las Matemáticas. En efecto, desde los diversos estudios históricos se pretende mostrar que las matemáticas son una construcción humana, y como tal, están ligadas al ámbito social y cultural que las produce” (p36)

El concepto se elabora bajo la consideración de que el discurso matemático es una actividad de razonamiento que se desarrolla en un medio sociocultural específico. Además, para la construcción de dicho concepto se requiere del empleo de otros conceptos que otras personas o comunidades ya han hecho. Ahora, un estudio de esta índole permite dar cuenta de la génesis y, sobre todo, de las causas que dieron lugar a su formación, que por lo regular, es dar solución a una problemática social.

Lo anterior muestra un antagonismo a la postura tradicional, que inclusive, actualmente puede presentarse cuando se considera que el docente es el actor principal y poseedor del conocimiento. Siendo las matemáticas una construcción humana, éstas dejan de considerarse completamente formales y de otro mundo y pasan a convertirse en herramienta para entender el entorno y por ende en lenguaje de representación que debe ser socialmente entendida y de inmediata aplicación.

Por otro lado la profesora Maribel Anacona expone que hay dos posturas desde donde la historia de las matemáticas ha influenciado la enseñanza de las mismas: una internalista y otra externaliza. Posturas, ambas enfrentadas, desde lo filosófico y lo epistemológico. Grosso modo, la primera expone que el origen y la aceptación de los conceptos son dados desde la

matemática misma y no hay influencia de factores externos; mientras que la segunda expone todo lo contrario. Sin embargo, la autora expone en su texto que ambas posturas tienen aspectos positivos y aspectos negativos y propone una postura intermedia que busca reconciliarlas y rescatar lo valioso en ambas.

“...es posible pensar en un trabajo en Historia de las Matemáticas que dé cuenta de los complejos procesos de génesis, evolución y consolidación de una teoría matemática, sin olvidar que estos procesos de construcción se desarrollan en el marco de un proceso sociocultural” (p32)

El doctor José Arteaga en su tesis doctoral Evaluación de conocimientos sobre gráficos expresa que el uso de los gráficos en la estadística es relativamente nueva y se llevó a cabo ante la necesidad social de expresar de manera más clara la información y sobretodo la relación de variables. Sin embargo, los primeros indicios de representación gráfica fueron de figuras geométricas y de cuerpos celestes. Luego vinieron los mapas como ayuda para la exploración de nuevas tierras y por ende como orientación en la navegación.

Renato Descartes (1637) en su obra La géométrie muestra El Plano Cartesiano, que se convierte en elemento relevante para la representación de dos magnitudes que guardan relación.

A mediados del siglo pasado el gráfico comienza a convertirse en un elemento de estudio y análisis en el sector educativo y surgen diversas formas de representación gráficas de acuerdo con la naturaleza de las magnitudes y lo que se quiere presentar.

De acuerdo con lo anterior y según el objeto matemático de este trabajo de tesis, adhiero a la postura intermedia propuesta por la profesora Maribel Anacona. El gráfico, en general ha sido producto de una construcción social que ha buscado dar solución a situaciones específicas, en este caso, el de la representación.

4.8. ESTRUCTURA CONCEPTUAL DE LA GRÁFICA CARTESIANA

Rico (1998) expone que un concepto matemático, para construir su significado, necesita tres elementos: estructura conceptual, sistemas de representación y análisis fenomenológico. El primero tiene en cuenta las relaciones de los procedimientos y conceptos implícitos en el objeto matemático a estudiar, considerando también aquellos conceptos que ayudan a estructurar. La estructura conceptual de la gráfica cartesiana es: plano cartesiano, variable, coordenadas, escala, magnitudes, proporcionalidad, relación, función, unidades e interceptos.

Bertin (1967) llevó a cabo una clasificación de los componentes de los gráficos, introduciendo una gramática para su tratamiento, cuyos elementos son símbolos que indican, por ejemplo, el tipo de variable representada o cómo debe ser ésta representada en un gráfico. Él asume que un gráfico es un texto multimodal: su conjunto como los elementos que lo componen están constituidos por signos que requieren una actividad semiótica por aquellos que los interpretan.

Considera el gráfico “*como un sistema semiótico complejo, e indica que se requiere un conjunto mínimo de elementos para poder construir o interpretar un gráfico, es decir transmitir la información necesaria para establecer una correspondencia entre cada símbolo y su significado*”.

La comprensión de gráficas, en especial las estadísticas, es un tema que ha sido tratado por diferentes autores.

Batanero (2002) definió tres niveles en la interpretación gráfica: (1) Nivel sintáctico, o capacidad de percibir las propiedades de los elementos del gráfico, detectando, por ejemplo, si son apropiados en relación a las capacidades perceptivas de las personas; (2) Nivel semántico, que permite realizar interpretaciones cuantitativas y cualitativas y comprender el significado del gráfico; (3) Nivel pragmático, o capacidad para reconocer la finalidad del gráfico y de la información que se transmite.

4.9. REFERENTES BÁSICOS DE CONGNICIÓN Y APRENDIZAJE

Dentro de los aspectos importantes que debe satisfacer la educación está la de suplir la necesidad de entender la realidad y transformarla. Aquí, el proceso de aprendizaje juega un papel valioso mirándolo desde el contexto histórico, el juego de roles y los encargados de llevar a cabo dicho proceso.

Históricamente se ha manifestado que aprendemos desde la práctica y la experiencia pues bien es sabido que el surgimiento de las disciplinas, comparado en tiempo, es reciente y la tradición oral y traslación de experiencias de generaciones adultas a generaciones menores, como lo expresa Durkheim, se convertiría en formas primarias de aprendizaje. Sin embargo, no se debe desconocer que aspectos verdaderamente racionales ya estaban muy presentes en culturas antiguas como la griega, la india, etc.

Centrándonos más en el proceso de aprendizaje comencemos diciendo que este proceso, en el niño, inicialmente es de tipo egocentrista de mera orientación y poca reflexión, es decir, sus primeras palabras y actos buscan direccionar su proceder propio. Esto se da entre los 3 y 6 años de edad. En cambio, en el adulto, el proceso ya es de reflexión, de interiorización y de conciencia.

Lev S. Vygotsky, en su marxismo dialéctico, se pregunta ¿cómo se estructura la conciencia? Es aquí donde los medios de producción, las herramientas y la mano de obra asumen importante protagonismo para entender el mundo, su connotación y la organización social de la conciencia en constante cambio y dinamismo según su entorno. Entonces, el aprendizaje en el niño debe responder a ese devenir continuo que la sociedad misma impone.

Cada fenómeno que experimenta un niño tiene implícita una historia concreta. Dicha historia es reconocida, avalada e interiorizada según sea su edad cronológica, cultural o intelectual. En ese proceso histórico del desarrollo del niño aparecen cambios tanto cualitativos como cuantitativos reflejándose estos últimos en su grado de maduración y desarrollo físico mientras que los primeros dan cuenta de qué tanto él ha aprehendido de su entorno más próximo independiente de su edad. Esto explica que hay múltiples estilos de aprendizajes. Por ejemplo, un niño a cierta edad pudo haber aprendido un concepto mientras que otro de su misma edad no. Ese paso de procesos básicos de aprendizaje a procesos complejos son motivos de estudio de la educación y ha sido la psicología quien más ha aportado en este campo. Vygotsky retoma la importancia de los cambios históricos sociales como factores modificadores de la conciencia y conducta del niño. En otras palabras, el niño será lo que El Estado quiere que sea y, será dicho Estado, el encargado de diseñar los elementos necesarios para que ese objetivo se cumpla. De aquí se da el salto de individuo a sujeto.

Para hablar de aprendizaje debe entenderse las herramientas concretas, su uso, su valor, sus cambios tanto cualitativos como cuantitativos, su entorno y estilos de vida del niño.

Con base en lo anterior, podemos decir que el aprendizaje es la apropiación de las conductas culturalmente establecidas. Aquí el proceso educativo en la escuela juega un papel muy importante como estructura que apoya y facilita la inserción del niño en dicha cultura y sociedad con contextos inmediatos y saberes universales. En otras palabras, la escuela sumerge al niño en los conocimientos globales y universales. Sin embargo, según dichos contextos, el aprendizaje, por ejemplo, del lenguaje, de la matemática y en general de códigos es diferente. Por tal razón para L. Vygotsky estudiar al sujeto tiene implícito el estudio de su cultura.

En nuestro contexto educativo dichas herramientas y signos que se le suministra a nuestros estudiantes son todas aquellas actividades y situaciones de aprendizaje que se les propone con diversos tipos de materiales a utilizar. Debe analizarse el porqué del material, cuál es su razón de ser, en qué momento origina un desequilibrio cognitivo, su pertinencia y suficiencia.

Es claro que desde su entorno el niño reproduce conductas socialmente establecidas y las interioriza hasta hacerlas propias y únicas. En este sentido el desarrollo del aprendizaje se define como una aparición y transformación de las diversas formas de mediación y de interacción. Para que este proceso se dé, el lenguaje es fundamental en todo su sentido: oral, escrito, señales, etc., pues es el puente mediador entre la realidad y su proceso y desarrollo mental. En otras palabras, aprendizaje y desarrollo siempre van de la mano.

Leontiev, discípulo de Lev Vygostky, propone el concepto de apropiación encaminándolo más hacia el aspecto cultural, a diferencia del concepto de adaptación que está más relacionado con lo natural.

"El proceso de apropiación realiza la necesidad principal y el principio fundamental del desarrollo ontogenético humano: la reproducción en las aptitudes y propiedades del individuo de las propiedades y aptitudes históricamente formadas por la especie humana, incluyendo la aptitud para comprender y utilizar lenguaje" (Leontiev, 1983).

Este sicólogo plantea que el primer elemento del cual debe apropiarse el individuo de una cultura es del lenguaje, el cual permitirá las relaciones y actividades sociales con los demás miembros de la comunidad. Esto hará que se adquieran habilidades y se desarrollen competencias de una manera gradual en el momento que ya haya la apropiación de otros elementos culturales como las normas, saberes, etc. Por lo tanto, el sujeto de apropia de la cultura pero la cultura también se apropia de él.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje es fundamental, por parte del sujeto, la apropiación y el dominio de los elementos mediadores que le permitirán una mejor relación, comprensión de su entorno y toma de conciencia.

Finalmente, los estudiantes que llegan a nuestros colegios lo hacen con un bagaje cultural muy reducido que no les permite de manera eficaz relacionar el nuevo conocimiento adquirido con sus experiencias. Entonces, reconociendo esta realidad, el profesor requiere enfocarse más en cómo diseña actividades y estrategias para que ellos aprendan mejor y de manera más significativa donde su campo sensorial sea activado, que el material escogido los mueva cognitivamente y que sus propios códigos y experiencia sean protagonistas en su desarrollo.

El proceso de enseñanza-aprendizaje permite cuestionar constantemente al profesor como ser responsable y transformador de la educación, siempre en la búsqueda de recursos para mejorar la práctica docente.

4.10. CONSTRUCTIVISMO Y APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Con el surgimiento de la teoría del constructivismo se da un salto significativo de la concepción objetivista del conocimiento a una aproximación subjetivista del mismo, convirtiendo al sujeto en un ser más activo en su proceso de aprendizaje y de la comprensión dando más significado a su realidad a partir de nuevas experiencias con su entorno.

Jonassen (1991) expresa que, aunque el constructivismo se desprende de la teoría cognitivista del conocimiento, ella se diferencia al considerar que la mente filtra lo que le llega al sujeto de su entorno creando así su propia realidad mientras que el cognitivismo asume que la mente es una herramienta de referencia par el mundo real. En otras palabras, en el constructivismo se da el conocimiento desde lo que es verdaderamente significativo para el sujeto.

Para este mismo autor, el entorno, el sujeto y la interacción entre ellos son los elementos fundamentales de la teoría constructivista del conocimiento, por tal razón, el proceso de aprendizaje debe llevarse a cabo en lugares reales donde las actividades diseñadas por el profesor conlleven al estudiante a vivir nuevas experiencias en dicho espacio y así crear significados.

Lo anterior está en consonancia con lo expresado por el autor Bednar (1991) quien establece que para que el aprendizaje sea significativo y duradero debe contener tres aspectos fundamentales: la cultura, la actividad y el concepto.

Para este mismo autor, los principales principios de esta teoría son:

1. Las experiencias para el aprendizaje deben tener en cuenta los conocimientos previos, motivaciones e intereses de los estudiantes.
2. Las tareas propuestas deben corresponder a situaciones del mundo real enmarcados en contextos significativos.
3. Constante promoción para desarrollar la capacidad de solucionar problemas complejos.
4. Las experiencias de aprendizaje deben promover la construcción individual de significados mediados socialmente entre los estudiantes.
5. Debe darse siempre la interacción alumno-alumno y alumno-profesor.
6. La evaluación debe orientarse siempre hacia la reflexión.

Las estrategias y técnicas de enseñanza-aprendizaje más representativas del constructivismo son:

1. Trabajo cooperativo: promueve la reconstrucción de contenidos.
2. Aprendizaje basado en problemas: promueven el desarrollo de competencias.

A continuación expongo el concepto de aprender basado en el autor Jesús Beltrán (1984) quien lo define como "un cambio más o menos permanente de conducta que se produce como resultado de la práctica". Con esta definición se acepta que tanto la conducta como la práctica son variables cuantificables en el sujeto y muy relacionadas entre sí.

Este autor señala tres metáforas sobre el aprendizaje: el aprendizaje como adquisición de respuestas, el aprendizaje como adquisición del conocimiento y el aprendizaje como construcción de significado.

El siguiente cuadro adaptado por Mayer (1992) describe sucintamente contenido básico de cada una de las metáforas:

<i>Aprendizaje</i>	<i>Enseñanza</i>	<i>Foco instruccional</i>	<i>Resultados</i>
Adquisición de respuestas	Suministro de feedback	Centrado en el currículo (Conductas correctas)	Cuantitativos (Fuerza de las asociaciones)
Adquisición de conocimiento	Transmisión de información	Centrado en el currículo (Información apropiada)	Cuantitativos (Cantidad de información)
Construcción	Orientación del	Centrado en el	Cualitativos

de significado	procesamiento cognitivo	estudiante (Procesamiento significativo)	(Estructura del conocimiento)
----------------	-------------------------	--	-------------------------------

La metáfora del aprendizaje como construcción de significados se acopla evidentemente más a lo tratado en este trabajo de profundización. Desde esta línea, el aprendizaje se da desde la organización, comprensión e interpretación de la información dada por el medio para luego llevar a cabo su transformación.

Por otro lado se conciben las prácticas pedagógicas como ese conjunto de acciones que el profesor pone a disposición de sus estudiantes para llevar a cabo una reflexión sobre lo que sucede en el aula haciendo uso de su formación disciplinar, pedagógica y académica. Ellas deben responder a las preguntas: ¿Qué sé?, ¿Cómo comunico lo que sé? Y ¿Cómo transformo con lo que sé?.

Desde el constructivismo, las prácticas pedagógicas deben despertar en el estudiante el interés por lo que el profesor propone o por las situaciones que emanan de las discusiones y reflexiones generadas por ellos mismos. Prácticamente el profesor y el estudiante se encuentran en niveles similares frente al deseo de generar conocimiento y pensamiento.

Como lo expresa el autor Héctor Consuegra: “ La práctica pedagógica debe contribuir a que el estudiante pueda pensar en los procesos que lo llevaron al conocimiento o a los resultados de un saber [...], a elaborar posiciones críticas y posibles soluciones a los problemas que embargan su entorno”

4.11. TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS

En esta teoría del francés Guy Brousseau, una situación es un conjunto de relaciones de reconocimiento cultural entre los interlocutores que participan en el proceso de enseñanza-aprendizaje que implica aportes y aprendizajes con una intencionalidad compartida: reconstruir procesos de conocimiento.

A partir de esta concepción se presenta un viraje antropológico que consiste en que el centro de atención ya no es la disciplina sino el sujeto que aprende. En otras palabras, ya se da una relación dinámica entre saber matemático, profesor y estudiante.

Una situación se considera didáctica cuando el profesor tiene la intención de enseñar al estudiante un saber matemático mediante el diseño de un medio que puede ser un problema, un vídeo, un juego, una canción, etc.

Esta teoría presenta cuatro (4) fases bien definidas:

1. *Situación de acción*: Momento de experimentación y descubrimiento mediante el diseño adecuado y pertinente de un medio.
2. *Situación de formulación o comunicación*: Planteamiento de hipótesis y momento de interacción en el aula.
3. *Situación de validación*: Momento de comprobación y demostración.
4. *Situación de institucionalización*: Formalización de lo aprendido.

En la institucionalización, el rol del profesor es fundamental. Él se encarga de establecer las relaciones necesarias entre lo descubierto por el estudiante y el saber ya establecido, así como también, hacer registros de lo sucedido en las otras fases.

Por otro lado, el papel de estudiante, finalizadas estas fases, es de constantemente hacer revisiones, modificaciones y reconstrucciones de sus conocimientos para así enriquecer sus propias representaciones de la realidad y utilizar lo aprendido para enfrentar y plantear nuevas situaciones.

A continuación, presento una propuesta de situación didáctica para el desarrollo de mi objeto matemático que es la gráfica cartesiana.

4.12. SITUACIÓN DIDÁCTICA: MODELOS DE EMBALDOSADOS

COMPETENCIA A DESARROLLAR: Representar

Una empresa encargada de diseñar y vender modelos de embaldosados, lanzó al mercado su nueva línea llamada "cuadrícula", la cual se caracteriza por su distribución de baldosas cuadradas blancas y negras conformando diferentes tamaños y diseños. Las siguientes gráficas representan algunos de los modelos que dispone la empresa.

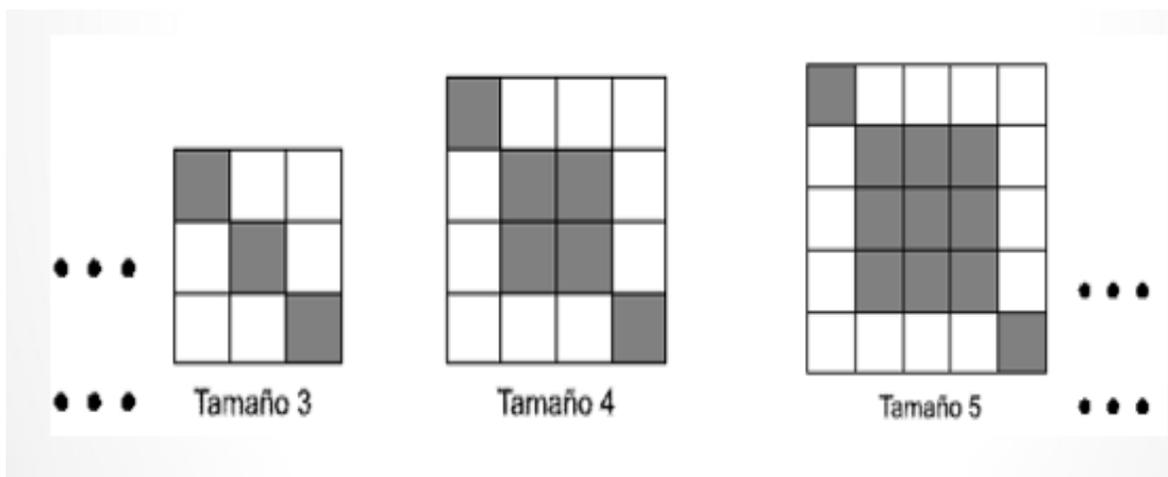


Gráfico 3: Pregunta tomada Icfes 2013

4.12.1. MOMENTO 1 SITUACIÓN DE ACCIÓN

La gráfica anterior propone la continuación de una secuencia y el descubrimiento de un patrón. Como actividad inicial de acción se le plantea al estudiante, que de manera individual, construya el modelo de embaldosado número seis. Además, cada estudiante debe completar la siguiente tabla donde, según el tamaño, debe indicar cuantas baldosas blancas y cuantas baldosas negras le corresponden, de igual manera el total de baldosas para cada tamaño.

A continuación aparecen fotografías donde los estudiantes están desarrollando el momento 1 de la situación didáctica.







TAMAÑO	BLANCAS	NEGRAS	TOTAL
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			

4.12.2. MOMENTO 2

SITUACIÓN DE FORMULACIÓN

1. Formar grupos de tres (3) estudiantes y comparar los resultados obtenidos en la tabla y verificar las diferencias y similitudes en el embaldosado tamaño 6.
2. Elaborar el embaldosado tamaño 7.
3. Para ustedes cómo serían los embaldosados tamaño 1 y 2?
4. En sendos planos cartesianos representar las baldosas blancas en función de su tamaño y las baldosas negras en función de su tamaño

4.12.3. MOMENTO 3

SITUACIÓN DE VALIDACIÓN

1. Deduzca la ecuación de cada una de las gráficas que surgen al unir los puntos.
2. Una de las gráficas corresponde a una línea recta (función lineal) y la otra a una parábola (función cuadrática). Cada grupo debe exponer cómo obtuvo el modelo matemático
3. ¿Cuáles son los interceptos de las gráficas con los ejes de su respectivo plano cartesiano?
4. ¿Qué interpretación dan ustedes a los resultados del punto anterior?
5. ¿Cómo emplearían, si es posible, los resultados anteriores para determinar el diseño de los embaldosados 1 y 2?

4.12.4. MOMENTO 4

SITUACIÓN DE INSTITUCIONALIZACIÓN

Establecer un procedimiento matemático para determinar en cuál o cuáles tamaños la cantidad de fichas blancas es igual a la cantidad de fichas negras.

El administrador del punto de venta principal solicita a algunos de sus empleados que elaboren una gráfica que indique la cantidad de baldosas de cada color en cada tamaño de embaldosado. La gráfica que le debe entregar los empleados es:

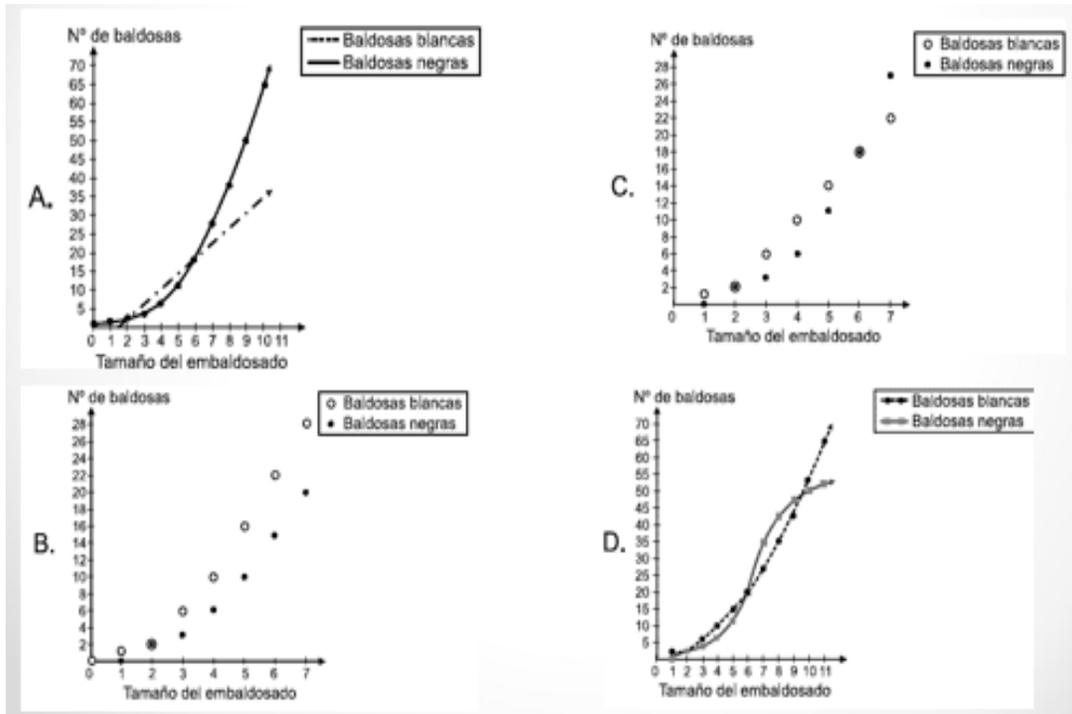


Gráfico 4

4.13. LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

Hoy en día, en el campo de la educación matemática, el término competencia está de moda. Hay continuas charlas y exposiciones al respecto e incluso pruebas internas y externas buscan evaluar el desarrollo de las mismas. Sin embargo, el profesor de matemáticas continúa construyendo y siguiendo un currículo basado en contenidos mas no en la orientación hacia las competencias. Esto ha generado discordia entre lo que se enseña, cómo se enseña y lo evaluado por las distintas pruebas como la Prueba Saber 11 y las Pruebas Pisa.

Es un reto para el profesor de matemáticas de hoy encaminar su labor en el desarrollo de las competencias. Para ello, debe darse una continua reflexión de su quehacer pedagógico y del contexto y un virage en sus prácticas y por ende buscar e implementar nuevas perspectivas didácticas que orienten el proceso con sus estudiantes al desarrollo de competencias como, por ejemplo, por medio de secuencias didácticas, situaciones didácticas, implementación de tareas y procesos, etc, acompañado, si es posible, de herramientas tecnológicas. Todo esto, para incentivar el aprendizaje y darle significado cultural.

El término competencia tiene varios orígenes y por ende es polisémico. Horacio Solar (2006) señala que surgió, por un lado, desde el campo empresarial y, por otro lado, desde la psicología. Actualmente, este término ya hace parte de muchas áreas, entre ellas la educación la cual aporta suficiente literatura sobre él.

Para Philippe Perrenoud (2000) una competencia, en general, es la habilidad que desarrolla el sujeto para interrelacionar sus capacidades y conocimientos con el fin de enfrentar situaciones diversas que le plantea su quehacer diario. Este autor también plantea que el desarrollo de las competencias está muy ligada al contexto cultural, a oficios y a condiciones sociales.

En los Estándares Básicos de Matemáticas aparece que el término competencia se relaciona directamente con el saber qué, el saber cómo hacer, el saber qué hacer. Sin embargo, se orienta este escrito de aquí en adelante sobre la competencia matemática.

PISA, entiende la competencia matemática de la siguiente manera:

La capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en contextos distintos. Incluye el razonamiento matemático y el uso de conceptos, herramientas, hechos y procedimientos matemáticos para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a las personas a reconocer el papel que las matemáticas juegan en el mundo, para sostener juicios fundamentados y para utilizar e interesarse por la matemáticas, de forma que responda a las necesidades de la vida de ese individuo como un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (OCDE, 2009a, p.22)

Esta definición se centra en la capacidad que debe adquirir el estudiante para hacer uso de las matemáticas especialmente es la cotidianidad.

En los Estándares Básicos de Matemáticas se entiende competencia matemática de la siguiente manera:

“saber hacer flexible, que puede actualizarse en distintos contextos, es decir, capacidad de usar los conocimientos en situaciones distintas de aquellas en las que se aprendieron. Implica la comprensión del sentido de cada actividad y de sus implicaciones éticas, sociales, económicas y políticas” (MEN, 2006 p.12)

El profesor Horacio Solar (2006), en su tesis doctoral, recoge algunas definiciones de competencia matemática que a continuación se exponen:

Definición 1: El conjunto de habilidades y destrezas relacionadas con el reconocimiento e interpretación de los problemas que aparecen en los diferentes ámbitos y situaciones (familiares, sociales, académicos o profesionales); su traducción al lenguaje y contextos matemáticos; su resolución, empleando los procedimientos oportunos; la interpretación de los resultados y la formulación y comunicación de tales resultados. (Escamilla, 2008)

Definición 2: La competencia matemática es la habilidad para utilizar sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y fracciones en el cálculo mental o escrito con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas. El énfasis se sitúa en el proceso de la actividad, aunque también en los conocimientos. (Comisión de las Comunidades Europeas, 2005, pág. 17)

Definición 3: Asegurar que todos los ciudadanos alcanzan el dominio de la lectura, escritura y del cálculo es una condición indispensable para garantizar un aprendizaje de calidad. Son la clave para todas las capacidades de aprendizaje posterior, así como para las posibilidades de empleo. (...) Tanto la lectura y la escritura como el cálculo son también competencias transversales del currículo (Euridyce 2002, p. 15-16)

Definición 4: La competencia matemática consiste en un saber hacer en la práctica mediante herramientas matemáticas. Consiste en utilizar la actividad matemática en contextos tan variados como sea posible. Hace especial énfasis en aspectos sociales como la comunicación y la argumentación. Muestra cómo los estudiantes pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana. Se alcanzará en la medida en que los conocimientos matemáticos se apliquen de manera espontánea a una amplia variedad de situaciones, provenientes de otros campos de conocimiento y de la vida cotidiana. (Rico y Lupiáñez, 2008)

En ellas se nota que las matemáticas tienen un uso social que buscan la solución de problemas cotidianos que además conllevan a la reflexión. En algunas definiciones aparecen los términos *habilidad* y *capacidad* que tienden fácilmente a confundirse con competencia.

El profesor Bernardo E. García, en su texto Orientaciones Didácticas para el Desarrollo de Competencias Matemáticas, caracterizó las siguientes competencias:

1. Comunicar
2. Plantear y resolver problemas
3. Representar
4. Pensar y razonar
5. Modelizar

El profesor Horacio Solar, citado por Bernardo E. García, establece los componentes de una competencia matemática: tareas, procesos y niveles de complejidad.

4.14. TAREAS MATEMÁTICAS

Horacio Solar (2006) expresa que hay dos connotaciones que se le da a “tarea matemática”: una de ellas es asemejar la expresión a un ejercicio, problema o actividad y la segunda se refiere como las nociones matemáticas que se tratan en una actividad con un propósito específico. Este trabajo de profundización adhiere a la segunda.

En el lenguaje de las competencias hay un componente que son las tareas matemáticas cuya finalidad es generar actividad matemática de aprendizaje. De su calidad depende la calidad de los procesos y por ende el desarrollo de la competencia.

4.15. SITUACIÓN DIDÁCTICA BASADA EN TAREAS

Una empresa encargada de diseñar y vender modelos de embaldosados, lanzó al mercado su nueva línea llamada "cuadrícula", la cual se caracteriza por su distribución de baldosas cuadradas blancas y negras conformando diferentes tamaños y diseños. Las siguientes gráficas representan algunos de los modelos que dispone la empresa.

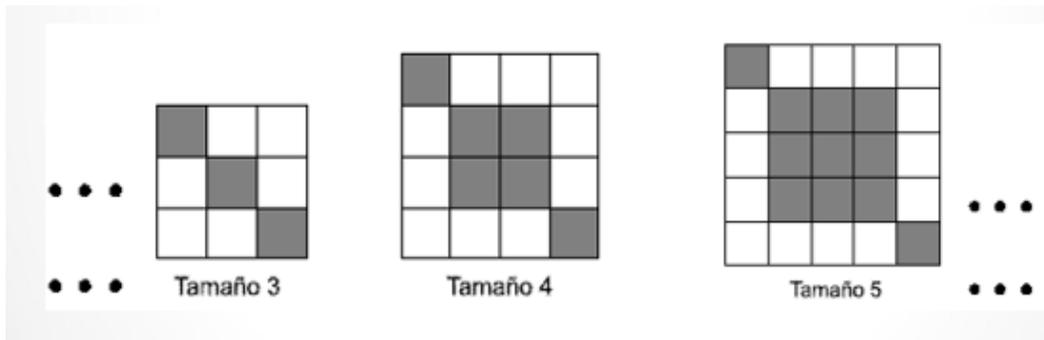


Gráfico 5: Pregunta tomada Icfes 2013

4.14.1. TAREA 1: (REPRODUCCIÓN)

OBJETIVO: Establecer la relación de dependencia entre dos variables

PROCESO: Describir e interpretar

Completar la siguiente tabla donde, según el tamaño, debe indicar cuantas baldosas blancas y cuantas baldosas negras le corresponden, de igual manera el total de baldosas para cada tamaño.

TAMAÑO	BLANCAS	NEGRAS	TOTAL
--------	---------	--------	-------

3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			

4.14.2. TAREA 2: (CONEXIÓN)

OBJETIVO: Representar en un plano cartesiano dos magnitudes relacionadas.

PROCESO: Proponer

1. Elaborar el embaldosado tamaño 7.
2. Para usted cómo sería los embaldosados tamaño 1 y 2?
3. En sendos planos cartesianos representar las baldosas blancas en función de su tamaño y las baldosas negras en función de su tamaño

4.11.3. TAREA 3: (REFLEXIÓN)

PROCESO: Argumentar

OBJETIVO: Deducir la ecuación de una gráfica

1. Deduzca la ecuación de cada una de las gráficas que surgen al unir los puntos.
2. ¿Cuáles son los interceptos de las gráficas con los ejes de su respectivo plano cartesiano?
3. ¿Qué interpretación da usted a los resultados del punto anterior?
4. ¿Cómo emplearía, si es posible, los resultados anteriores para determinar el diseño de los embaldosados 1 y 2?

La siguiente rejilla, propuesta por el profesor Bernardo E. García, permitirá valorar el proceso y los resultados de la secuencia de tareas.

4.16. REJILLA PARA VALORAR LA COMPETENCIA REPRESENTAR

COMPETENCIA MATEMÁTICA	ASPECTOS DESARROLLO HUMANO	PROCESOS	INDICADORES O DESCRIPTORES
REPRESENTAR	COGNITIVO	CODIFICAR	<p>1. Describo tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas</p> <p>2. Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación</p> <p>3. Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan</p>
	AFECTIVO	DECODIFICAR	<p>4. Reconozco tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas</p> <p>5. Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación)</p>
	TENDENCIA A LA ACCIÓN	TRADUCIR	<p>6. Analizo las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa en contextos aritméticos y geométricos</p>
	METACOGNITIVO	ARGUMENTAR	<p>7. Identifico las características de las diversas gráficas cartesianas (de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.) en relación con la situación que representan</p> <p>8. Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas)</p>

5. PROPUESTA METODOLÓGICA DE INVESTIGACIÓN

5.1. CONTEXTO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA

Este trabajo de profundización se aplica en la la Institución Educativa Guillermo Valencia Sede principal. La institución está ubicada en la Comuna 4 en el norte de la ciudad de Santiago de Cali. La institución atiende principalmente los niños de los barrios Enrique Olaya Herrera, asentamientos Camilo Torres 1, Camilo Torres 2 y La Isla, ubicados en la rivera del Río Cali.

A continuación aparecen algunas generalidades de la Institución tomadas de su PEI:

RAZON SOCIAL:	Institución Educativa Guillermo Valencia
NIT:	800102519-0
SECTOR:	Oficial
CARÁCTER:	Mixto.
JORNADAS:	Única y nocturna
MODALIDAD:	Bachillerato Técnico – Académico
PROPIETARIO:	Municipio de Santiago de Cali
ADMINISTRACION:	Municipio de Santiago de Cali
RECTOR:	Lic. Carlos Arturo Collazos Parra
ESTUDIANTES:	Para el año lectivo 2017 la Institución atiende a 377 Estudiantes distribuidos de la siguiente manera:

CURSO	TOTAL ESTUDIANTES
0	86
1	29
2	34
3	34
4	27
5	21
6	29
7	40
8	24
9	23
10	16
11	14
TOTAL	377

Su marco legal es el siguiente:

No. 3571 de 1999 – SECRETARIA DE EDUCACION DEPARTAMENTAL GOBERNACION DEL VALLE DEL CAUCA.

No. 0864 del 2001 - SECRETARIA DE EDUCACION DEPARTAMENTAL GOBERNACION DEL VALLE DEL CAUCA.

No. 1683 de 3 de Septiembre de 2002 - SECRETARIA DE EDUCACION DEPARTAMENTAL GOBERNACION DEL VALLE DEL CAUCA.

Las edades de los estudiantes oscilan entre los 4 y los 18 años. La mayoría provienen de distintos lugares del país, varios de ellos han sufrido el fenómeno del desplazamiento y habitan en los barrios aledaños a la institución, incluyendo las llamadas Invasiones.

La procedencia socio-económica de la mayoría de los estudiantes corresponde a los estratos 1 y 2, ubicados en los barrios Guillermo Valencia, Olaya Herrera, La Isla y los asentamientos de Camilo Torres 1 y 2.

Los ingresos de la mayoría de los núcleos familiares es en promedio un salario mínimo, con el cual deben vivir entre tres y seis personas.

5.2. PARTICIPANTES Y PROCEDIMIENTOS

En las actividades participan 14 estudiantes de la Institución educativa Guillermo de grado Once, con edades comprendidas entre los 17 y 19 años. Los estudiantes son:

INICIALES DE SUS APELLIDOS Y NOMBRES	Edad
1. AVKA	17
2. AGLM	18
3. BSLN	16
4. DHCD	16
5. ERMA	16
6. GEYC	18
7. MHDM	17
8. MAHE	17
9. OMMA	19
10. OBKE	17
11. QBN	17
12. RGLV	19
13. SLLF	16
14. SBKD	17

5.3. TIPO DE INVESTIGACIÓN

El Doctor Roberto Hernández Sampieri define el término investigación como *“un conjunto de procesos sistemáticos, críticos y empíricos que se aplican al estudio de un fenómeno o problema”*(2010)

Existen varios tipos de investigación: cualitativa, cuantitativa, experimental, no-experimental, exploratoria, descriptiva, correlacional, explicativa, transversal, entre otras.

En el texto Metodología de la Investigación del autor anteriormente expuesto se define investigación no-experimental como aquella que se lleva a cabo sin la manipulación intencional de variables independientes. Su esencia es la observación de fenómenos en su contexto natural para luego analizarlos.

Este trabajo de profundización es de tipo no-experimental y descriptivo puesto que no hay manipulación de variables independientes pero sí se va a indagar sobre la incidencia de una situación didáctica en la interpretación de gráficas cartesianas de los estudiantes de grado 11 de la I. E. Guillermo Valencia.

Este tipo de trabajo es útil puesto que muestra con precisión las diferentes dimensiones de la interpretación de gráficas cartesianas en la población además de puntualizar de manera detallada lo que se vivió en la implementación de la situación didáctica, permitiendo describir cualitativamente los resultados arrojados.

En cuanto al enfoque se ha escogió el cualitativo, cuyos propósitos representan un conjunto de procesos secuenciales y probatorios. Cada etapa precede a la siguiente, el orden es riguroso, aunque es posible redefinir alguna fase. Parte de una idea, que va acotándose y, una vez delimitada, se derivan objetivos y preguntas de investigación, se revisa la literatura y se construye un marco o una perspectiva teórica(Hernandez Sampieri, Fernandez Collado y Baptista Lucio 2006).

Dentro de las características básicas de las investigaciones cualitativas pueden mencionarse cinco cualidades que refieren las singularidades de esta clase de estudio.

La primera referente al ambiente natural y el contexto que se da el asunto o problema es la fuente directa y primaria, y la labor del investigador constituye ser el instrumento clave en la investigación; la segunda correspondiente a la recolección de los datos fundamentalmente escrito. El discurso, la observación, el diario de campo y las expresiones no verbales se constituyen en fuente de interés para el investigador; la tercera correspondiente al valor de los investigadores, tanto como lo tienen los procesos y los resultados; la cuarta en lo que respecta al análisis de los datos, para lo cual se acude al método inductivo. Los datos se observan en un contexto particular; y la quinta y última, en este enfoque hay interés en comprender cómo

piensan y actúan los sujetos y qué significado poseen sus perspectivas en el asunto que se investiga (Fraenkel y Wallen 1993).

5.4. INSTRUMENTOS

Teniendo en cuenta que los estudiantes que llegan a grado 11 ya tienen un bagaje conceptual, inicialmente se aplicará una prueba donde aparecerán gráficas cartesianas de distintas áreas del conocimiento y que involucran diferentes temas. La cuestión no es indagar sobre conocimientos propios de contenidos, más bien sobre el reconocimiento de variables (dependiente e independiente), manejo de unidades, manejo de escala y obtención de información a partir de ellas como, por ejemplo, lo muestra la siguiente gráfica tomada de la prueba de biología 2006:

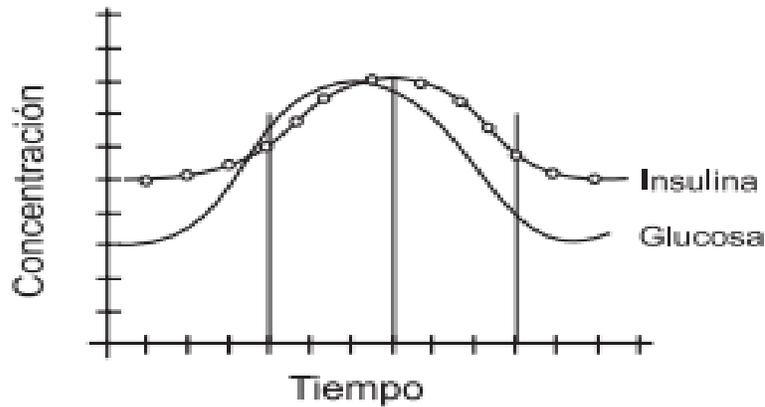


Gráfico 6

Como el grupo es de 14 estudiantes, la prueba se aplicará a la totalidad de ellos.

Luego se desarrollará con ellos la situación didáctica diseñada y finalmente una segunda prueba más completa donde se evaluará y analizará el impacto de dicha situación didáctica. Dicho análisis es de tipo mixto porque mezcla lo estadístico de los resultados con lo observado en la interpretación de gráficas.

En caso de ser necesario la toma de vídeos y/o fotos se hará la debida información a los acudientes de los estudiantes.

Se necesita computador, impresora, papel, cámara fotográfica y elementos básicos de clase.

Por otro lado, las pruebas inicial y final gozan de confiabilidad y validez porque permitirán obtener la información necesaria y en igualdad de condiciones.

5.5. MUESTREO

La población es de 14 estudiantes de grado 11 de la Institución Educativa Guillermo Valencia de la comuna IV de Cali. El tiempo estimado para la aplicación y análisis de la situación didáctica es de aproximadamente 6 semanas en la sede central que es donde se establece siempre este grado. El desempeño de estos jóvenes en el área de matemáticas no ha sido muy destacado.

5.6. PLAN DE ANÁLISIS

El plan de análisis se llevará a cabo bajo los siguientes parámetros:

1. Determinación de las unidades de análisis
2. Recolección de datos.
3. Revisión de datos.
4. Organización de los datos para la obtención de información.
5. Análisis y presentación de la información obtenida.

5.7. RECOLECCIÓN DE DATOS

La siguiente es la prueba diagnóstica aplicada a los 14 estudiantes de grado once:

INSTITUCIÓN EDUCATIVA GUILLERMO VALENCIA
PRUEBA DIAGNÓSTICA
ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE GRÁFICAS CARTESIANAS

LAS PREGUNTAS 1, 2 Y 3 SE RESPONDEN DE ACUERDO CON EL SIGUIENTE GRÁFICO.

Mes	Nivel de lluvia (mm)
Ene/14	300
Feb/14	100
Mar/14	200
Abr/14	100
May/14	200
Jun/14	300
Jul/14	400
Ago/14	400
Sep/14	300
Oct/14	100
Nov/14	200
Dic/14	300

PREGUNTA 1
El primero de marzo de 2015 el nivel de precipitaciones aumentó en 150 mm con relación al último registro del 2014, se puede inferir entonces que la coordenada que representa el nivel de lluvias en esta fecha es

A. (3, 150)
B. (3, 300)
C. (14, 150)
D. (14, 300)

PREGUNTA 2

A partir de la gráfica se puede inferir que durante el año 2014, el nivel de lluvias en-

- A. *abril* corresponde a la cuarta parte del mes de *agosto*.
- B. *enero* y *diciembre* fue equivalente.
- C. *abril* fue menor que en *octubre*.
- D. *julio* fue el doble que en *febrero*.

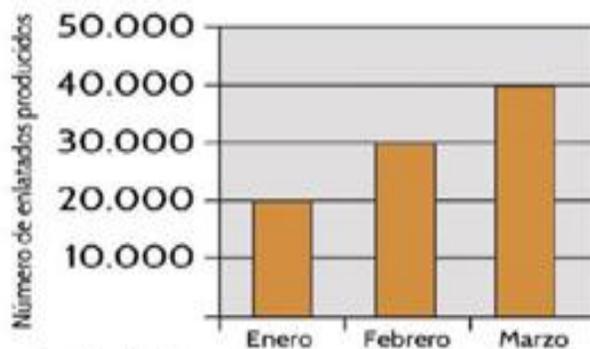
PREGUNTA 3

El par ordenado $(-1,300)$ representa —

- A. El nivel de lluvias el *primero de diciembre de 2013* fue de 300 mm.
- B. El nivel de lluvias el *primero de enero de 2015* fue de 300 mm.
- C. El nivel de lluvias el *primero de enero de 2013* fue de 300 mm.
- D. El nivel de lluvias el *primero de noviembre de 2013* fue de 300 mm.

PREGUNTA 4

En la gráfica se muestra el número de enlatados de durazno producidos por una empresa durante los 3 primeros meses del año. En la tabla se muestra el porcentaje de estos enlatados que han sido vendidos.



Meses	Porcentaje de enlatados de durazno vendidos
Enero	15%
Febrero	35%
Marzo	45%

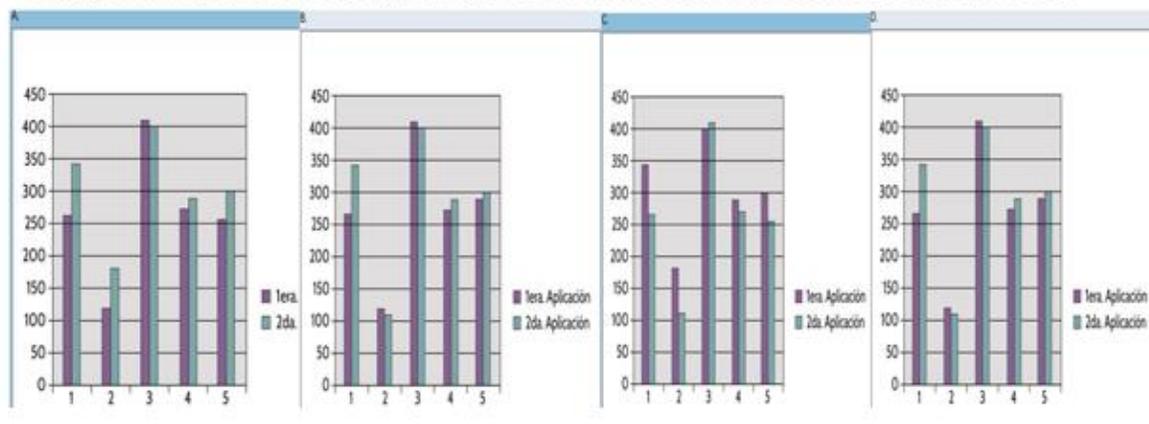
¿Cuántos enlatados de durazno vendieron en febrero?

- A. 8.500
- B. 30.000
- C. 11.000
- D. 10.500

PREGUNTA 5

Descripción de la pregunta	Cantidad de estudiantes que respondieron afirmativamente en la aplicación No. 1	Cantidad de estudiantes que respondieron afirmativamente en la aplicación No. 2
1. Consume hortalizas diariamente	270	340
2. Práctica media hora de ejercicio o más por lo menos tres veces a la semana	120	180
3. Consume comidas rápidas cinco veces o más a la semana	410	400
4. Consume fruta más de dos veces al día	270	290
5. Consume proteínas animales o vegetales por lo menos una vez el día	260	300

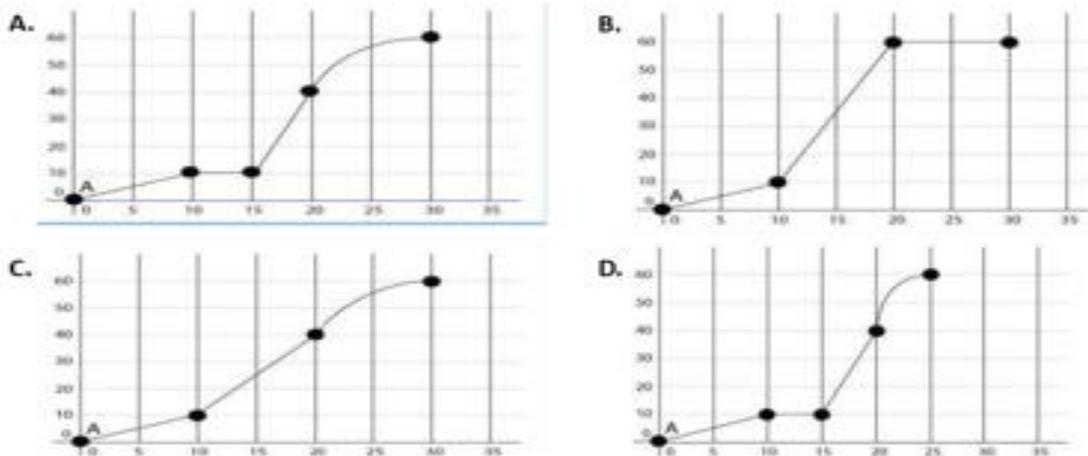
La grafica que mejor representa los datos observados en la tabla es:



PREGUNTA 6

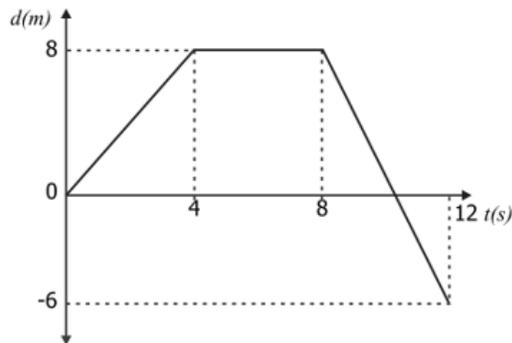
Teresa va de viaje a la finca de sus abuelos. Inicia su recorrido saliendo de casa y toma una motocicleta, con velocidad constante hasta la estación. En la estación espera un rato. Sube al tren, primeros 5 minutos viaja a velocidad constante y los últimos 10 minutos el tren tiene que disminuir la marcha por obras en la vía.

La gráfica que mejor representa el recorrido de Teresa es



LAS PREGUNTAS 7, 8 Y 9 SE RESPONDEN DE ACUERDO CON EL SIGUIENTE GRÁFICO.

El siguiente gráfico representa la posición respecto al tiempo de un cuerpo durante 12 segundos. El movimiento se realiza en tres intervalos de 4 segundos cada uno.



PREGUNTA 7

Respecto al movimiento realizado por el cuerpo en el intervalo de 4 a 8 segundos, podemos afirmar que

- A. el cuerpo parte de la posición 4 y recorre con velocidad constante 8 metros.
- B. el cuerpo permanece en reposo, ya que mantiene la misma posición, mientras transcurren los 4 segundos.
- C. el cuerpo cambia la dirección del movimiento y recorre 4 metros más en una superficie plana.
- D. el cuerpo recorre 4 metros con velocidad constante en 8 segundos.

PREGUNTA 8

Según la gráfica, se puede inferir que la velocidad del cuerpo en el transcurso de 8 a 12 segundos fue negativa, lo cual indica que

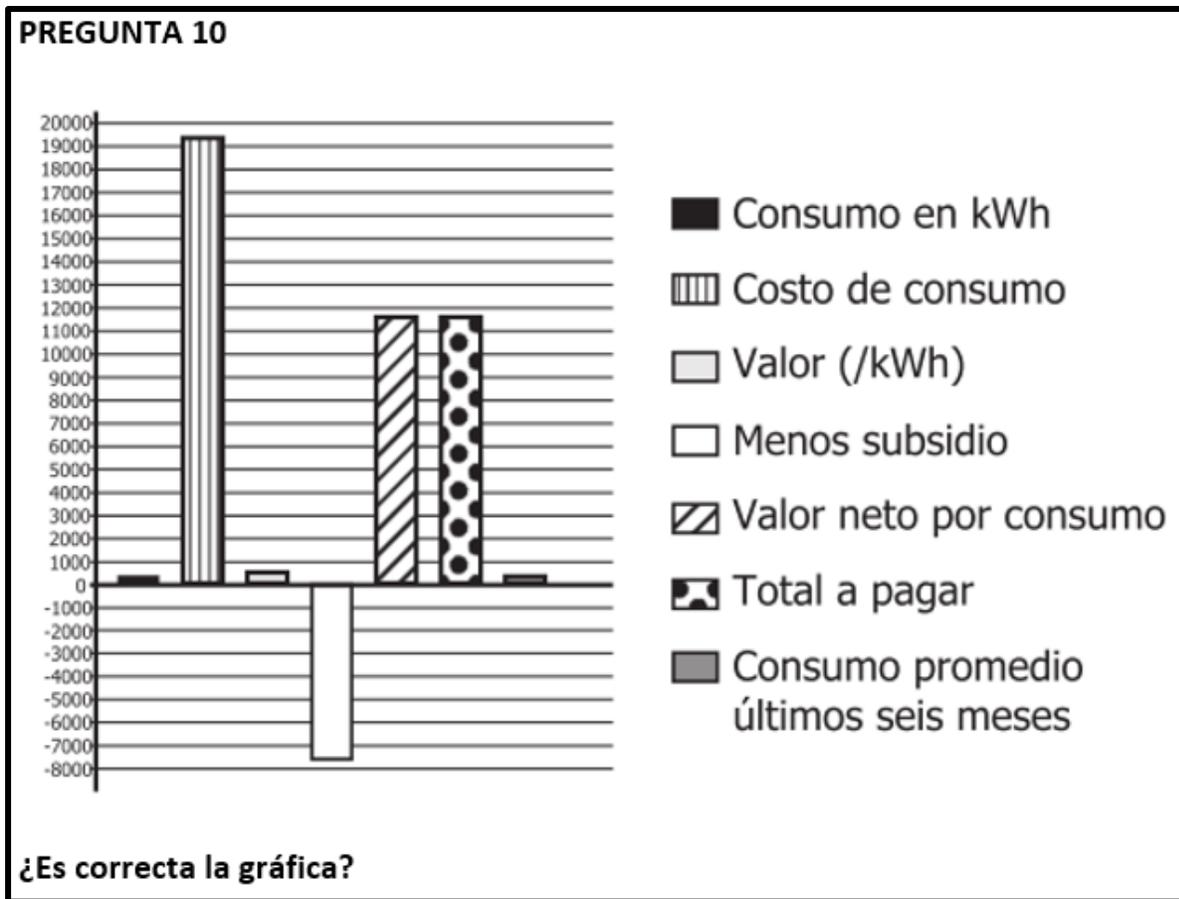
- A. el cuerpo disminuyó la velocidad que venía manteniendo en el intervalo de 4 a 8 segundos.
- B. el cuerpo se devolvió seis metros más, desde el punto de partida.
- C. el cuerpo redujo el espacio recorrido durante los cuatro segundos respecto a los intervalos anteriores.
- D. el cuerpo recorrió la misma distancia, pero empleó más tiempo que en los intervalos anteriores.

PREGUNTA 9

En el intervalo de 12 a 16 segundos se produjo un movimiento representado por la función:

$f(t) = \frac{3}{4} t - 15$. La interpretación de este movimiento realizado por el cuerpo es

- A. el cuerpo recorrió tres metros durante los cuatro segundos.
- B. el cuerpo incrementó su velocidad en 5 metros por cada segundo.
- C. el cuerpo retrocedió 15 metros durante el intervalo de tiempo.
- D. el cuerpo disminuyó su velocidad en dos metros durante los cuatro segundos.



Después de la aplicación de la prueba diagnóstica se obtuvieron los siguientes resultados:

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
E1	N	S	S	N	S	S	N	S	N
E2	N	S	N	S	S	S	N	N	N
E3	N	S	N	N	N	N	N	N	N
E4	N	S	N	N	S	N	N	S	S
E5	N	N	N	N	S	N	N	N	N
E6	N	N	S	N	N	N	N	N	N
E7	N	S	N	N	S	N	N	S	S
E8	S	N	N	S	S	N	S	N	N
E9	N	S	N	N	S	N	N	S	S
E10	N	S	N	N	S	S	N	S	N
E11	N	S	S	N	S	N	S	N	N
E12	N	S	S	N	S	N	N	N	N
E13	N	S	N	N	S	N	N	N	N
E14	N	S	S	N	S	S	N	N	S

S: Respuesta correcta

N: Respuesta incorrecta

La siguiente tabla muestra la cantidad de estudiantes que respondieron de manera correcta e incorrecta cada ítem.

PREGUNTA	CORRECTAS	INCORRECTAS
01	01	13
02	11	03
03	05	09
04	02	12
05	12	02
06	04	10
07	02	12
08	05	09
09	04	10

De las 14 respuestas de cada ítem se nota gran dificultad en las preguntas números 01, 04 y 07.

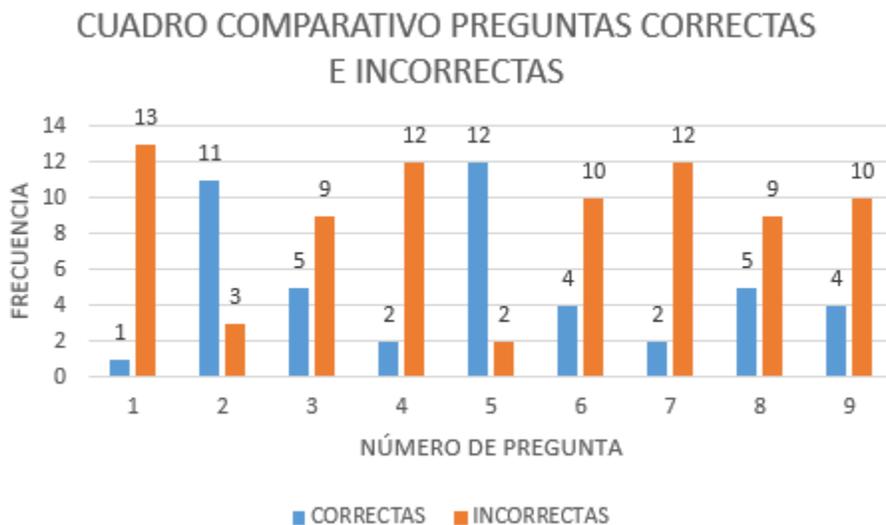


Gráfico 7

A continuación aparece una pequeña descripción de lo tratado encada uno de los ítems de la prueba diagnóstica.

ÍTEM 1: Ubicación e interpretación de una coordenada según el contexto

ÍTEM 2: Inferencia a partir de una gráfica

ÍTEM 3: Ubicación e interpretación de una coordenada según el contexto

ÍTEM 4: Resolución de una situación a partir de la información suministrada por una gráfica cartesiana y una tabla

ÍTEM 5: Proceso de conversión de la información presentada en una tabla llevada a una gráfica cartesiana

ÍTEM 6: Proceso de conversión de un texto a una gráfica cartesiana

ÍTEM 7: Proceso de conversión de una gráfica cartesiana a texto

ÍTEM 8: Interpretación de un enunciado a partir de una gráfica cartesiana

ÍTEM 9: Interpretación de un enunciado a partir de una gráfica cartesiana

ÍTEM 10: Pregunta abierta sobre la información suministrada en un gráfico cartesiano

6. ANÁLISIS GENERAL DE RESULTADOS

Los catorce estudiantes de grado once participaron en la aplicación de la situación didáctica, esto permitió evidenciar cambios en desempeños, específicamente, se encontró una mejoría en las habilidades de interpretación de gráficos cartesianos.

El análisis se realiza a partir de los datos extraídos de la prueba diagnóstica y los datos de la prueba final, dichos resultados permiten observar los cambios que se dieron a partir de la aplicación de la situación didáctica.

Después de la aplicación de la prueba final se obtuvieron los siguientes resultados:

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
E1	N	S	S	N	S	S	N	S	N
E2	N	S	N	S	S	S	N	N	N
E3	S	S	S	S	N	S	S	S	S
E4	N	S	N	N	S	N	N	S	S
E5	N	N	N	N	S	N	N	N	N
E6	S	S	S	N	N	S	N	N	S
E7	N	S	N	N	S	N	N	S	S
E8	S	N	N	S	S	N	S	N	N
E9	N	S	N	N	S	N	N	S	S
E10	N	S	N	N	S	S	N	S	N
E11	N	S	S	N	S	N	S	N	N
E12	N	S	S	N	S	N	N	N	N
E13	N	S	N	N	S	N	N	N	N
E14	N	S	S	N	S	S	N	N	S

S: Respuesta correcta

N: Respuesta incorrecta

La siguiente tabla muestra la cantidad de estudiantes que respondieron de manera correcta e incorrecta cada ítem de la prueba final.

PREGUNTA	CORRECTAS	INCORRECTAS
01	03	11
02	12	02
03	06	08
04	03	11
05	12	02
06	06	08
07	03	11
08	06	08
09	06	08

De las 14 respuestas de cada ítem se notó una mejoría muy leve aunque persistió dificultad en las preguntas números 01, 04 y 07.

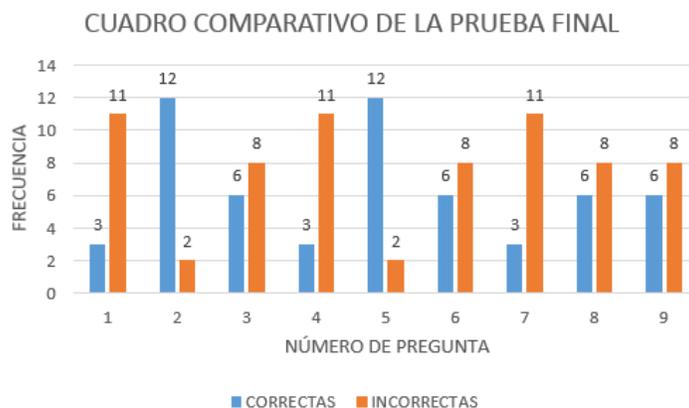


Gráfico 8

La siguiente tabla la cantidad de respuestas correctas de la prueba diagnóstica y de la prueba final.

PREGUNTA	CORRECTAS PRUEBA DIAGNÓSTICA	CORRECTAS PRUEBA FINAL	PORCENTAJE DE MEJORÍA (%)
01	01	03	14.3
02	11	12	7.1
03	05	06	7.1
04	02	03	7.1
05	12	12	0
06	04	06	14.3
07	02	03	7.1
08	05	06	7.1
09	04	06	14.3

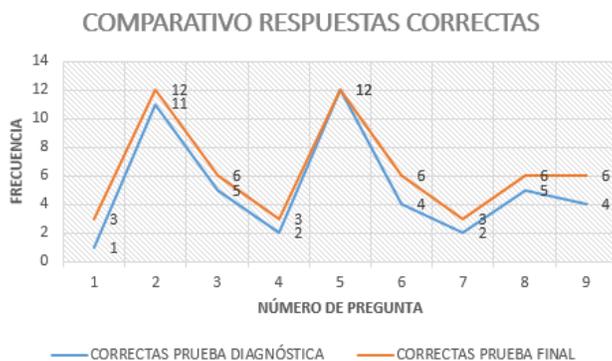


Gráfico 9

6.1. ESTADO INICIAL VS ESTADO FINAL

Analizando los resultados del estado inicial, se observa que hay dificultades en la ubicación e interpretación de una coordenada según el contexto, en la resolución de una situación a partir de la información suministrada por una gráfica cartesiana y una tabla y en el proceso de conversión de una gráfica cartesiana a texto. Se nota fortaleza en la inferencia a partir de una gráfica y en el proceso de conversión de la información presentada en una tabla llevada a una gráfica cartesiana.

Con respecto a los resultados de la prueba final, después de la aplicación de la situación didáctica, se observa una mejoría leve con respecto al número de respuestas buenas, aunque no se obtuvieron resultados muy buenos en comparación con la prueba diagnóstica cabe destacar que no se desmejoró, sin embargo, hubo hechos que pudieron afectar en el desempeño de los estudiantes los cuales serán expuestos más adelante en las conclusiones.

6.2. RESULTADOS PREGUNTA ABIERTA

El Doctor Roberto Hernández Sampieri establece que la pregunta abierta no delimita las alternativas de respuesta, en otras palabras, éstas tienen infinidad de posibilidades. El mismo autor, establece algunas ventajas de este tipo de pregunta como aportar información amplia y variada y permite conocer opiniones. Sin embargo, establece también que su principal desventaja es su dificultad para clasificarlas, codificarlas y analizar la información. Otra desventaja es el entendimiento correcto para quienes presentan dificultad en su oralidad y/o escritura.

A continuación aparecen las respuestas dadas por los estudiantes a la pregunta abierta en la prueba diagnóstica:

DHCD: No, porque la gráfica no tienen meses.

AGLM: No es correcta la gráfica porque en la misma gráfica supuestamente aparece consumo y valor.

OBKE: No es correcta porque no da con el resultado.

QBN: Sí es correcta porque todo concuerda.

GEYC: Es correcta porque el menos subsidio va para abajo.

BSLN: No es correcta porque el consumo promedio de los 6 últimos meses es bajo y el costo de consumo muy alto.

ERMA: No porque si el consumo promedio de los últimos seis meses es tan bajo el costo de consumo no debe ser tan alto.

SBKD: Es correcto porque al final se pagó lo que realmente se consumió.

OMMA: No es correcta porque no corresponde a los resultados.

RGLV: No es correcta porque la gráfica no tienen resultados reales.

SLLF: No es correcta porque el eje horizontal no tiene unidades

MAHE: Incorrecta porque se duplica los descuentos del valor.

AVKA: Sí es correcta porque representa correctamente los datos dados.

MHDM: Sí es correcta porque en la gráfica se muestra cada uno de los resultados.

La gráfica que corresponde al ítem 10 de tanto la prueba diagnóstica como de la final NO es correcta puesto que en un mismo plano cartesiano se están representando distintas magnitudes como consumo en Kw/h y costos lo cual implica que la escala establecida en el eje horizontal correspondo sólo a una de las magnitudes.

Analizando las respuestas dadas por los 14 estudiantes en la prueba diagnóstica nueve (9) estudiantes escribieron que la gráfica no es correcta (64%) y el resto (36%) que es correcta. Tanto para los que negaron como los que afirmaron no justificaron adecuadamente sus respuestas, sólo el estudiante AGLM se aproximó significativamente a la respuesta. Leyendo algunas respuestas se confirma lo planteado por el Doctor Sampieri cuando algunas respuestas de la pregunta abierta no tienen coherencia en su redacción como la dada por el estudiante MAHE.

A continuación aparecen las respuestas dadas por los 14 estudiantes a la pregunta abierta en la prueba final:

DHCD: No, porque la gráfica no tiene establecida su escala en el eje horizontal.

AGLM: No es correcta la gráfica porque en la misma gráfica no se pueden representar varias magnitudes en un mismo eje.

OBKE: No es correcta porque en el eje vertical no se puede representar Kw/h y pesos a la vez.

QBN: No es correcta porque los números están muy grandes.

GEYC: No es correcta porque de los siete datos dados 5 corresponden a dinero y los otros 2 a Kw/h.

BSLN: No es correcta porque el costo del consumo debe tener la misma altura del consumo en Kw/h.

ERMA: No es correcta porque en el eje vertical no se puede representar Kw/h y pesos a la vez.

SBKD: Es incorrecta porque hay resultados diferentes.

OMMA: No es correcta porque los resultados son muy diferentes.

RGLV: No es correcta porque la gráfica no tienen resultados en unas mismas unidades

SLLF: No es correcta porque el eje horizontal no tiene escala.

MAHE: Incorrecta porque valor neto y total a pagar son iguales.

AVKA: Sí es correcta porque representa correctamente todos los datos.

MHDM: No porque hay magnitudes muy diferentes.

Analizando estas respuestas se nota una gran mejoría con respecto a las respuestas dadas en la prueba diagnóstica. Solamente un estudiante estableció que la gráfica es correcta. Aunque el resto escribió que la gráfica es incorrecta aún se nota deficiencias en la argumentación. Sin embargo cinco(5) estudiantes se aproximaron significativamente a la razón del porqué la gráfica no es correcta. Otro aspecto a notar es que los estudiantes ya escriben términos propios de las

gráficas cartesianas como ejes, escala, magnitudes y unidades que en las respuestas dadas en la prueba diagnóstica eran casi nulas.

7. CONCLUSIONES, APORTES Y RECOMENDACIONES

7.1. CONCLUSIONES

Al finalizar el presente trabajo de profundización se logró concluir con éxito el diseño y aplicación de una situación didáctica para el fortalecer la interpretación de las gráficas cartesianas en el grupo de estudiantes de grado undécimo de la Institución Educativa Guillermo Valencia. El trabajo perseguía tres objetivos específicos:

- 1.** Diseñar una situación didáctica que permita desarrollar la interpretación de gráficas cartesianas.
- 2.** Implementar con los estudiantes de grado 11 de la Institución Educativa Guillermo Valencia la situación didáctica diseñada.
- 3.** Evaluar y analizar los resultados de la situación didáctica ya implementada.

En la aplicación de la situación didáctica se presentaron factores que se cree pueden haber influido en la implementación, entre los cuales podemos mencionar que la situación didáctica pretendía aplicarse en los meses de mayo y junio, meses en los cuales se implementa la jornada única en la Institución educativa y además se da el paro de maestros en todo el territorio nacional lo cual generó cambios significativos para su desarrollo y aplicación. Estos cambios impactaron el proceso pedagógico ocasionando que las fechas programadas para la aplicación de la situación didáctica se modificara.

Superada la situación del paro y la de la implementación de la jornada única viene el proceso de recuperación de tiempo y de contenidos, además los estudiantes de grado once debían presentar las Pruebas Saber 11 el 27 de agosto del presente año, lo cual condujo a direccionar muchas de las clases para su preparación ya que se contaba con poco tiempo. Sin embargo, logro aplicarse en el mes de agosto justo antes de la presentación de las pruebas.

Uno de los indicadores de la efectividad de la situación didáctica será los resultados obtenidos por los estudiantes de grado once en las Pruebas Saber lo cual permitirá compararlos con los obtenidos en el año anterior.

Un aspecto importante que se mencionó en la justificación de este trabajo de profundización es la necesidad implícita que tiene la educación en general, por transformar las prácticas educativas. Es fundamental generar una relación estrecha entre la teoría y la práctica en el aula

y sistematizar la experiencias. Indiscutiblemente al interior de las Instituciones Educativas, se debe fortalecer la práctica desde la teoría, de tal manera que se piensen, se construyan actividades que les permitan a los estudiantes relacionarse con lo tratado. En este caso, es importante que el estudiante visualice distintas formas de expresar un objeto matemático, que un modelo matemático puede llevarse a una tabla de datos y ésta a su vez a una gráfica cartesiana. Esto es lo que Duval (2004) llama tratamiento y conversión.

La situación didáctica aplicada y diseñada mejoró en los estudiantes la interpretación de gráficas cartesianas al igual que la apropiación de términos alusivas a ellas.

Por el lado de las competencias, es importante que los estudiantes desarrollen las tres que plantea las matemáticas: representar, comunicar y matematizar, ésta última es llamada por el Ministerio de Educación Nacional Modelizar que es donde se lleva a cabo de manera más acentuada los procesos de tratamiento y conversión.

Con el desarrollo de la situación didáctica, que se centró en la competencia representar, permitió visualizar los procesos de codificar, decodificar, traducir y argumentar conllevando ésto al desarrollo de las otras competencias. Puede entonces decirse, que esta competencia junto con sus procesos es transversal para el desarrollo de las competencias en las matemáticas al igual que la semiosis y la noesis.

Con todo lo tratado y desarrollado en este trabajo de profundización se han adquirido nuevas herramientas para la interpretación de los resultados enviados por el Ministerio de Educación a la Institución Educativa sobre los resultados obtenidos en las Pruebas Saber. Ese será un trabajo para llevar a cabo y compartir con los docentes del área para así enfocar nuestro quehacer pedagógico en aquellos procesos donde la Institución presente falencias.

El docente de matemáticas debe centrar su didáctica y pedagogía en las actividades matemáticas de aprendizaje para el desarrollo de competencias por medio de los procesos antes mencionados y diseñando y aplicando ya sea tareas matemáticas, secuencias didácticas, situaciones didácticas u otras.

El desarrollo de competencias por parte de los estudiantes también implica el desarrollo de una competencia esencial por parte del profesor que es la de planificar la enseñanza que implica la concepción de la actividad, su ejecución y finalmente la evaluación de la misma. Sin embargo, es importante tener en cuenta y compartir con los colegas de área que lograr el desarrollo de competencias en los estudiantes requiere tiempo y una verdadera planificación por procesos dejando de lado la relevancia de los contenidos o temas.

7.2. APORTES

Dentro de los aportes de este trabajo de profundización está la interpretación de los resultados de las pruebas externas que llegan a la institución como las Pruebas Saber, ISCE, y matrices de referencia las cuales vienen expresadas en términos de evidencias y niveles de complejidad.

Otro aporte, es la organización curricular del área de matemáticas escolares por procesos para llegar al desarrollo de las competencias mediante expectativas de aprendizaje a corto plazo.

Un último aporte es, la posibilidad de plantear propuestas para planificar la enseñanza para el desarrollo de competencias matemáticas mediante la formulación de tareas matemáticas, secuencias didácticas o situaciones didácticas.

7.3. RECOMENDACIONES

Partiendo de lo realizado en este trabajo de profundización se recomienda, a nivel de institución educativa, una propuesta para el área de matemáticas de sensibilización, experimentación y evaluación de los aspectos aquí desarrollados y discutirlos en las semanas de desarrollo institucional

Para la Secretaría de Educación Municipal, la implementación de una política que permita la cualificación de los docentes a nivel de Maestría para contribuir más al mejoramiento de la educación en nuestra ciudad.

8. BIBLIOGRAFÍA

ANACONA, Maribel. La Historia de las Matemáticas en la Educación Matemática. Revista EMA. 2003

ARTEAGA, Pedro. Evaluación de conocimientos sobre gráficos. Universidad de Granada.

ARTEAGA, P., Batanero, C., Contreras, J. M. y Cañadas, G. R. (2015) Statistical graphs complexity and reading levels: a study with prospective teachers. *Statistique et Enseignement*, 6(1), 3-23.

ARTEAGA, P., Batanero, C., Contreras, J.M. y Cañadas, G. (2012). Understanding statistical graphs: A research survey. *BEIO* 28(3), 261-277.

ARTEAGA, P., Batanero, C., J. y Contreras, J. M. (2011). Sentido numérico y gráficos estadísticos en la formación de profesores. *Publicaciones*, 41, 33-49

ARTEAGA, P. (2011). Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores. Tesis Doctoral. Universidad de Granada. Directora: C. Batanero

ARTEAGA, P., Batanero, C., Cañadas, G. y Contreras, J. M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales, *Números* 76, 55-67.

ARTEAGA, P., Batanero, C., Díaz, C. y Contreras, J. M. (2009). El lenguaje de los gráficos estadísticos. *UNION*, 18, 93-104.

BATANERO, C., Arteaga, P. y Ruiz, B. (2010). Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una

tarea de comparación de dos variables estadísticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 28(1), 141-154.

BATANERO, C., Godino, J. D. Green, D. R., Holmes, P. y Vallecillos, A. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology* , 25(4), 527-547.

BATANERO, C., Estepa, A. y Godino, J. D. (1991). Análisis exploratorio de datos: sus posibilidades en la enseñanza secundaria. *Suma*, 9, 25-31.

D'AMORE, Bruno. Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la didáctica de la matemática. Editorial Reverté. 2005.

DÍAZ-Levicoy, D., Arteaga, P. y Batanero, C. (2015). Gráficos estadísticos y niveles de lectura propuestos en textos chilenos de educación primaria.

DÍAZ-Levicoy, D., Batanero, C., Arteaga, P. y Gea, M. (2015). Análisis de gráficos estadísticos en libros de texto de educación primaria española. *Unión* 44, 90-112.

DÍAZ-Levicoy, D., Batanero, C., Arteaga, P. y López-Martín, M.M. (2015). Análisis de los gráficos estadísticos presentados en libros de texto de Educación Primaria chilena. *Educação Matemática Pesquisa*, 17 (2), 715-739.

DUVAL, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (2a. ed.).

GARCÍA, et al. (2013). *Orientaciones didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas*. Universidad de la Amazonia. 2015

GUACANEME, Edgar. *¿Qué tipo de historia de las matemáticas debe ser apropiada por un profesor?* Asociación Colombiana para la investigación en Educación. 2010

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, Estándares Básicos de Matemáticas. MEN. Bogotá.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (1998). *Matemáticas. Lineamientos curriculares*. MEN. Bogotá.

PRUEBA SABER. Marzo 2003. Cuestionario liberado. Icfes. Colombia

SAMPIERI, Roberto. Metodología de la investigación. Sexta edición. Mc Graw Hill. México.

SOLAR, H. Competencias de modelización y argumentación en interpretación de gráficas funcionales. (Tesis Doctoral). Barcelona.

TAMAYO, Oscar Eugenio. Representaciones semióticas y evolución conceptual en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas. Revista Educación Y pedagogía. Volumen XVIII, número 45

<http://hera.ugr.es/tesisugr/15518620.pdf>

<http://www.revistacseducacion.unr.edu.ar/ojs/index.php/educacion/article/viewFile/264/247>

http://www.aufop.com/aufop/uploaded_files/articulos/1224596083.pdf