



**SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LA ESTRUCTURA  
MULTIPLICATIVA A TRAVÉS DE LA FORMULACIÓN Y RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS.**

**PROYECTO DE GRADO**

**SONIA NOHELIA TREJOS GIRALDO**

**EDGAR PAZ VALDERRAMA**

**UNIVERSIDAD ICESI  
ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
SANTIAGO DE CALI**

**2017**



**SECUENCIA DIÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LA ESTRUCTURA  
MULTIPLICATIVA A TRAVÉS DE LA FORMULACIÓN Y RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS.**

**PROYECTO DE GRADO**

**ESTUDIANTES**

**SONIA NOHELIA TREJOS**

**ÉDGAR PAZ VALDERRAMA**

**DIRECTORA**

**SANDRA PATRICIA PEÑA BERNATE**

**UNIVERSIDAD ICESI**

**ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN**

**SANTIAGO DE CALI**

**2017**

## Contenido

Introducción .....	12
Resumen.....	1
1. Problema-pregunta.....	3
1.1 Objetivos.....	12
<b>1.1.1 Objetivo general:</b> .....	12
<b>1.1.2 Objetivos específicos:</b> .....	12
1.2 Justificación .....	13
2. Marco Teórico.....	16
2.1 Antecedentes.....	16
2.2 Marco legal .....	20
2.3 Aproximaciones teóricas.....	24
<b>2.3.1 Perspectiva curricular para el aprendizaje de la estructura multiplicativa en básica primaria</b> .....	24
<b>2.3.2 Organización de la perspectiva curricular</b> .....	25
<b>2.3.3 Pensamiento numérico como base para el aprendizaje de la estructura multiplicativa</b> .....	26
<b>2.3.4 Sistema numérico</b> .....	27

<b>2.3.5 El proceso matemático de la resolución y formulación de problemas</b> .....	28
<b>2.3.6 El proceso matemático de la resolución y formulación de problemas y sus procesos específicos</b> .....	29
<b>2.3.7 El objeto matemático: estructura multiplicativa</b> .....	34
<b>2.3.8 Representaciones semióticas del objeto matemático de la estructura multiplicativa</b> .....	36
<b>2.3.9 Fenomenología del objeto matemático</b> .....	37
2.4 Los problemas con estructura multiplicativa .....	38
2.5 Perspectiva didáctica para el aprendizaje de la estructura multiplicativa en básica primaria	43
<b>2.5.1 Expectativas de aprendizaje a corto plazo</b> .....	44
<b>2.5.2 Expectativas de aprendizaje a largo plazo</b> .....	44
<b>2.5.3 Novedad de la perspectiva didáctica</b> .....	45
2.6 Las tareas matemáticas .....	46
<b>2.6.1 Las tareas matemáticas con base en situaciones didácticas</b> .....	49
2.7 Secuencias didácticas.....	50
3.    Diseño de la propuesta metodológica .....	51
3.1 Tipo de investigación .....	51
<b>3.2 Caracterización de la población (participantes)</b> .....	52

<b>3.3 Instrumentos de recolección de información</b> .....	52
3.4 Métodos, técnicas, estrategias.....	52
3.5 Consideraciones éticas.....	54
3.6 Contexto.....	54
4. Análisis y resultados.....	57
4.1 Análisis de la prueba inicial.....	57
4.2 Análisis de las sesiones de la secuencia didáctica.....	68
<b>4.2.1 Análisis del proceso de resolver problemas en cada sesión</b> .....	70
<b>4.2.2 Análisis de datos para el proceso de formular problemas</b> .....	88
<b>4.2.3 Análisis general de la secuencia didáctica</b> .....	94
<b>4.2.4 Análisis de la prueba final</b> .....	97
<b>4.2.5 Análisis comparativo de diagnóstico inicial (D.I) y la prueba final (P.F)</b> .....	101
5. Conclusiones.....	109
6. Recomendaciones.....	111
7. Referencias.....	114
8. Anexos.....	118

## Lista de tablas

Tabla 1: Comparativo de resultados en las competencias matemáticas grado 5°. Elaboración Propia.....	8
Tabla 2: Comparativo de resultados en los componentes matemáticos 5°. Elaboración propia.....	9
Tabla 3: Comparativo de resultados en los componentes matemáticos 5°. Elaboración propia... ..	10
Tabla 4: Componentes, competencias y desempeños del universo matemático. Tomado del plan de área de matemáticas I. E. Humberto Jordán Mazuera.....	23
Tabla 5: Representaciones semióticas para la estructura multiplicativa. Elaboración Propia .....	37
Tabla 6: Diseño sintetizado de la secuencia didáctica. Elaboración propia.....	53
Tabla 7: Contexto I.E. Humberto Jordán Mazuera. Elaboración Propia.....	55
Tabla 8: Matriz descriptiva de niveles evaluados en prueba diagnóstica. Elaboración Propia.....	58
Tabla 9: Matriz de niveles para evaluar formulación de problemas en la prueba diagnóstica .....	66
Tabla 10: Resumen de resultados de prueba diagnóstica en formulación de problemas. ....	66
Tabla 11: Categorías de análisis para la resolución de problemas. Elaboración Propia. ....	70
Tabla 12: Rejilla de recolección de datos sesión uno. Elaboración propia. ....	71
Tabla 13: Rejilla de recolección de datos de la sesión dos. Elaboración propia.....	76
Tabla 14: Rejilla de recolección de datos de la sesión tres. Elaboración Propia. ....	79
Tabla 15: Rejilla de recolección de datos de la sesión cuatro. Elaboración Propia. ....	82
Tabla 16: Rejilla de recolección de datos de la sesión cinco. Elaboración propia.....	85
Tabla 17: Categorías de análisis para la formulación de problemas. Elaboración Propia. ....	88
Tabla 18: Rejilla para recolección de datos de la formulación de problemas durante la secuencia didáctica .....	89

Tabla 19: Resultados obtenidos en la formulación de problemas en la prueba final ..... 100

Tabla 20: Comparativo de resultados por niveles en el diagnóstico inicial y la prueba final ..... 101

### **Lista de ilustraciones**

Ilustración 1: Comparativo índice sintético 2015. Elaboración Propia ..... 4

Ilustración 2: ISCE en básica primaria. Tomado de Boletín Siempre Día E. (2015)..... 5

Ilustración 3: Resultado de pruebas saber grado 3° y 5°. Tomado de Boletín Siempre Día E. (2015)..... 5

Ilustración 4: Reporte histórico comparativo pruebas saber matemáticas grado 5°. Tomado de ICFES (2016) ..... 6

Ilustración 5: Fortalezas y debilidades en las competencias matemáticas grado 5° 2013. Tomado de (CFES ( 2013) ..... 7

Ilustración 6: Fortalezas y debilidades en las competencias matemáticas grado 5° 2014. Tomado de ICFES (2014) ..... 8

Ilustración 7: Fortalezas y debilidades en los componentes matemáticos grado 5° 2013. Tomado del ICFES (2013) ..... 9

Ilustración 8: fortalezas y debilidades en los componentes matemáticos 5° 2014. Tomado del ICFES (2014) ..... 9

Ilustración 9: Estudiantes de grado 5° que no contestan correctamente los ítems en cada competencia. Elaboración propia.....11

Ilustración 10: El ciclo de la matematización. Tomado de OCDE (2003) y adaptado a una elaboración propia..... 30

Ilustración 11: Ejemplos de traducción con el objeto matemático: estructura multiplicativa. Elaboración propia.....	33
Ilustración 12: Resultados de la prueba diagnóstica en resolución de problemas. Elaboración propia.....	64
Ilustración 13: Resultados de la prueba final en resolución de problemas. Elaboración Propia. .	97

### **Lista de Anexos**

Anexo 1: Diagnóstico inicial y/o prueba final .....	118
Anexo 2: Secuencia Didáctica .....	123
Anexo 3: Fotografías.....	151
Anexo 4: Consentimiento Informado.....	157
Anexo 5: Ejemplo de guía entregada a los estudiantes en cada sesión de la secuencia .....	158



**Nota de aceptación**

Aprobado por el comité de grado, en cumplimiento de los requisitos exigidos por la Universidad  
Icesi para optar el título de Magister en Educación

---

Presidente del jurado

---

Jurado

---

Jurado

Santiago de Cali, junio de 2017

## **Agradecimientos**

Expresamos nuestro más sincero agradecimiento por el apoyo brindado:

A Dios por ser el motor que permite nuestra vida.

A la Universidad ICESI que gracias al convenio establecido con el MEN hizo posible adelantar los estudios de Maestría en Educación.

A nuestra tutora Sandra Peña por su excelente orientación en este trabajo investigativo.

A los estudiantes de los grados cuartos uno y cuarto dos de la sede central de la Institución Humberto Jordán Mazuera y a sus familias por su respaldo y disposición en el desarrollo de las actividades propuestas.

Por último, a nuestras familias por su amor y comprensión constante cuando las jordanas se hicieron largas con el fin de alcanzar este logro tan importante en nuestra vida profesional.

## **Dedicatoria**

A mi hija Fabiana Mosquera quien es el motor que dirige mi vida. Por ella y para ella son todos mis logros.

A mi esposo Alexander Mosquera crítico de la educación pública. Quien con sus consejos y palabras sabias siempre ha sido un consejero esencial en mi vida.

También dedico este trabajo a mis estudiantes quienes son el motivo que me impulsa a continuar realizando la labor docente con ánimo, entrega y consagración.

Sonia Nohelia Trejos Giraldo

## **Introducción**

En la constante búsqueda de estrategias didácticas para la enseñanza, aparece una nueva visión que no solo contempla este aspecto, sino que privilegia el aprendizaje de los estudiantes. Es así como se considera una perspectiva curricular y didáctica que ponga su foco en los procesos que usan los estudiantes al adquirir diversos aprendizajes y a su vez contribuyan con el progreso de las diferentes competencias.

De ahí, que en este proyecto de grado se diseñe, aplique y evalúe una secuencia didáctica basada en la competencia de resolución y formulación de problemas con estructura multiplicativa. Esta secuencia se aplicó en estudiantes de grado cuarto de la I.E. Humberto Jordán Mazuera en la ciudad de Cali.

Con este trabajo se logra una reflexión profunda acerca de las tareas que deben usarse en la enseñanza para que realmente den aportes efectivos a los aprendizajes de los estudiantes, donde se tiene en cuenta los procesos específicos (analizar, representar, resolver, responder, argumentar, verificar y formular) que usan los niños y niñas al resolver problemas en el área de matemáticas.

Además, con la práctica de estos procesos, los estudiantes pueden mejorar en un aprendizaje específico como lo es el de la estructura multiplicativa, donde se contempla el uso de la multiplicación y la división con sus diversas representaciones en la resolución y formulación de diferentes clases de problemas que impliquen el uso de estas dos operaciones.

## Resumen

El objetivo de este trabajo es diseñar una secuencia didáctica que promueva el aprendizaje de estructuras multiplicativas con base en formulación y resolución de problemas por parte de un grupo de niños de cuarto grado, con el fin de mejorar la calidad de la actividad matemática de aprendizaje y el desarrollo de las Competencias matemáticas y así conducir a mejorar las pruebas nacionales e internacionales: pruebas ICFES y pruebas PISA. El análisis de los resultados obtenidos en dichas evaluaciones en estos últimos años evidencia el bajo nivel de los estudiantes en el área de matemáticas a nivel de las instituciones educativas, además nos muestra unos conocimientos y niveles de aprendizaje insuficientes y básicos en primaria.

Por eso, en este proyecto nos preguntamos ¿Cómo se fortalece la competencia de formulación y resolución de problemas con estructura multiplicativa por medio de una secuencia didáctica en un grupo de estudiantes del grado cuarto de la institución educativa Humberto Jordán Mazuera?

Para dar respuesta al interrogante planteado, fue necesario empezar por una revisión del marco legal que demostró la validez del proyecto, dado que en Colombia y en el mundo se reconoce la importancia de la educación matemática, desde la Ley General de Educación hasta el plan de área y aula del colegio, pasando por los Lineamientos curriculares en matemáticas, los Estándares básicos de matemáticas y los Derechos Básicos de aprendizaje.

Todo esto permite asociar la matemática a los problemas de la vida cotidiana, a la formulación y resolución de estos, cosa que muchas veces no ocurre. Se trata de asumir el aprendizaje de estructuras multiplicativas, como un eje fundamental del pensamiento y sistema

numérico y entender que en las actividades propias de la matemática, se dan las condiciones para aprender fácilmente, cuando el maestro utiliza una variedad de estrategias metodológicas en el aula.

Por otro lado, al revisar los trabajos en esta misma línea de propuestas metodológicas centradas en la formulación y resolución de problemas con operaciones matemáticas como la adición, sustracción, multiplicación y división. La teoría ayudo a aclarar términos como estructuras multiplicativas y su clasificación, los procesos específicos de la resolución de problemas, entre otro. Autores como Vergnaud, Polya, Maza, García aportaron ideas acerca de la tipificación de las estructuras multiplicativas y los procesos específicos de la resolución de problemas.

Adicionalmente se realizó una prueba inicial y final al grupo destinatario de la propuesta, para identificar sus saberes previos, sus avances y sus dificultades al resolver e inventar tipos de problemas con estructura multiplicativa. Con base en estos resultados se seleccionaron los tipos de problemas que presentaban el mayor desconocimiento y práctica para desarrollar la propuesta metodológica.

Con todos estos resultados se diseñaron 5 sesiones de clase con diversas actividades estructuradas en una secuencia didáctica que inicialmente se plantea con una situación vivida por los mismos estudiantes: una salida a cine al centro comercial más cercano. Para cada sesión se asigna un tipo de problema diferente: (producto de medidas, de combinación, búsqueda de una unidad) de estructura multiplicativa. Cada sesión tiene un tiempo de 5 horas de clase y se asocia con 7 procesos específicos (comprender, representar, resolver, responder, argumentar, verificar y formular).

**Palabras claves o descriptores:** secuencia didáctica, estructuras multiplicativas, resolución y formulación de problemas, procesos específicos.

### **1. Problema-pregunta**

El bajo rendimiento académico es una problemática que produce gran inquietud a nivel nacional, internacional e institucional y en la cual el MEN ha centrado sus esfuerzos. La institución educativa Humberto Jordán Mazuera requiere urgentemente disminuir los niveles de insuficiencia que tiene en las áreas básicas especialmente matemáticas y lenguaje, un reto al cual toda la comunidad educativa le ha venido apuntando y además es una exigencia que se debe atender porque hace parte del proyecto metas educativas 2021, en las que la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI, 2010) manifiesta que debe “mejorar el nivel de adquisición de las competencias básicas y de los conocimientos fundamentales por parte de los alumnos” (p.152).

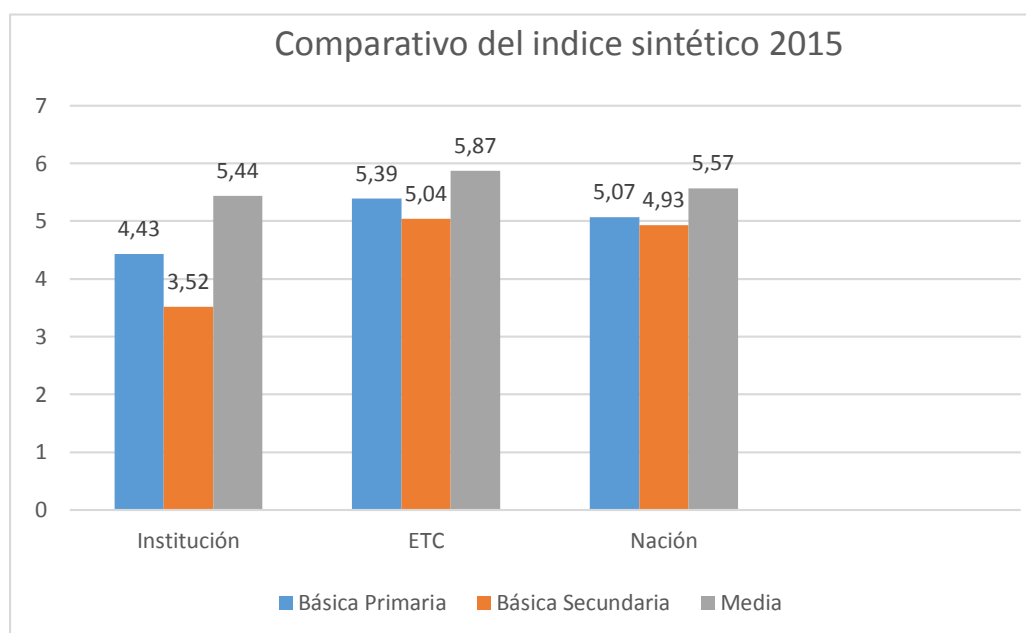
Atendiendo a este objetivo de la educación mundial, se cuenta con dos herramientas fundamentales que son la base para determinar los aspectos específicos en los cuales se debe central la labor académica en cada institución educativa del país: El Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE) y las pruebas ICFES saber. Estos instrumentos muestran anualmente cómo está la institución en diferentes componentes, niveles, áreas, competencias y la compara con la entidad certificada y los resultados a nivel nacional.

Para el presente trabajo se tiene en cuenta el ISCE 2015 y las pruebas saber ICFES 2013 y 2014. A continuación, se detallan los resultados de estos informes, tratando de llegar a

dificultades específicas en el nivel de básica primaria, concretamente en el área de matemáticas del grado quinto:

Inicialmente, el resultado del ISCE (2015) indica que se está por debajo del promedio de la entidad territorial y de la nación. Estos resultados muestran que existen falencias en los componentes de progreso, desempeño, eficiencia, y ambiente escolar en todos los niveles. El siguiente gráfico reitera lo expresado anteriormente:

*Ilustración 1: Comparativo índice sintético 2015. Elaboración Propia*



Para el nivel de básica primaria, el gráfico siguiente precisa el ISCE, mostrando los componentes de progreso y desempeño donde se toman los resultados de las pruebas saber cómo referente, en eficiencia se consideran los índices de aprobación del año escolar y en ambiente escolar las condiciones propicias para el aprendizaje en el aula de clase. Se puede deducir que la en desempeño y eficiencia están los índices más altos, pero en progreso los porcentajes son muy bajos, considera que la escala es de uno a diez, ni siquiera se alcanza a llegar a la mitad de esta.

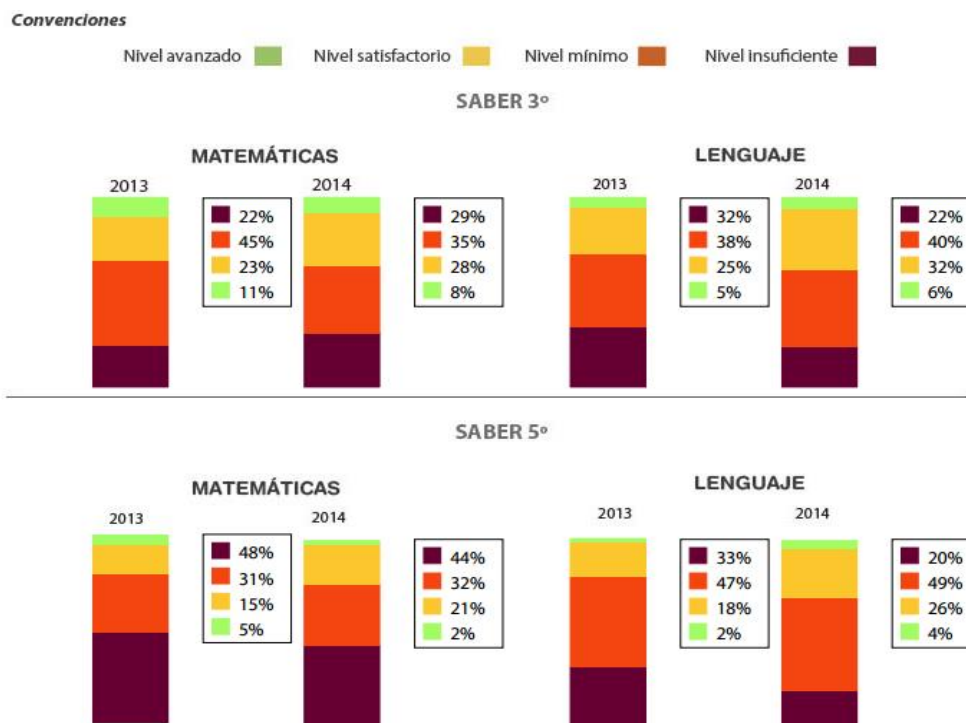


Ilustración 2: ISCE en básica primaria. Tomado de Boletín Siempre Día E. (2015)



Al tener en cuenta el componente de progreso que se encarga de analizar las pruebas saber 2013 y 2014 se observa que en el área de matemáticas en el grado quinto es donde existe mayor número de estudiantes en el nivel de insuficiente comparando con el grado tercero. En la ilustración N°3 se muestran los datos del ISCE en el componente de progreso para el nivel de básica primaria:

Ilustración 3: Resultado de pruebas saber grado 3° y 5°. Tomado de Boletín Siempre Día E. (2015)

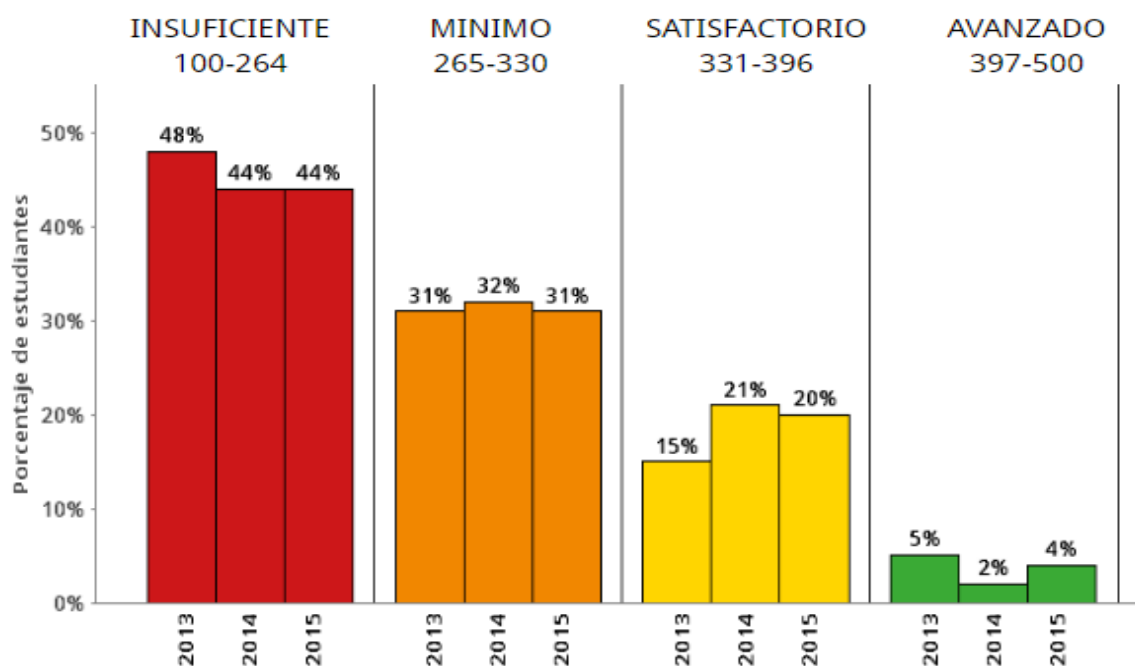


Según los datos de este componente, en el área de matemáticas de quinto grado el porcentaje de insuficiente disminuyó del 48% al 44%, pero, aun así, es el más alto. Por lo tanto, continúa requiriendo especial atención.

Dentro de este panorama tan preocupante, es necesario como lo sugiere el ISCE (2015) centrar esfuerzos en mejorar dichos aspectos donde predominan las debilidades y realizar una intervención didáctica y pedagógica que genere estrategias con el fin de disminuir cifras tan alarmantes.

De igual forma, como complemento al informe del ICSE y con el fin estudiar con más detalle los niveles en donde están ubicados los estudiantes; el ICFES (2016) en su registro histórico de las pruebas saber en básica primaria especifica las competencias y componentes en los cuales existen debilidades y se corrobora que en el grado quinto el área con mayor porcentaje de insuficiente es matemáticas, con un promedio en los años 2013, 2014 y 2015 del 45%.

Ilustración 4: Reporte histórico comparativo pruebas saber matemáticas grado 5°. Tomado de ICFES (2016)



De acuerdo con la gráfica de barras los estudiantes no superen las preguntas de menor complejidad de la prueba en un porcentaje elevado y solo existe un promedio del 3,6% en el nivel avanzado.

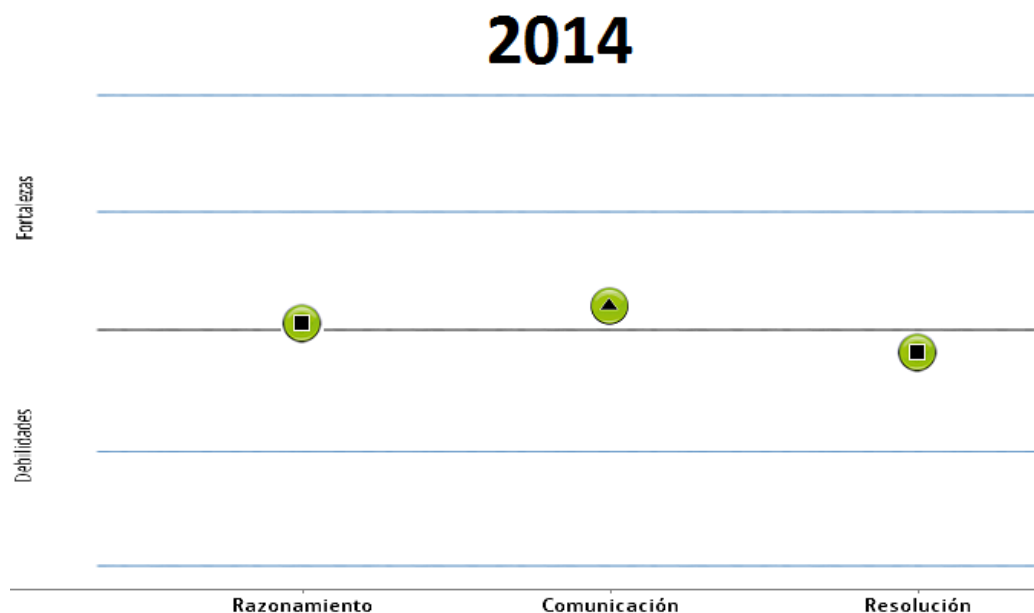
Además de la distribución de los estudiantes por niveles, se observa según los resultados de las pruebas de grado quinto 2013 y 2014 que las competencias donde prevalecen las debilidades son: la resolución y formulación de problemas, el razonamiento y argumentación.

Las ilustraciones 5 y 6 que se muestran a continuación indican que en el 2013 los resultados en las tres competencias fueron similares, mientras que en el 2014 hay algunos cambios:

*Ilustración 5: Fortalezas y debilidades en las competencias matemáticas grado 5° 2013. Tomado de (CFES ( 2013)*



Ilustración 6: Fortalezas y debilidades en las competencias matemáticas grado 5° 2014. Tomado de ICES (2014)



La siguiente tabla sintetiza las ilustraciones anteriores donde se destaca la competencia de comunicación, representación y modelación como la fortaleza de nuestra institución y la debilidad en la resolución y el razonamiento.

Tabla 1: Comparativo de resultados en las competencias matemáticas grado 5°. Elaboración Propia.

Competencia	Razonamiento	Comunicación	Resolución
<b>Año</b>			
<b>2013</b>	Similar	Similar	Similar
<b>2014</b>	Similar	Fuerte	Similar

En cuanto a los componentes evaluados, los resultados de las pruebas indican que el geométrico y aleatorio han sido mas fuertes que el numérico variacional. Las ilustraciones 7 y 8 muestran estos resultados:

Ilustración 7: Fortalezas y debilidades en los componentes matemáticos grado 5° 2013. Tomado del ICFES (2013)

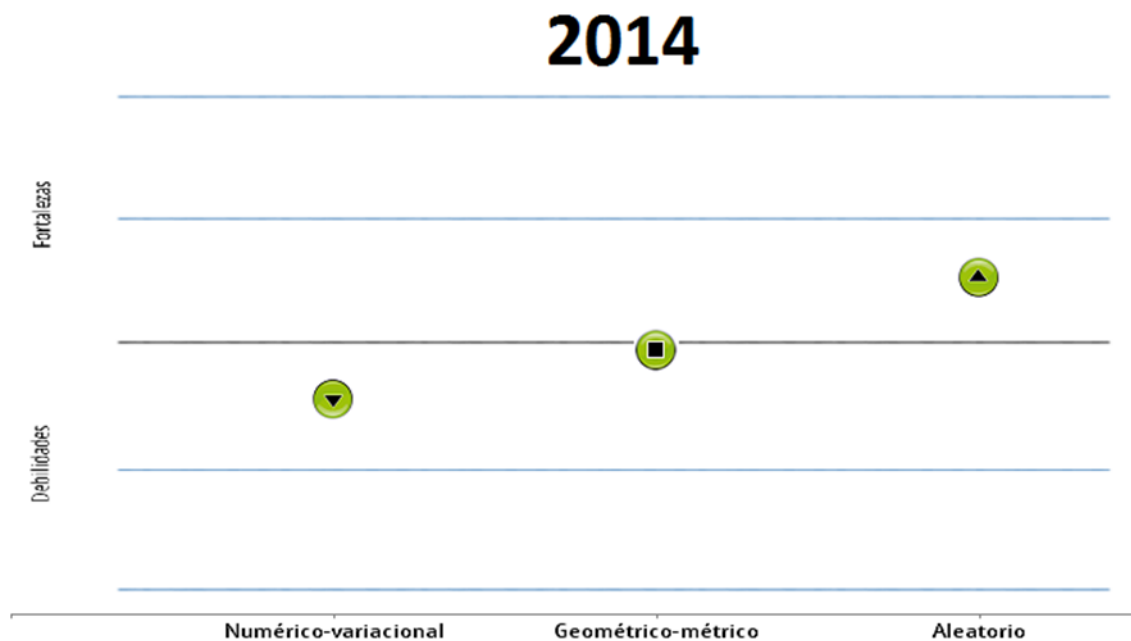
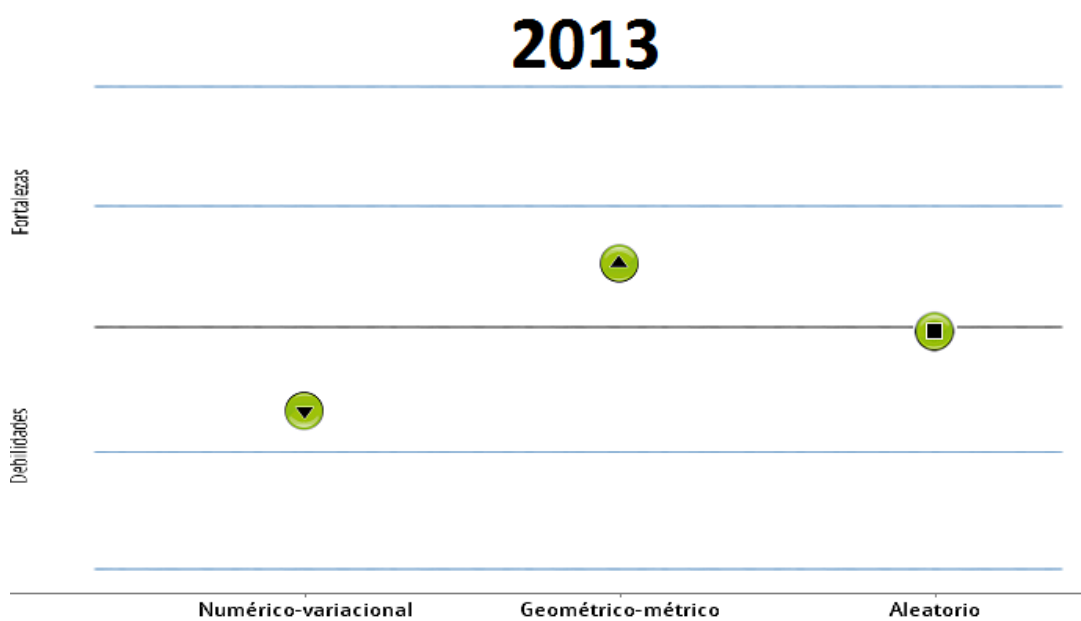


Ilustración 8: fortalezas y debilidades en los componentes matemáticos 5° 2014. Tomado del ICFES (2014)



La siguiente tabla resume los gráficos anteriores:

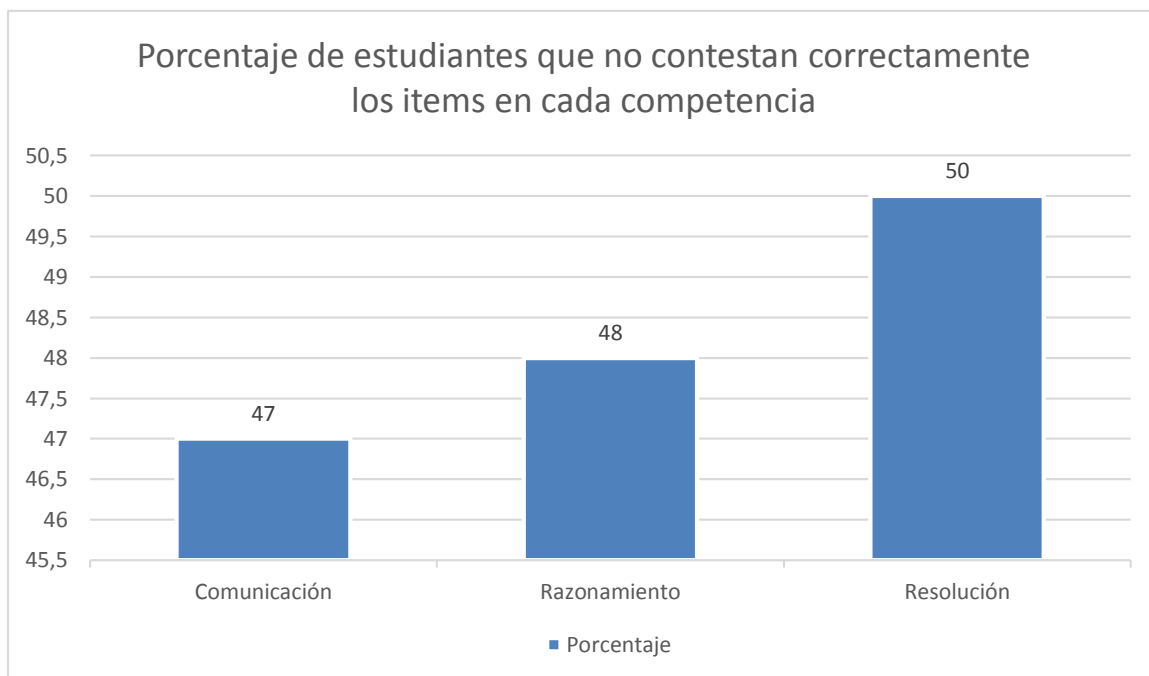
*Tabla 3: Comparativo de resultados en los componentes matemáticos 5°. Elaboración propia.*

<b>Componente Año</b>	<b>Numerico-Variacional</b>	<b>Geométrico- métrico</b>	<b>Aleatorio</b>
<b>2013</b>	Debil	Fuerte	Similar
<b>2014</b>	Debil	Similar	Fuerte

Como se puede deducir, las falencias se encuentran específicamente en las competencias de planteamiento y de resolución de problemas y en el componente numérico variacional. De igual forma, en el informe por colegio del día E (2015), se confirman estos datos y se constata como la institución educativa Humberto Jordán Mazuera se encuentra por debajo de la entidad territorial y de la nación en la competencia de resolución, donde se presentan los más altos porcentajes de respuestas que no se contestaron correctamente por parte de los estudiante del grado quinto en el área de matemáticas.

En la ilustración 9 que se presenta en la siguiente página se visualiza que el 50% de estudiantes no contestaron los ítems que tenían que ver con resolución, el 48% razonamiento y el 47% comunicación.

Ilustración 9: Estudiantes de grado 5° que no contestan correctamente los ítems en cada competencia. Elaboración propia.



Según este informe, en los resultados con puntos críticos (2015) dentro de la competencia de resolución, el 42% de estudiantes no resuelve y formula problemas multiplicativos rutinarios y no rutinarios de adición repetida, factor multiplicativo, razón y producto cartesiano. Este aprendizaje específico del área de matemáticas es presentado como uno de los que se debe mejorar y por lo tanto implementar acciones pedagógicas para su fortalecimiento.

Por consiguiente, se pretende que el aprendizaje anteriormente señalado sea el punto central del trabajo investigativo. A través del afianzamiento del aprendizaje en la resolución y formulación de problemas multiplicativos, los estudiantes del grado quinto podrán mejorar en aprendizajes relacionados con otros objetos matemáticos como proporcionalidad, medición,

adición, cociente y razón de una fracción debido a la repercusión que se tiene con los problemas multiplicativos en otro tipo de situaciones.

Por lo cual cabe preguntarse:

**¿Cómo se fortalece la competencia de resolución y formulación de problemas con estructura multiplicativa por medio de una secuencia didáctica en un grupo de estudiantes del grado cuarto de la institución educativa Humberto Jordán Mazuera?**

## **1.1 Objetivos**

### **1.1.1 Objetivo general:**

Construir y aplicar una secuencia didáctica basada en resolución y formulación de problemas para promover el aprendizaje de las estructuras multiplicativas en un grupo de estudiantes de grado cuarto de la I.E. Humberto Jordán Mazuera.

### **1.1.2 Objetivos específicos:**

1. Diseñar una secuencia didáctica para el aprendizaje de resolución y formulación de problemas con estructura multiplicativa.
2. Aplicar la secuencia didáctica para el aprendizaje de resolución y formulación de problemas con estructura multiplicativa en un grupo de estudiantes del grado cuarto.
3. Evaluar la secuencia didáctica.



## 1.2 Justificación

La institución educativa Humberto Jordán Mazuera requiere de esfuerzos enormes de todos los miembros de la comunidad educativa para mejorar en cada uno de los componentes del ISCE. Al encontrarse en un nivel bajo es necesario avanzar en diversos escenarios, particularmente en los procesos académicos. La situación institucional reafirma el compromiso que se requiere para que el establecimiento educativo progrese y desarrolle procesos pedagógicos y curriculares que aporten a las áreas fundamentales y a su vez se contribuya a mejorar la calidad educativa del país.

El insuficiente rendimiento que se presenta en las pruebas Saber en el nivel de básica primaria, específicamente en el grado quinto, en el área de matemáticas: competencia de resolución de problemas y componente numérico es la línea de referencia escogida, porque se han elaborado planes de acción, existe acompañamiento por parte de una tutora del programa “Todos a aprender” pero aún se requiere llegar a un nivel satisfactorio para demostrar mejoras significativas. Es muy preocupante que se esté por debajo de las calificaciones a nivel nacional y de la entidad certificada, además que en este grado es donde se reflejan los más altos índices de insuficiencia en matemáticas.

Este bajo rendimiento académico genera altos porcentajes de pérdida de esta materia, reprobación del año escolar, resultados negativos en las pruebas externas, desigualdades sociales y educativas, falta de relación entre contenidos enseñados y competencias, además del temor por enfrentarse a esta área.

El hecho de mejorar en la parte académica se hace completamente viable porque desde el MEN se están generando diversas estrategias pedagógicas, que apoyan los esfuerzos de maestros

y directivos en su trabajo por lograr la calidad educativa, en el caso de la institución Humberto Jordán Mazuera se cuenta con el programa Todos a Aprender que desde hace varios años viene dando orientaciones en este sentido, además del día E “excelencia educativa” y la formación de los educadores con las becas de excelencia docente.

Por otra parte, desde el componente numérico se atenderán las debilidades presentadas en la competencia de planteamiento y resolución de problemas. Ya que, a través de esta, se puede estrechar la brecha de debilidad y lograr mejores desempeños tanto en las pruebas externas como internas en las que participan los estudiantes de la institución.

Así mismo, la práctica de los procesos (analizar, representar, resolver, responder, argumentar, verificar y formular) que intervienen en la competencia matemática de resolver y formular problemas será una base para el aprendizaje de diversos objetos matemáticos como la división, números fraccionarios, números decimales, proporcionalidad, área, uso de unidades de medidas, entre otros. Además, servirá de aporte para el desarrollo de otro tipo de problemas con diferentes objetos matemáticos.

Igualmente, considerando las competencias y componentes en los cuales se obtuvieron resultados mínimos o bajos en las pruebas saber de los años 2013 y 2014, este proyecto se centrará en la creación de instrumentos y ambientes de aprendizaje que sirvan para captar la atención y motivación de los estudiantes, por medio de las siguientes acciones:

- Diseñar e implementar un modelo de secuencia didáctica que garantice un alto desempeño académico e integral desde el área de matemáticas que sirva de referencia para toda la institución educativa.

- Socializar los resultados alcanzados a todo el personal de la institución educativa, con el fin de incentivar y promover la estandarización de la estrategia metodológica en todo el plantel educativo.

Por lo tanto, este proyecto de grado beneficiará a muchas personas de la sociedad. En primer lugar, a los estudiantes del grado cuarto les ofrece nuevas formas de aprender los objetos matemáticos para que sean competentes en la vida diaria al resolver problemas de su entorno. En segundo lugar, al maestro del aula porque le brinda nuevas herramientas que la facilitan la enseñanza. En tercer lugar, a la institución educativa le aporta unos referentes teóricos y didácticos que son novedosos y al trabajarlos institucionalmente le dan homogeneidad al currículo porque brindarán a la institución educativa Humberto Jordán Mazuera una herramienta pedagógica, con la cual se oriente de forma más eficaz la enseñanza de las matemáticas en la básica primaria, logrando de esta manera, obtener mejores resultados en las pruebas aplicadas por el Estado.

En cuarto lugar, a la entidad territorial le da nuevos aportes didácticos, ya que los maestros dan a conocer sus proyectos con nuevas estrategias metodológicas y estos a su vez se dan a conocer a nivel regional a los demás maestros que los necesiten, fortaleciendo la educación en los municipios de la región. Por último, al país le da aportes al mejoramiento de la educación, para lograr desempeños avanzados en las pruebas nacionales e internacionales en matemáticas.

## 2. Marco Teórico

### 2.1 Antecedentes

Al revisar diverso material académico se encontraron muchos aportes investigativos hacia el desarrollo del objeto matemático de la multiplicación y a la resolución y formulación de problemas matemáticos con diferentes objetos matemáticos. Luego de un análisis detallado de dicho material se seleccionaron los trabajos que se acercaban más a la propuesta investigativa para los antecedentes. En esta parte se registran siete trabajos que de alguna manera giran en torno al mismo eje de este proyecto de grado: secuencia didáctica para el aprendizaje de formulación y solución de problemas con estructuras multiplicativas. No todos se centran en las estructuras multiplicativas de números naturales, pero sí están en la búsqueda de opciones del aprendizaje significativo de cómo se inventan y resuelven problemas para enriquecer el pensamiento numérico y hacerles frente a las dificultades que se presentan en el área de matemáticas. Las reseñas abarcan tres artículos de investigación españoles, dos mexicanos, un artículo de investigación y un trabajo de grado colombianos.

Ivars y Fernández (2016) tienen como objetivo caracterizar la evolución de los niveles de éxito y de las estrategias empleadas por estudiantes de Educación Primaria cuando resuelven problemas de estructura multiplicativa. El proyecto tuvo en su desarrollo la participación de 273 estudiantes, con edades comprendidas entre los 6 y los 12 años, de un centro público de Educación Primaria de Alicante (España) donde contestaron un cuestionario formado por 8 problemas con números naturales. Se diseñaron 3 modelos de cuestionario, uno para el alumnado del 1º y 2º curso

(6-8 años), otro para el 3° y 4° (9-10 años), y otro para 5° y 6° (11-12 años), diferenciándolos por el tamaño de los números usados.

Ayllón, Gallego y Gómez (2016) analizan cómo actúan 351 alumnos de los seis cursos de educación primaria al inventar problemas. Se estudian las creencias de los estudiantes acerca de la utilidad de saber resolver problemas, así como los enunciados producidos, teniendo en cuenta su coherencia, su estructura operatoria y el número de operaciones necesarias para resolverlos. Se diseñó un cuestionario-prueba y se analizaron estadísticamente los datos. Se observó que desde los seis años, los estudiantes inventan enunciados que constituyen problemas matemáticos, y que a medida que avanzan de curso, sus invenciones se hacen más complejas en su estructura operatoria, además de que inventan problemas donde se involucran al menos dos operaciones.

También, Aguilar y Navarro (2000) realizan un estudio con 98 estudiantes de tercero de primaria con 8 y 9 años de edad de la ciudad de Cádiz; a los cuales se le evaluaron sus habilidades para resolver problemas aritméticos verbales de una sola operación a través de un programa de entrenamiento específico en resolución de problemas de cambio, combinación, comparación, igualación, isomorfismo de medidas y producto cartesiano. El procedimiento mencionado tiene en cuenta una estrategia fundamentada en la psicología cognitiva como los aspectos manipulativos, gráficos, simbólicos y comunicativos.

Así mismo, Cerritos (2014) en su propuesta quiere identificar las dificultades de estudiantes de primaria al resolver problemas multiplicativos según la estructura del Isomorfismo de Medidas. La investigación se lleva a cabo en una Escuela Primaria del Distrito Federal situada en la delegación Iztacalco, con 30 alumnos de tercer grado de la jornada de la mañana, cuyas edades

oscilan entre los 8 y 9 años; se proyecta trabajar con ellos en un período máximo de cuatro semanas. La propuesta de investigación está basada en el Modelo Teórico Local. En su primera fase, de dos, se realiza la revisión de la propuesta institucional, bibliografía complementaria respecto a la enseñanza de problemas multiplicativos, y el diseño de pruebas y ejercicios de diagnóstico. Como resultados preliminares, se tiene que los niños muestran modos de resolución de problemas deficientes, debido a que en la propuesta oficial no se tratan problemas relacionados con el Isomorfismo de medidas. Los niños presentan dificultades al resolver problemas de la vida cotidiana planteados en el aula.

De igual manera, Bustamante y Vaca (2014) busca comprender las dificultades que encuentran 329 estudiantes de sexto de primaria y tercero de secundaria al enfrentar un problema del campo conceptual de las estructuras multiplicativas, la relación de esas dificultades con los sistemas de representación y con los teoremas sobre la división. El número de estudiantes que enfrentaron estas versiones del problema son 329 con edades entre 10 y 16 años; 161 son mujeres y 168 son hombres. Estos estudiantes pertenecen al último grado escolar tanto de primaria como de secundaria de cinco escuelas públicas del Estado de Veracruz: tres de primaria (una rural y dos urbanas) y dos de secundaria (una de contexto rural y la otra de contexto urbano). La investigación en su metodología se trata de cuatro versiones de un problema, cada versión presenta alguna modificación que nos permite observar aspectos muy específicos y consideramos que cada una de ellas tiene diferente nivel de dificultad: por los valores numéricos usados, por la presencia de información innecesaria o inútil que llamamos un “distractor”, aunque la estructura del problema es la misma.

Después de revisar estas investigaciones de otros países, tenemos otros dos trabajos colombianos, que ayudan a la fortalecer nuestra propuesta en el área de matemáticas. Por ejemplo, Durango y Rivera (2013) tienen como propósito central interpretar como los estudiantes construyen sus propios procesos de razonamiento con respecto a la solución de problemas involucrando estructuras multiplicativas. Su diseño metodológico está orientado a la recolección, categorización y análisis de la información, de igual modo se dan a conocer algunas reflexiones que emergen a partir de la información recolectada. El proyecto de investigación se ha situado dentro del paradigma cualitativo en consonancia con la pregunta de investigación planteada, las etapas de la investigación y recolección, el análisis e interpretación de la información están basadas en el paradigma cualitativo. Se realiza un estudio descriptivo que permite comprender las particularidades socio-educativas de los estudiantes y la comunidad educativa. La investigación se realiza con cinco estudiantes en el grado cuarto de básica primaria con edades promedio de 10 años, seleccionados teniendo en cuenta sus habilidades para la solución de problemas de tipo multiplicativo y la realización de las operaciones básicas.

Por último, Aguirre (2011) plantea como una estrategia dirigida le aporta a la enseñanza de la resolución de problemas y promueve la formación de pensamiento matemático de los estudiantes de los primeros niveles de la educación básica primaria. El desarrollo de este proyecto se realizó con 17 estudiantes entre los 8 a 9 años de edad del colegio San Alberto Magno de la ciudad de Santiago de Cali. La metodología utilizada por la autora del trabajo es de tipo cualitativo-descriptivo – interpretativo. La propuesta desarrolla una serie de actividades que incluyen entre otras las siguientes: revisión de bibliografía especializada en didáctica de las matemáticas, elaboración de recursos manipulativos, diseño y gestión de una secuencia didáctica, diseño de

instrumentos de recolección y sistematización de las producciones de estudiantes y elaboración de informes parciales y de un informe final de la investigación.

## **2.2 Marco legal**

El sustento legal de este trabajo abarca distintos lineamientos jurídicos. Para empezar, la Ley General de Educación de 1994. De ahí se pasa a los Lineamientos Curriculares de matemáticas del 1998, los Estándares Básicos de matemáticas del 2004, los derechos básicos de aprendizaje del 2015 y finalmente, al plan de área de matemáticas del grado cuarto de primaria de la Institución Educativa Humberto Jordán Mazuera a donde está dirigida la propuesta pedagógica que se elabora aquí.

A continuación, se mostrarán los elementos retomados de estos documentos relacionados directamente con esta propuesta de trabajo escolar cuyo eje es el diseño de una secuencia didáctica para el desarrollo del pensamiento numérico en la formulación y la solución de problemas con estructuras multiplicativas.

Al respecto, la Ley General de Educación (N°115, 1994) establece objetivos generales y específicos de la básica primaria. Según el documento, dentro de los objetivos generales está “ampliar y profundizar en el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana” (p.6). Sumado a éste, en el artículo 21, uno de los objetivos específicos establece “el desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos” (p.7).



De estos dos artículos, cabe destacar las amplias posibilidades que se le da al desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes a través del cálculo mental y el aprendizaje significativo para la aplicación y solución de problemas que usen estos conocimientos.

Al respecto, también los Lineamientos Curriculares de matemáticas del MEN (1998) se refieren así:

“Otro indicador valioso del pensamiento numérico es la utilización de las operaciones y de los números en la formulación y resolución de problemas y la comprensión de la relación entre el contexto del problema y el cálculo necesario, lo que da pistas para determinar si la solución debe ser exacta o aproximada y también si los resultados a la luz de los datos del problema son o no razonables” (p.26).

Del texto mencionado, se puede decir que es muy importante el manejo del contexto real, donde vive el estudiante para poder plantear problemas matemáticos, muy cercanos a su propio mundo.

Así mismo, los estándares de competencias para la básica primaria basados en el desarrollo de competencias en conjuntos de grados y en concordancia con los lineamientos curriculares de matemáticas que enfatizan en dar la base para orientar el currículo, han planteado las habilidades que los estudiantes deben desarrollar en los diferentes componentes matemáticos. En el caso definido de la multiplicación, los Estándares Básicos de matemáticas del MEN (2006) para el conjunto de grados cuarto y quinto expresan lo siguiente:

“Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones, uso diversas estrategias de cálculo y de

estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones” (p. 82).

De los anteriores estándares, se puede notar claramente la necesidad de formar por parte del MEN, estudiantes que sean competentes en el manejo de los problemas matemáticos de sus propios contextos a través del buen manejo de las operaciones básicas como la multiplicación entre números naturales.

De igual forma, los derechos básicos de aprendizaje en matemáticas para grado cuarto (2015) indican que los estudiantes deben realizar operaciones entre los números naturales (sumas, restas, multiplicaciones de números de máximo 4 cifras por una cifra o de 3 por 2 cifras, divisiones de números de máximo 4 cifras entre una cifra), entiende los conceptos de múltiplos y divisores y comprende que el residuo en una división corresponde a lo que sobra al efectuar un reparto equitativo. En grado quinto muestran que los estudiantes deben resolver y formular problemas con estas operaciones.

Del mismo modo y considerando la Ley General de Educación, los lineamientos curriculares, los estándares de competencias y los derechos básicos de aprendizaje, la institución educativa Humberto Jordán Mazuera año tras año reforma sus planes de área al contar con la autonomía que brinda la Ley (N°115, 1994) en su capítulo 2 artículo 77. En el caso del plan de área de matemáticas para la básica primaria la institución optó por llamarla universo matemático y enseñar por medio de secuencias didácticas. Para el grado cuarto, en el segundo periodo académico, plantea en sus desempeños que los estudiantes deben resolver situaciones que requieran el uso de dos o más operaciones con números naturales. Además, se consideran los siguientes aspectos para la enseñanza de las competencias multiplicativas:

### Pensamiento numérico grado cuarto

-Multiplicación y división de números naturales.

-Propiedades de las operaciones básicas.

-Múltiplos y divisores de un número.

### Componentes, competencias y desempeños del universo matemático

Tabla 4: Componentes, competencias y desempeños del universo matemático. Tomado del plan de área de matemáticas I. E. Humberto Jordán Mazuera

Componentes	Competencia comunicación	Competencia razonamiento	Competencia resolución
	Desempeños del universo matemático por ciclo	Desempeños del universo matemático por ciclo	Desempeños del universo matemático por ciclo
<b>Aleatorio</b>	Describe e interpreta datos relativos a situaciones del entorno escolar.	Hace inferencias a partir de representaciones de uno o más conjuntos de datos.	Resuelve problemas que requieran representar datos relativos al entorno usando una o diferentes representaciones.
<b>Numérico variacional</b>	Expresa simbólicamente operaciones (adición, sustracción, multiplicación, división) a partir de un enunciado gráfico o verbal. -identifica descomposiciones numéricas aditivas y multiplicativas. Identificar cuando un número es múltiplo o divisor de otro. Expresa simbólicamente operaciones (adición, sustracción, multiplicación, división) a partir de un enunciado gráfico o verbal.		Resuelve y formula problemas multiplicativos rutinarios y no rutinarios de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano. Resuelve situaciones multiplicativas de adición repetida, factor multiplicante y razón. -Interpreta y utiliza condiciones suficientes para solucionar un problema multiplicativo. Resuelve situaciones multiplicativas que tiene más de una solución.

Como se ha mostrado, dentro del área de matemáticas en básica primaria es fundamental contribuir al mejoramiento intelectual de los educandos, un aspecto de gran relevancia dentro del derecho a la educación (Const., 1991, art. 67), por lo que en este marco legal está inmerso el manejo y uso de las operaciones básicas por medio de resolución de problemas, así como los procedimientos lógicos en diversas situaciones de la vida cotidiana.

## 2.3 Aproximaciones teóricas

### 2.3.1 Perspectiva curricular para el aprendizaje de la estructura multiplicativa en básica primaria

En los lineamientos curriculares de matemáticas del MEN (1998) se afirma: “Las matemáticas, lo mismo que otras áreas del conocimiento, están presentes en el proceso educativo para contribuir al desarrollo integral de los estudiantes con la perspectiva de que puedan asumir los retos del siglo XXI” (p. 18). En vista de lo anterior, se debe pensar en una enseñanza de las matemáticas que favorezca los procesos de pensamiento de los estudiantes y no sólo la transmisión de conceptos y procedimientos.

El aprendizaje de las matemáticas debe permitir al estudiante aplicar los conocimientos adquiridos no sólo en la escuela sino en el contexto en que se desenvuelve a diario. Por lo tanto, es necesario diseñar un currículo que se ajuste a las necesidades particulares de cada institución educativa y en el cual se logre una completa articulación entre el contexto, los sistemas, el pensamiento y los procesos matemáticos.

Para alcanzar lo planteado anteriormente, se debe planear con una perspectiva curricular clara y organizada. Esta perspectiva curricular se puede definir como la organización de las diferentes áreas fundamentales y obligatorias que se tiene en una institución educativa, siguiendo unos lineamientos particulares para cada una de ellas.

En el área de matemáticas esta perspectiva se hace en términos de actuaciones, de procesos y no de conocimientos, es decir, las matemáticas se organizan curricularmente en términos de procesos matemáticos (García, Coronado y Giraldo, 2015).

### 2.3.2 Organización de la perspectiva curricular

Los lineamientos curriculares de matemáticas del MEN (1998) proponen tres grandes aspectos para organizar el currículo en un todo armonioso: los procesos generales que tienen que ver con el aprendizaje; los conocimientos básicos que tienen que ver con procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las matemáticas; y el contexto que tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende.

Los procesos generales son procedimientos que requieren la actividad matemática por parte del estudiante y con los cuales este demuestra su nivel de competencia alcanzado. Según los lineamientos son: la resolución y planteamiento de problemas, el razonamiento, la modelación, la comunicación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.

García et al. (2015) sugieren que la organización de la perspectiva curricular por procesos debe estar organizada en forma horizontal y vertical, en la primera forma deben organizarse por conjuntos de grados y en la segunda cada proceso debe asociarse a los diferentes pensamientos matemáticos. Esta planeación de la perspectiva curricular debe ser gradual y progresiva, de manera que refleje el avance de los procesos matemáticos en cada pensamiento en los diferentes grados escolares.

Considerando todo lo anterior, este trabajo de grado tendrá en su perspectiva curricular como eje articulador el proceso matemático de resolución de problemas, el objeto matemático de estructura multiplicativa y el contexto será una situación recreativa de la vida diaria: ir al cine. De esta manera los estudiantes “no sólo desarrollan su capacidad de pensamiento y de reflexión lógica

sino que, al mismo tiempo, adquieren un conjunto de instrumentos poderosísimos para explorar la realidad, representarla, explicarla y predecirla; en suma, para actuar en y para ella” (MEN, 1998, p.18). Por lo tanto, con base en este trabajo se pueda proyectar el área de matemáticas en básica primaria para el año escolar en la institución educativa Humberto Jordán Mazuera.

### **2.3.3 Pensamiento numérico como base para el aprendizaje de la estructura multiplicativa**

“Para describir un sistema determinado de la matemática hay que especificar un conjunto de objetos, un conjunto de operaciones y un conjunto de relaciones” (MEN, 1991). Para el objeto matemático de estructuras multiplicativas, el pensamiento matemático determinado será el numérico y el sistema matemático el numérico.

Dentro de los estándares de educación el pensamiento numérico es uno de los componentes destacados. Tiene que ver con todo aquello que la mente puede hacer con los números. El pensamiento numérico se desarrolla cuando se pueden realizar diferentes representaciones de los números y sus operaciones y cuando en la resolución de problemas se reconocen las representaciones más valiosas para su resolución.

Además, el pensamiento numérico exige dominar progresivamente un conjunto de procesos, conceptos, proposiciones, modelos y teorías en diversos contextos, los cuales permiten configurar las estructuras conceptuales de los diferentes sistemas numéricos necesarios para la Educación Básica y Media y su uso eficaz por medio de los distintos sistemas de numeración con los que se representan (Estándares básicos de competencias, p.60).

También, el pensamiento numérico está relacionado con la capacidad que tiene los estudiantes de representarse los sistemas numéricos, actuar sobre los mismos y tomar decisiones frente a una problemática planteada.

Este pensamiento está ligado al desarrollo histórico- cultural de la humanidad, lo que lo hace una herramienta importante en el aprendizaje de los números, sus relaciones y sus operaciones en los grados inferiores de las instituciones educativas, en este caso específico para el aprendizaje de la estructura multiplicativa porque involucra los conceptos y algoritmos de la aritmética elemental así como las propiedades y características de las clases de números que son el comienzo de la teoría de números. En este sentido Obando y Vásquez (2008) afirman:

Los conteos de unidades múltiples sirven de base para iniciar aprendizajes relacionados con situaciones multiplicativas (multiplicaciones o divisiones). De especial importancia son los conteos de cinco en cinco y de diez en diez. Estos conteos, son claves para una buena comprensión del Sistema de Numeración Decimal, y para desarrollar estrategias de cálculo mental eficientes. En estos casos, cuando el conteo se puede hacer ya no solo de uno en uno, sino de dos en dos, tres en tres, etc., y además, de forma ascendente y descendente, entonces, se dispone de una herramienta importante para iniciar la comprensión de la multiplicación y la división (p.12).

#### **2.3.4 Sistema numérico**

El sistema numérico en la educación básica primaria se refiere al aprendizaje del conjunto de los números naturales en forma progresiva para cada grado; es decir, que se trabaja a partir de círculos numéricos de diversas cantidades, por ejemplo, en primero de 0 a 100, en segundo de 100 a 1000, en tercero de 1000 a 10000, en cuarto grado de 10000 a 1000000, y así sucesivamente.

Después del aprendizaje de este conjunto de los objetos de los números naturales se realiza un aprendizaje gradual de la lectura, escritura, valor posicional, representación gráfica y representación concreta de estos. Luego en forma sucesiva se introducen las operaciones básicas en el siguiente orden: adición, sustracción, multiplicación y división entre los números naturales.

### **2.3.5 El proceso matemático de la resolución y formulación de problemas**

Para este trabajo investigativo se pretende implementar el proceso de resolución y formulación de problemas con el objeto matemático de la estructura multiplicativa con números naturales y cantidades discretas.

Resolver y formular problemas implica la puesta en práctica de procesos específicos que prácticamente incluyen los demás procesos generales que se encuentran en los lineamientos curriculares: razonamiento, comunicación, modelación, elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, es por esto que se considera tan trascendental para el área de matemáticas.

“Este es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún podría convertirse en el principal eje articulador del currículo de matemáticas porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido” (MEN, 2006, p.52).

Por lo tanto, es necesario cambiar la concepción donde el proceso de resolver y formular problemas es dejado para la parte final de la clase, como lo expresa Castro, Olmo y Castro (2002): “Tradicionalmente, en los currículos escolares de los niveles básicos, los problemas se introducen después del estudio de las operaciones y los algoritmos asociados a dichas operaciones. Detrás de este hecho está la creencia de que para resolver un problema hay que conocer la técnica del cálculo requerido. Se convierten así los problemas en ejercicios sobre los que se aplican técnicas de cálculo que se estudian en dicha lección durante un tiempo” (p. 91).

Por el contrario, con este proyecto investigativo se busca que por medio de diferentes problemas con estructura multiplicativa los estudiantes comprendan y usen en diferentes contextos sociales las operaciones de multiplicar y dividir.



### **2.3.6 El proceso matemático de la resolución y formulación de problemas y sus procesos específicos**

Para la resolución y formulación de problemas son necesarios procedimientos concretos que contribuyan al desarrollo del proceso general en mención. Los procesos específicos dan cuenta de estos procedimientos e implican una nueva organización curricular por competencias en donde se enfatiza en la actividad matemática del estudiante y no en el desarrollo de los contenidos matemáticos.

De ahí que varios autores sugieran algunos de ellos: Polya (1965) por ejemplo, propone la resolución de problemas, a partir de 4 pasos fundamentales a saber: comprender el problema, concebir un plan, ejecución del plan y examinar la solución obtenida.

Estos pasos se van dando a través de preguntas orientadoras que dirigen la actividad matemática, para lo cual, en la comprensión del problema se debe entender el problema y desear resolverlo, para ello debe leer, explorar el texto y concebir cada una de las relacionadas expuestas en la información proporcionada. En la concepción del plan se deben proponer varios caminos para darle solución. En la ejecución del plan, desarrollar el plan elaborado y resolver las operaciones; y finalmente, en la visión retrospectiva revisar y verificar los resultados obtenidos.

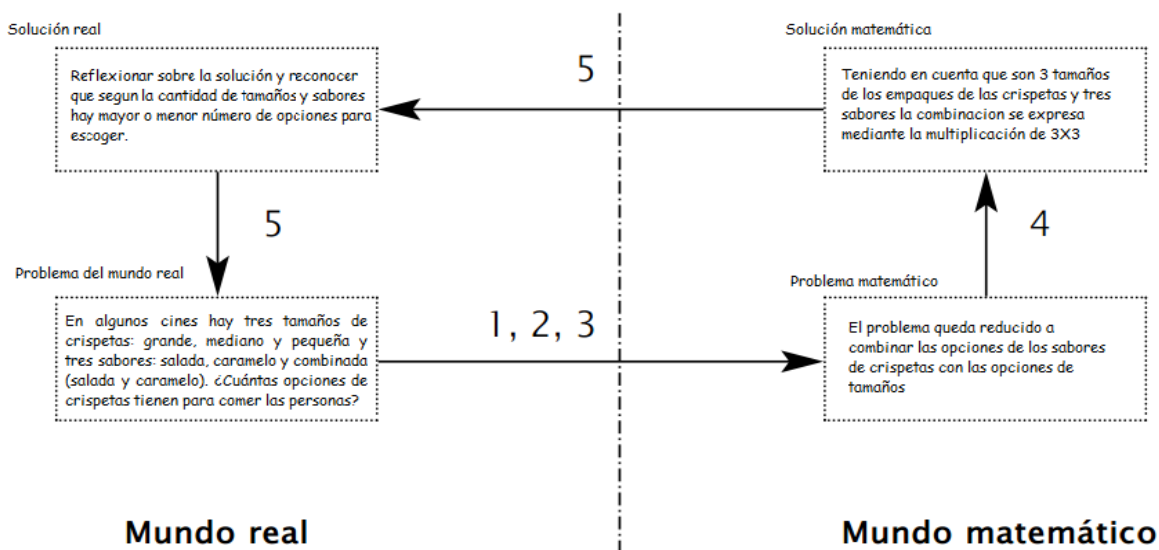
Por su parte la OCDE (2003) de conformidad con lo propuesto por Polya, afirma que este proceso pretende que los estudiantes “sean capaces de comprender la información dada, identificar las características más importantes y sus interrelaciones, elaborar o aplicar una representación externa, resolver el problema y evaluar, justificar y comunicar sus soluciones” (p.145).

Estos procesos específicos contribuyen a que los estudiantes empleen la matematización, concepto al cual la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE, 2003) hace referencia como el proceso fundamental para resolver problemas de la vida real.

La actividad de matematizar requiere que el estudiante: primero, considere que el problema tiene completa relación con la realidad (matematización horizontal); segundo: asocie el problema a los conceptos matemáticos; tercero: poco a poco mediante procedimientos como la formulación de hipótesis, la generalización y formalización pase el problema real a un problema matemático que represente exactamente la situación (matematización vertical); cuarto: resuelve el problema y como último paso de sentido a la solución matemática en términos de la situación real.

La siguiente ilustración sintetiza lo expresado anteriormente:

Ilustración 10: El ciclo de la matematización. Tomado de OCDE (2003) y adaptado a una elaboración propia.



De igual forma, Espinoza et al. (2009) proponen los siguientes procesos específicos: entender, modelizar, desarrollar y adaptar, aplicar, interpretar y formular. Para entender, debe tener claridad acerca del contexto en el que se sitúa el problema. Al modelizar identifica, construye y

reflexiona sobre un modelo determinado; para desarrollar y adaptar procede a identificar y construir estrategias para abordar el problema: heurísticas de razonamiento, casos particulares, entre otras. Luego, aplica la estrategia adoptada; después de obtenida la respuesta, interpreta el resultado en términos del contexto y responde la pregunta del enunciado. Finalmente, formula un problema a partir de unas condiciones dadas.

Por lo tanto, considerando los pasos propuestos por Polya, el concepto de matematización presentado por la OCDE y los procesos matemáticos propuestos por Espinoza, para el proceso general de resolver problemas con el objeto matemático de estructura multiplicativa, se trabajarán los siguientes procesos específicos:

- Para la comprensión del problema: comprender.
- Para la concepción de un plan: representar.
- Para la ejecución del plan: resolver (modelizar o matematizar).
- Para la visión retrospectiva: argumentar (responder, verificar) y formular.

A continuación se detallan cada uno de los procesos seleccionados:

### **Comprender**

Implican leer, explorar el texto y concebir cada una de las relaciones expuestas en la información del problema planteado. Cuando un estudiante explica con sus propias palabras lo que dice el texto, identifica los datos numéricos proporcionados, encuentra palabras claves que le proporcionan una información mayor, está dando evidencias de su nivel de comprensión verbal, es decir que está codificando. García et. al (2015) afirma que la codificación “conciene al procesamiento inicial de los estímulos o elementos informativos, que genera una representación mental de los mismos” p.68.

Para este proceso se realiza una lectura individual y luego se dirige una discusión grupal con preguntas orientadoras que den cuenta de la matematización horizontal donde el estudiante pasa un problema del mundo real al mundo de las matemáticas, es decir que decodifica el problema. Entendiendo este término como la capacidad para trasladar la información proporcionada en el texto problema a otro código o lenguaje familiar que contribuya con la matematización (García et. al, 2015).

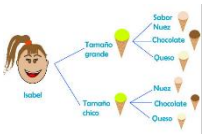




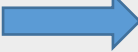
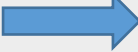
### **Representar**

Adicionalmente a lo expresado anteriormente con la codificación y decodificación del problema. Es necesario que el estudiante elija una representación en un registro semiótico adecuado para resolver el problema. En este sentido Fandiño (2010) resalta que los objetos matemáticos no existen en una realidad concreta, solo existe una adquisición conceptual (noética) y unas representaciones de conceptos con sistemas de signos (semiótica). Dentro de los registros semióticos debe considerarse el lenguaje común, el aritmético, el algebraico, el figural y pictográfico.

Además se debe contemplar el pasaje de una representación semiótica a otra en el mismo registro semiótico lo cual es llamado tratamiento o el pasaje de una representación semiótica a otra es decir conversión.

Para abordar el aprendizaje de la estructura multiplicativa se pretende que los estudiantes logren registros semióticos aritméticos, figúrales o pictográficos y con estos realicen tratamiento y conversión considerando las diferentes clases de problemas con estructura multiplicativa. La siguiente tabla ejemplifica lo expresado anteriormente:

Ilustración 11: Ejemplos de traducción con el objeto matemático: estructura multiplicativa. Elaboración propia.

REGISTRO SEMIÓTICO	TRATAMIENTO	REGISTRO SEMIÓTICO
ARITMÉTICO $8+8+8$ $5 \times 4 = 20$ PICTOGRÁFICO 	  	ARITMÉTICO $3 \times 8$ $20 \div 4 = 5$ PICTOGRÁFICO 
REGISTRO SEMIÓTICO	CONVERSIÓN	REGISTRO SEMIÓTICO
ARITMÉTICO $2 \times 3$ FIGURAL 	  	LENGUAJE COMÚN Dos veces tres ARITMÉTICO $2 \times 6 = 12$ $6 \times 2 = 12$ $12 \div 2 = 6$ $6 \div 12 = 2$

### Resolver

Cuando el estudiante tiene clara la representación se evidencia la comprensión del problema. Luego procede a resolverlo para lo cual debe desarrollar procedimientos y operar para llegar a la solución matemática (matematización vertical).

### Argumentar

Dentro de la argumentación se trabajan dos aspectos: la argumentación oral y la argumentación escrita. Es decir que para este proceso el estudiante debe emplear su capacidad para comunicar, explicar y elaborar un discurso matemático. En este proceso el estudiante da una respuesta escrita al problema y verifica con los demás compañeros si su respuesta es la más adecuada.

Los estudiantes deben sustentar sus representaciones, resoluciones y respuestas por medio de exposiciones. A su vez los compañeros intervienen haciendo preguntas, correcciones u observaciones.

### **Formular**

Consiste en que el estudiante al considerar situaciones de su propio contexto piense y escriba problemas similares a los resueltos en clase o a partir de unas condiciones dadas. Es decir que matematicen horizontal y verticalmente al relacionar problemas del mundo real con problemas del mundo matemático que consideren la estructura multiplicativa.

Para desarrollar este proceso se requiere que el estudiante redacte un párrafo introductorio coherente, con datos numéricos claros y que además tenga en cuenta una pregunta que guarde cohesión con dicho párrafo.

### **2.3.7 El objeto matemático: estructura multiplicativa**

Actualmente las nuevas propuestas pedagógicas hacen referencia al término objetos matemáticos, para tratar los antiguos contenidos de una forma integral. Chevallard (como se citó en Godino y Batanero, 1994) define un objeto matemático como "un emergente de un sistema de prácticas donde son manipulados objetos materiales que se desglosan en diferentes registros semióticos: registro de lo oral, palabras o expresiones pronunciadas; registro de lo gestual; dominio de la inscripción, lo que se escribe o dibuja (grafismos, formulismos, cálculos, etc.), es decir, registro de lo escrito"(p.6).

Por lo tanto, el objeto matemático de la estructura multiplicativa que no solo abarca la operación de la multiplicación sino también de la división, debe desglosarse en los diferentes registros semióticos antes mencionados. Esta estructura requiere de mucha atención en la básica primaria porque está considerada dentro del grupo de operaciones básicas. A pesar de que su aprendizaje se inicia desde el grado segundo, muchos estudiantes llegan al conjunto de grados (cuarto y quinto) con serias confusiones.

Por otra parte, se debe profundizar sobre la idea de la estructura multiplicativa para ser conscientes de la enseñanza de la misma. Para este proyecto de investigación se destacan los pensamientos de los siguientes autores:

Vergnaud (1990) da a conocer la estructura multiplicativa como término que hace referencia al campo conceptual en el cual es necesaria una multiplicación, una división o una combinación de ambas, para resolver determinado problema. Dentro de este campo conceptual se entiende la multiplicación como una operación donde las relaciones de base no son ternarias sino cuaternarias, porque los problemas más sencillos de multiplicación y de división implican la proporción simple de dos variables una en relación a la otra.

Carlos Maza Gómez (1991) expone que existe una relación clara entre la multiplicación y la división. Si la multiplicación es interpretada como una acción efectuada sobre dos números para obtener otro, la división expresa el hecho de que se conoce parte de la acción y el resultado y se desconoce el resto de dicha acción. Es decir, en una multiplicación ha de hallarse uno de los factores conociendo el resultado final:  $a \times ? = c$ . Lo cual se escribe como  $c : a = ?$

Segovia y Rico (2011) manifiestan que las operaciones de multiplicar y dividir tienen conexión y se fundamentan en dos nociones más generales. Una de ellas es la de aumentar o

disminuir rápida o considerablemente una cantidad, y la otra agrupar o partir siguiendo un patrón o regularidad.

En vista de las concepciones anteriores, se reconoce que Vergnaud tiene en sus definiciones las más apropiadas para el desarrollo de este proyecto investigativo, porque la multiplicación y la división son operaciones que están ligadas y se requieren para el desarrollo del tipo de problemas que se van a formular en la secuencia didáctica planteada en dicho proyecto.


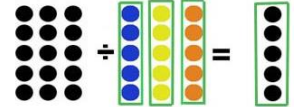

### **2.3.8 Representaciones semióticas del objeto matemático de la estructura multiplicativa**

El objeto matemático de la estructura multiplicativa requiere de unas representaciones semióticas que favorecen su aprendizaje. Estas son el medio del que dispone el ser humano para hacer visibles sus representaciones mentales, es decir el uso de los signos con los cuales se aprende el objeto matemático (Duval, 1995).

Para el trabajo de investigación las representaciones semióticas del objeto matemático que se van a trabajar se sintetizan en el siguiente cuadro:



Tabla 5: Representaciones semióticas para la estructura multiplicativa. Elaboración Propia

Representación	Estructura multiplicativa	
Simbólica	X	÷
Pictográfica		
Figural		
Aritmética	$3 \times 5 = 15$	$15 \div 3 = 5$
Verbal	Hallar el producto, multiplicar, múltiplos, n veces,	Repartir, dividir, divisores, simplificar.

### 2.3.9 Fenomenología del objeto matemático

Cuando se habla de la fenomenología del objeto matemático se hace referencia a las relaciones en este caso, entre las estructuras multiplicativas y el contexto socio-cultural donde los estudiantes pueden aplicar diversos aprendizajes que requieren del uso de dicha estructura.

Por eso, es necesario que el desarrollo del pensamiento numérico en la construcción de cualquier objeto matemático, se organice desde la filosofía pragmática en la cual se debe dar un contacto personal, que active instrumentos semióticos de la matemática y de la persona, desde una visión “antropológica” (D’Amore, 2005).

En su fenomenología la estructura multiplicativa se presenta en diversas situaciones como:

a) Personales y educativas: los estudiantes pueden resolver problemas matemáticos de su vida (comprar en la tienda, juegos de mesa), operaciones con fracciones y decimales, pueden resolver situaciones con elementos de geometría (áreas, perímetros), manejo de medidas (longitud, masa y capacidad) porcentajes, nociones de razón, proporción, función lineal, entre otros.

b) Laborales u ocupacionales: pago de impuestos, cuentas de ahorros en bancos, pagos de salarios, manejos de horarios, liquidación de prestaciones económicas, entre otros.

c) Situaciones públicas o sociales: uso social de elementos comunicativos de las relaciones interpersonales, en los hechos presentados por los medios de comunicación como la radio, la prensa, el internet, la televisión a través del análisis de datos estadísticos, numéricos y gráficos.

#### **2.4 Los problemas con estructura multiplicativa**

Para delimitar el aprendizaje de la estructura multiplicativa y habiendo establecido el proceso general a trabajar que es la resolución y formulación de problemas, además de los procesos específicos: comprender, representar, resolver, argumentar, responder, verificar y formular. También es necesario definir la clasificación del tipo de problemas con los cuales se pretende propiciar el aprendizaje de la estructura multiplicativa.

Dicha clasificación ha sido expuesta por autores como Vergnaud (1991), Maza (1991), Segovia y Rico (2011), entre otros. Estos autores han realizado estudios e investigaciones en matemática desarrollando análisis teóricos sobre las estructuras aditiva y multiplicativa y han promovido la adquisición de los conceptos y las relaciones implicadas en dichas estructuras. Estas aproximaciones teóricas acerca del aprendizaje de la multiplicación en la básica primaria han dado grandes aportes:

Vergnaud (1991) detalla claramente los tipos de problemas multiplicativos que él ha clasificado y demuestra que hasta en la multiplicación más elemental interviene un cálculo relacional referido a cuatro cantidades y varios tipos de operaciones. Este autor define dos grandes categorías de relaciones multiplicativas:

La primera es el **isomorfismo de medidas**: relación cuaternaria entre cuatro cantidades, dos de cierto tipo y dos de otro. Esta relación se puede explicar por medio de problemas de diferentes dificultades y temáticas que al ser representados con las cuatro cantidades existentes son entendidos fácilmente por los niños. Para resolver estos problemas se puede utilizar un esquema de tabla de correspondencia entre dos cantidades y se aíslan las cuatro cantidades particulares.

La segunda es **producto de medida**, que consiste en una relación ternaria entre tres cantidades, de las cuales, una es el producto de las otras dos, tanto en el plano numérico como en el plano dimensional.

A su vez, distingue tres principales formas de problemas multiplicativos: en este sentido surgen problemas de isomorfismo de medidas, de un solo espacio de medidas y producto de medidas cuyo análisis y tratamiento requieren varios tipos de conceptos, procedimientos y representaciones que están conectados entre sí.

### **Isomorfismo de medidas:**

Problemas de multiplicación, de búsqueda del valor unitario y de búsqueda de la cantidad de unidades. Cada uno de estos problemas se subdivide en otras subclases según se manejen números enteros pequeños, grandes, valor unitario decimal, números decimales, valor unitario inferior a 1, números de unidades inferior a 1. Observemos algunos ejemplos que se adaptaron para el presente trabajo:

Tengo tres paquetes de chocolatinas. Hay cuatro chocolatinas en cada paquete. ¿Cuántas chocolatinas tengo?; pagué \$12000 por tres crispetas medianas. ¿Cuál es el precio de una sola crispeta mediana?; Pedro tiene \$12000 y quiere comprar algunos paquetes de chitos que cuestan \$4000 cada paquete. ¿Cuántos paquetes puede comprar?

### **Caso de un solo espacio de medidas:**

Forma de relación multiplicativa que hace intervenir una correspondencia de dos cantidades donde no hay más que una categoría de medidas. Donde un operador-escalar es designado verbalmente por la palabra “veces”. Ejemplo:

Hacen falta dos metros de tela para hacer una falda; hacen falta tres veces más para hacer un conjunto. ¿Cuánta tela se necesita para hacer un conjunto?; se necesitan dos metros de tela para una falda, seis metros para un conjunto. ¿Cuántas veces más requiere un conjunto?

### **Productos de medidas**

Permite distinguir dos clases de problemas: **los de multiplicación**, donde se busca encontrar la medida- producto cuando se conocen las medidas elementales. Ejemplo:

3 muchachos y cuatro muchachas quieren bailar. Cada muchacho quiere bailar con cada muchacha y cada muchacha con cada muchacho. ¿Cuántas parejas posibles hay?

**Los de división:** buscan encontrar una de las medidas elementales cuando se conoce la otra y la medida del producto. Ejemplo:

Un vendedor de helados quiere poner a disposición de los clientes 15 variedades de helados cubiertos de chocolate. Dispone de tres variedades de chocolate. ¿Cuántas variedades de helados debe tener?

A su vez existen otras subclases: producto discreto- discreto, producto continuo- continuo, producto continuo- continuo y noción de medida que para el presente trabajo no se contemplan por su nivel de complejidad.

Maza (1991) clasifica los problemas con estructura multiplicativa en razón, combinación, comparación y conversión.

En los **problemas de razón** se manejan dos datos: unas cantidades y el otro son precios. Ejemplo: ¿Cuánto cuestan tres boletas para entrar a cine, si una cuesta \$4500?

En los **problemas de combinación** se manejan dos tipos de cantidades que se pueden combinar, por ejemplo: en un salón hay ocho columnas y ocho filas. ¿Cuántas sillas hay en el salón?

Los **problemas de comparación** se pueden resolver a partir de adiciones repetidas como el siguiente ejemplo:

Unas crispetas pequeñas cuestan \$6500. Otro más grande cuesta \$13000. ¿Cuántas crispetas pequeñas valen igual que una grande?

Una crispeta grande cuesta \$13000. Cuesta dos veces más que una pequeña. ¿Cuánto cuesta la crispeta pequeña?

**Problemas de conversión:** son aquellos que contienen dos razones como cantidades intensivas. Por ejemplo: hay seis pastillas de caldo en un estuche pequeño. Uno grande tiene tres veces más. ¿Cuántas pastillas hay en el estuche grande?

Un mes tiene cuatro domingos y cada domingo te dan \$2500 para gastar. ¿Cuánto te han dado en un mes?

Por otra parte Segovia y Rico (2011) identifican tres clases de problemas: proporcionalidad simple, comparación multiplicativa y producto cartesiano.

En los problemas de **proporcionalidad simple** subyace una proporcionalidad entre dos magnitudes. En ellos se establecen dos relaciones o correspondencias entre dos cantidades de cada una. Ejemplo: En la mesa hay 4 cajas de lápices. Cada caja contiene 6 lápices. ¿Cuántos lápices hay en total?

**Comparación multiplicativa:** en la comparación de dos cantidades, una de ellas hace el papel de referente y la otra el de comparado o referido. Ejemplo: Juan tiene 6 naranjas. Pedro tiene 4 veces más que Juan. ¿Cuántas naranjas tiene Pedro?

María tiene 60 cintas. Laura tiene 5 veces menos que María. ¿Cuántas cintas tiene Laura?

Después de mostrar los diferentes categorías en que estos tres autores dividen las clases de problemas multiplicativos, para este trabajo investigativo se utiliza la conceptualización de Gerard Vergnaud, porque muestra de manera detallada una clasificación adecuada de los problemas con estructura multiplicativa muy asequibles hacia la metodología a desarrollar en la propuesta, además porque hace una relación conveniente entre multiplicación y división que los estudiantes de grado cuarto y quinto deben reconocer.

Este autor es uno de los referentes más destacados en diversos trabajos investigativos relacionados con la estructura multiplicativa por lo cual se toma como guía para la conceptualización de los tipos de problemas multiplicativos. Sin embargo, Vergnaud (1991) afirma: “algunas de estas subclases son difíciles para la mayoría de los niños” (p.220) por lo cual solo se escogerán los que se relacionan más con los planteados en las pruebas saber.

## **2.5 Perspectiva didáctica para el aprendizaje de la estructura multiplicativa en básica primaria**

Para lograr una articulación coherente entre la perspectiva curricular que se divide en procesos generales y específicos y la perspectiva didáctica, se hace necesario la planeación de tareas específicas que conduzcan al desarrollo y logro del proceso general de resolución y formulación de problemas, buscando alcanzar competencias matemáticas de calidad que contribuyan a mejorar los resultados de las pruebas saber. Estas tareas se planifican teniendo en cuenta los procesos específicos propuestos y hacen parte de la perspectiva didáctica del área de matemáticas.

A continuación, se realiza una breve conceptualización, caracterización y descripción de dicha perspectiva:

La perspectiva didáctica hace referencia a dos aspectos fundamentales: la relación competencia matemática – actividad matemática de aprendizaje del estudiante, en la que se da mayor importancia a la calidad de la actividad matemática del estudiante, es decir, a su aprendizaje y no tanto a la enseñanza; y el otro aspecto son las dos expectativas de aprendizaje que coexisten

y se complementan en el desarrollo de las competencias: las expectativas a corto plazo relacionadas con los objetivos de las tareas matemáticas de la clase, de la unidad o del período académico; y de otro lado, las expectativas de aprendizaje a largo plazo que hacen referencia al desarrollo mismo de las competencias matemáticas del estudiante (García et al., 2015).

### **2.5.1 Expectativas de aprendizaje a corto plazo**

Las expectativas de aprendizaje a corto plazo hacen referencia a los objetivos que se formulan para las tareas matemáticas y con las cuales se desarrollan las competencias matemáticas. Dichos objetivos no se describen en términos de conocimientos sino en términos de actuaciones y son propias de un estudiante cuando usa los conceptos, procesos, representaciones y estructuras matemáticas para dar solución a situaciones problemas contextualizados. De esta manera el desarrollo de competencias matemáticas se convierte en un proceso de enculturación matemática del estudiante (García, 2015).

En el caso de las expectativas de aprendizaje para la estructura multiplicativa se busca que los estudiantes analicen, representen, resuelvan, respondan, argumenten, verifiquen y formulen diferentes clases de problemas con dicha estructura.

### **2.5.2 Expectativas de aprendizaje a largo plazo**

Las expectativas de aprendizaje a largo plazo, como su nombre lo dicen, tienen que ver con varios aspectos que se deben tener en cuenta: por una parte, las tareas matemáticas desarrolladas por los estudiantes requieren desarrollar procesos cognitivos, metacognitivos, afectivos y de tendencia de acción que no se logran de forma inmediata, sino gradualmente. De otro lado, el proceso de enculturación matemática es complejo y prolongado y sus resultados se



pueden apreciar con el tiempo y no de manera inmediata. Por último, se debe tener en cuenta que para leer y escribir matemáticas es necesario representar en matemáticas y esto requiere capacidad para codificar, decodificar, traducir y objetivar la cultura matemática, lo cual se alcanza progresivamente.

Por lo anterior, se puede concluir que la perspectiva didáctica debe reflejar una articulación coherente entre objetivos, tareas, procesos y competencias.

### **2.5.3 Novedad de la perspectiva didáctica**

Para alcanzar esta articulación y como elementos novedosos que se deben tener en cuenta dentro de la puesta en marcha de esta perspectiva didáctica, Bishop (2005) propone los siguientes aspectos: las actividades matemáticas, la comunicación, la negociación y el trabajo colaborativo. Las actividades matemáticas buscan enfatizar el involucramiento del estudiante con las matemáticas y no la presentación del contenido por parte del profesor; la comunicación hace énfasis en el proceso y el producto de compartir significados; la negociación busca enfatizar la asimetría de la relación profesor – alumno en el desarrollo de significados compartidos y el trabajo colaborativo concebido como el trabajo en equipo donde el profesor de forma deliberada estimula el desarrollo de la actividad matemática para pequeños grupos de estudiantes (p. 23).

Dichos aspectos se complementan con la participación, una nueva visión del aprendizaje donde se requiere de la habilidad de comunicarse en el lenguaje de la comunidad matemática y de actuar según sus normas particulares (Sfard, 2008).

Los elementos propuestos por estos autores se pueden resumir en comunicación, negociación y participación donde el aprendizaje es el eje de esta perspectiva didáctica. Finalmente, se puede decir que las expectativas de corto plazo (procesos específicos de la

perspectiva curricular) son el camino a seguir para llegar a las expectativas de largo plazo (procesos generales de la perspectiva curricular). Las expectativas a corto y largo plazo serán claves para tratar de solucionar los problemas manifestados en la perspectiva curricular referente al proceso general de resolución de problemas y los procesos específicos de analizar, representar, resolver, responder, argumentar, verificar y formular en estructuras multiplicativas.

## **2.6 Las tareas matemáticas**

Dentro del ámbito educativo una tarea se ha concebido como una serie de ejercicios dirigidos a los estudiantes para reforzar los contenidos trabajados en clase, con el objeto de que sean desarrollados en casa.

Esta concepción en la actualidad es replanteada por diversos autores, quienes consideran que las tareas matemáticas deben tomarse como secuencias de actividades desarrolladas en una comunidad de aprendizaje con ciertos niveles de complejidad y basados en el grado de escolaridad de los estudiantes. Lupiañez (2009) afirma:

Las tareas son demandas que un profesor plantea a los escolares, que movilizan el conocimiento de éstos sobre un tema matemático determinado, y que concretan los objetivos específicos de este tema matemático en términos de actuaciones. Las tareas implican que un escolar ponga de manifiesto su actitud e interés hacia la propuesta de trabajo y que explicita su conocimiento de unos conceptos y procedimientos determinados y el dominio de determinadas capacidades (p.61).

Según, García et al. (2015) en las tareas matemáticas, el sujeto cognoscente, genera y dirige la actividad hacia el objeto de conocimiento para transformarlo de acuerdo a sus necesidades

sociales e intereses científicos y culturales. A la vez, el objeto actúa sobre el sujeto transformando su conciencia y sus marcos cognitivos. Esta relación dialéctica de influencia recíproca Sujeto – Objeto, es muy importante para la didáctica, toda vez que ofrece un marco filosófico y psicológico para relacionar el interés que subyace al conocimiento escolar con los objetos de conocimiento que circulan en el aula como comunidad de aprendizaje (p.176).

Para García et al. (2015) las tareas matemáticas se caracterizan por:

- Generar actividad matemática de aprendizaje de calidad.
- Incorporar los intereses y experiencias cotidianas de los estudiantes en sus contextos sociales.
- Promover la comunicación y la argumentación en y con las matemáticas
- Estimular la curiosidad del estudiante, su sensibilidad al reto cognitivo para que persistan en el desarrollo y argumentación de sus propuestas de solución.
- Fortalecer el gusto y la inclinación cultural de los estudiantes hacia el aprendizaje y uso social de las matemáticas.
- Estimular la curiosidad del estudiante, su sensibilidad al reto cognitivo para que persistan en el desarrollo y argumentación de sus propuestas de solución.

Teniendo en cuenta esta última mirada, en el presente trabajo se tendrán en cuenta estas características para plantear tareas dentro de la secuencia didáctica con cada uno de los niveles de complejidad sugeridos por García et al. (2015) y cuyo referente conceptual se encuentra en las pruebas PISA (2003). Nos referimos a los niveles de reproducción, conexión y reflexión.

En el nivel de reproducción se permite al estudiante trabajar con operaciones básicas, cálculos y problemas de su entorno. Este primer nivel aproxima al estudiante al significado del objeto matemático.

El nivel de conexión comprende ideas y procedimientos para la solución de problemas planteados. En este nivel el estudiante emplea diversas formas de representación semiótica (codificar, decodificar, traducir), las cuales permiten que el significado del objeto matemático se evidencie.

El último nivel es el de reflexión; que implica la solución de problemas complejos y el uso social del objeto matemático trabajado.

Además de tener en cuenta los niveles de complejidad mencionados, al crear estas tareas matemáticas, es necesario apoyarse en la relación que debe existir entre el sujeto, las tareas y el contexto, como lo recomienda García et al. (2015) cuando afirma: “El propósito de construir sentido para la tarea matemática es esencialmente de naturaleza subjetiva: se trata de lograr que cada estudiante comience a familiarizarse con la utilidad social de las matemáticas” (p.213).

Además, en esta relación (sujeto-tarea-contexto) se considera que a través de diferentes representaciones semióticas es como los estudiantes desarrollan habilidades para resolver problemas matemáticos, en este caso, de la vida diaria.

Adicionalmente, se contempla la relación entre sujeto y las expectativas de aprendizaje. Esta relación tiene que ver con los objetivos planteados para cada tarea a corto plazo, es decir, los procesos que se requieren para conseguir una experiencia de aprendizaje organizado y acorde con la competencia a desarrollar. En el caso de la competencia de resolución y formulación de problemas, las tareas deben asumir expectativas de aprendizaje que contemplen los procesos que

interviene en la resolución de un problema y que hacen parte del aspecto cognitivo que se tendrá en cuenta al evaluar la actividad matemáticas de los estudiantes.

Sin embargo, es necesario evaluar aspectos afectivos, metacognitivos y de tendencia de acción, los cuales hacen parte de las experiencias de aprendizaje: el trabajo cooperativo, la reflexión acerca del aprendizaje, la persistencia, el ánimo con que se desarrollan las tareas, el empeño, esfuerzo y dedicación que se emplea para conseguir los objetivos de las tareas planteadas. Todos estos aspectos intervienen en experiencias de aprendizaje que cobran sentido para los estudiantes y permitirán alcanzar la competencia matemática señalada.

### **2.6.1 Las tareas matemáticas con base en situaciones didácticas**

Con el fin de lograr tareas pertinentes para el aprendizaje del objeto matemático de estructura multiplicativa a través de la resolución y formulación de problemas es importante tener en cuenta la teoría de las situaciones didácticas, definidas como modelos de interacción entre un sujeto y un medio determinado. Estas situaciones están mediadas por el profesor quien planifica actividades problematizadoras, cuya resolución es la que propicia un efecto de aprendizaje.

Dentro de una situación didáctica deben darse los siguientes momentos en forma secuencial:

Acción: donde los estudiantes individualmente o en pequeños grupos deben resolver problemas genuinos y de gran interés para ellos con el propósito de adquirir nuevos aprendizajes.

Formulación: actividad grupal donde los estudiantes comparten sus experiencias en la construcción del saber matemático.

Validación: los estudiantes argumentan las soluciones dadas al problema. Se interactúa con el docente y los demás estudiantes para darle validez y solución al problema planteado.

Institucionalización: Se presentan oficialmente los resultados, se expone lo que ya está validado (Brousseau, 2007).

## **2.7 Secuencias didácticas**

Al plantear las tareas matemáticas pertinentes para el aprendizaje de la estructura multiplicativa a través de resolución y formulación de problemas, dichas tareas deben estar establecidas en una secuencia didáctica que le proporciona una organización y encadenamiento a las mismas.

Según (Tobón, Pimineta, y García, 2010) las secuencias didácticas son “conjuntos articulados de actividades de aprendizaje y evaluación que, con la mediación de un docente, buscan el logro de determinadas metas educativas, considerando una serie de recursos” (p.20).

Dichas actividades deben establecerse en el caso de este proyecto de grado considerando los procesos específicos para resolver problemas y por momentos como lo sugiere Tobón, et al. (2010):

- ✓ Entrada o inicio.
- ✓ Desarrollo.
- ✓ Terminación, salida, cierre o conclusiones.

Atendiendo a este concepto, se planteará una secuencia didáctica en la cual se tiene en cuenta una competencia específica del área de matemáticas: resolución y formulación de problemas, unas expectativas a largo plazo: resolución y formulación de problemas con estructura multiplicativa y a corto plazo: analizar, representar, resolver, responder, argumentar, verificar y formular y unas tareas enlazadas y siguiendo niveles de complejidad que además del aspecto

cognitivo, abarquen lo afectivo y metacognitivo. Buscando garantizar el aprendizaje del objeto matemático en cuestión.

### **3. Diseño de la propuesta metodológica**

#### **3.1 Tipo de investigación**

El proyecto de investigación, según la naturaleza de los datos utilizó una metodología mixta, es decir cuantitativa –cualitativa. Cuantitativa porque a través de ella se recogieron y analizaron datos sobre variables que se obtuvieron en la prueba diagnóstica inicial y final, también en las fichas individuales de resolución de problemas y las pruebas de formulación de problemas en cada una de las sesiones de la secuencia didáctica. Luego se realizó un análisis descriptivo de esos datos numéricos para luego, interpretarlos y realizar las hipótesis.

También posee un diseño cualitativo ya que se orienta más al proceso de la obtención de resultados y se utilizó el análisis de conversaciones de los estudiantes en cada sesión por medio de los registros filmicos para conocer cómo se relacionaban los estudiantes entre sí, su relación con el objeto de conocimiento y su comportamiento en cada sesión. Además, se realizó una reflexión sobre cada actividad hecha por los estudiantes y los docentes investigadores en cada sesión de la secuencia didáctica.

De acuerdo a lo anteriormente expuesto, Monje Álvarez (2011) afirma que las dos metodologías ofrecen elementos importantes, tienen límites y tienen posibilidades en el conocimiento, explicación y comprensión de la realidad social y no solo se pueden integrar sino que necesariamente deben complementarse. Mientras que Dalle, Boniolo, Sautu y Elbert (2005) exponen que los métodos de investigación y las técnicas de producción de los datos pueden ser

utilizados al mismo tiempo en relación al conjunto de metodologías ya sea, cualitativa o cuantitativa.

### **3.2 Caracterización de la población (participantes)**

La población a la que se dirigió esta propuesta didáctica está constituida por niños y niñas de grado cuarto de básica primaria. Son 32 estudiantes distribuidos en 20 niños y 12 niñas, cuyas edades promedio son de 9 años. La mayoría son estudiantes que están en la institución desde tercero de primaria, solo 7 estudiantes son nuevos que se matricularon el año anterior en grado cuarto (4 niñas y 3 niños).

### **3.3 Instrumentos de recolección de información**

Se utilizaron los siguientes instrumentos para la recolección de datos y análisis de información: Prueba diagnóstica inicial y final (que es la misma)

- ✓ Registros filmicos.
- ✓ Rejillas de observación.
- ✓ Fichas individuales de resolución de problemas.
- ✓ Pruebas individuales de formulación de problemas.

### **3.4 Métodos, técnicas, estrategias**

Para iniciar el trabajo investigativo se partió de una prueba diagnóstica tipo ICFES donde se presentó al comienzo del texto una situación problemática para conocer el contexto de la prueba (ver anexo n°1). Luego los estudiantes respondieron 10 preguntas de selección con única respuesta. Además, hicieron una representación, una operación y una respuesta. Seguidamente para la



pregunta 11 los estudiantes formularon un problema de acuerdo con unos datos presentados. El diagnóstico se analizó a partir de una matriz para describir los niveles de desempeño de los estudiantes al resolver problemas con estructura multiplicativa y se hizo en forma individual.

A partir de los resultados de esta prueba, se diseñaron y aplicaron cinco sesiones de una secuencia didáctica (ver anexo n°2). La cual contempló los siguientes aspectos:

Tabla 6: Diseño sintetizado de la secuencia didáctica. Elaboración propia

<b>Situación problematizadora macro:</b> Salida a cine a un centro comercial cercano de la institución educativa					
<b>Competencia matemática:</b> Resolución y formulación de problemas					
<b>Proceso general:</b> Resolución, tratamiento y formulación de problemas con estructura multiplicativa					
<b>Procesos Específicos:</b> Analizar, representar, resolver, responder, argumentar, verificar y formular					
<b>Grado:</b> 4°					
<b>Objetivos:</b> Resolver y formular problemas con estructura multiplicativa. Utilizar actividades de la vida diaria en situaciones didácticas para favorecer los aprendizajes de multiplicación y división.					
<b>Tiempo</b>	25 horas distribuidas en un mes (una sesión por semana)				
<b>Recursos</b>	Calculadora, billetes didácticos, fotocopias, televisor, Video proyector, crispetas y dulces.				
<b>Espacios</b>	Salón de clases, centro comercial y el patio de la escuela.				
<b>Tipo de evaluación</b>	Evaluación metacognitiva Autoevaluación Prueba tipo ICFES				
	# de la sesión	Escenario particular	Entrada	Desarrollo	Cierre
	#1	Organización de la salida			
	#2	Crispetas y gaseosas			
# de sesiones	5	#3	Los combos que venden en el cine		
		#4	Las boletas de entrada y los recibos de compra de combos		
		#5	Simulación del cine		

Al finalizar la última sesión de la secuencia didáctica se aplicó nuevamente la prueba que se hizo al comienzo del trabajo (ver anexo n°1) y se analizó con las matrices que se utilizaron en el diagnóstico (ver tabla n°6 y n°8).

Cada sesión se grabó en video y con toma de fotografías. La secuencia y cada una de sus sesiones fueron analizadas por medio de matrices (ver tabla n°10 y n°16) y rejillas de observación para finalmente llegar a conclusiones y recomendaciones.

### **3.5 Consideraciones éticas**

Los padres de familia fueron informados en una reunión del trabajo a desarrollar con los estudiantes. Además, se firmó por parte de ellos, un formato de consentimiento informado. (Anexo n°4).

### **3.6 Contexto**

Este trabajo de investigación se realizó en la Institución Educativa Humberto Jordán Mazuera (sede central), ubicada en el sur oriente de Cali, en el barrio Ricardo Balcázar de la comuna 13 en el Distrito de Agua blanca. Este barrio colinda con los barrios el Pondaje, Villa del

lago, Ulpiano Lloreda, Urbanización El Laguito, Villa blanca y el asentamiento Belisario Betancur. En el siguiente cuadro se describe la institución en forma general:

Tabla 7: Contexto I.E. Humberto Jordán Mazuera. Elaboración Propia

<b>INSTITUCION EDUCATIVA HUMBERTO JORDAN MAZUERA</b>	
<b>POBLACION ESTUDIANTIL</b>	2.774
<b># DE PROFESORES</b>	65 docentes 4 directivos
<b>ESTRATO SOCIAL DE LOS ESTUDIANTES</b>	1. Bajo-bajo 2. Bajo 3. Medio-bajo
<b>JORNADAS</b>	Diurna: mañana y tarde. Nocturna. Sabatina.
<b>CIUDAD Y COMUNA</b>	Santiago de Cali. Comuna 13
<b>INFRAESTRUCTURA</b>	En total por toda la institución existen 4 restaurantes, 3 salas de sistemas, 6 oficinas, 37 salones, 1 sala de maestros, 5 espacios recreativos, 14 baños. Una parte se la sede Miguel Camacho remodelada, internet en un 18 %, 72% de energía, 63% de agua.
<b>SEDES</b>	1. Humberto Jordán Mazuera. 2. Miguel Camacho Perea 3. Villa Blanca 4. Charco Azul
<b>NIVELES EDUCATIVOS</b>	Preescolar Básica primaria Básica secundaria Media Ciclos para adultos. Aceleración del aprendizaje y brújula.

Después de vislumbrar a grandes rasgos como es la institución Humberto Jordán Mazuera, y para proseguir con el análisis de la situación institucional, cabe señalar el reconocimiento que se le ha hecho como institución etno educativa y de ahí el cambio del PEI (proyecto educativo institucional) al PEC (proyecto etno educativo comunitario), también el acompañamiento de diversas organizaciones como Red Papaz, Cisalva, Corpoltin y jornadas complementarias que están contribuyendo en los procesos de convivencia, así mismo la

capacitación de los docentes en programas como Masterful, Tita entre otros y para los estudiantes de la media está el CASD, donde se capacitan en la parte técnica.

Por otra parte, es preciso recalcar que la institución está conformada por estudiantes en su mayoría afro descendientes, niños y jóvenes que están directamente afectados por la difícil situación socioeconómica de la Comuna 13: pobreza, desempleo, abandono, maltrato y violencia. Pero a pesar de estas dificultades se manifiesta alegría, entusiasmo y perseverancia en la mayoría de ellos.

En muchos casos los estudiantes provienen de familias disfuncionales, madres cabeza de familia, niños que dejan al cuidado de sus tíos, abuelos o primos porque sus padres por lo general se dedican a trabajos informales “el rebusque” situación que conlleva a que permanezcan y se atiendan solos, siendo uno de los factores que incide en el bajo desempeño académico y dificultades disciplinarios de los educandos.

Otros problemas que aquejan a algunos estudiantes son los embarazos en adolescentes, consumo de sustancias psicoactivas y algunos inconvenientes de intolerancia.

Pasando ahora a un referente que muestra la institución a nivel interno como lo es la infraestructura, en los últimos 10 años ha tenido mejoras en un 15 % en relación a aulas y oficinas, se cuenta con un espacio adecuado para prestar el servicio de restaurante escolar, pero hay deficiencia en el mobiliario de los salones, la cantidad no es correspondiente al número de estudiantes y en un alto porcentaje se encuentran en muy mal estado.

No existen zonas verdes, ni canchas deportivas, y en el caso de la sede central que es el lugar específico de este trabajo se presentan altos niveles de ruido porque los estudiantes deben hacer educación física en el patio que da al frente de todos los salones. De igual forma faltan

laboratorios y sala de audiovisuales, se cuenta con compilaciones de libros como la colección semillas y otra de gases de occidente, pero no existe una biblioteca como tal.

El aula de sistemas se encuentra dotada, sin embargo el servicio de internet es insuficiente, hay portátiles pero no existe un espacio para adecuarlos, se encuentran todos en unas maletas. En cuanto, a servicios públicos (energía, acueducto y alcantarillado) la comuna presenta deficiencia, hay poca iluminación y el flujo de agua es escaso.

En el al campo deportivo no hay escenario para que los chicos afloren sus talentos, se cuenta con un potencial humano enorme con grandes capacidades en atletismo, fútbol, lucha, boxeo, levantamiento de pesas, entre otros. Deportes que se ven obligados solo a practicar por fuera de la institución.

Adicional a lo anterior, contamos con estudiantes que sobresalen en la parte cultural y artística, en actividades como danzas, pintura, murales, peinados típicos, banda marcial, grupo de teatro y música urbana.

## **4. Análisis y resultados**

### **4.1 Análisis de la prueba inicial**

Antes de diseñar la secuencia didáctica se realizó una prueba inicial (diagnóstica), que también se realizó al finalizar la secuencia. Para hacer la recolección de información y el análisis de la misma, se elaboraron dos matrices descriptivas de los niveles de desempeño de los estudiantes al resolver y al formular problemas. Aparte de las matrices, también se narraron los aspectos más destacados en los procesos específicos mencionados en el marco teórico y por último se compararon dichos resultados.

A continuación, se presenta la matriz para describir los niveles de desempeño de los estudiantes en el proceso de resolver problemas con estructura multiplicativa:

Tabla 8: Matriz descriptiva de niveles evaluados en prueba diagnóstica. Elaboración Propia

Matriz para describir los niveles de desempeño de los estudiantes al resolver problemas con estructura multiplicativa		
Niveles	Rangos de puntaje	Un estudiante en este nivel...
Avanzado	4.0 -5.0	Analiza, representa, realiza el algoritmo y da una respuesta correcta.
Satisfactorio	3.4 - 3.9	Analiza, resuelve el problema adecuadamente utilizando otro tipo representaciones diferentes al algoritmo y da una respuesta correcta.
Mínimo	2.7-3.3	Analiza, representa el problema, no realiza la operación y su respuesta es incorrecta.
Insuficiente	1-2.6	No realiza el análisis, por lo tanto, la operación, la representación y la respuesta es incorrecta.

### Descripción de la actividad diagnóstica en resolución de problemas:

#### Problema 1: Multiplicación: con números enteros pequeños

En el primer problema planteado están en el nivel avanzado 26 estudiantes, lo cual indica que analizan, representan, realizan el algoritmo y dan una respuesta correcta. En el nivel satisfactorio está un estudiante que usó la adición reiterada para resolver el problema. En el nivel mínimo se encuentra un estudiante que analizó el problema correctamente, planteó el algoritmo, pero al resolverlo demostró dificultad al no tener en cuenta que cuando termina de multiplicar debe colocar el número completamente y en este caso omitió las decenas. En el nivel insuficiente se encuentran 4 estudiantes: uno de ellos erró en el análisis y planteó una división para resolver el

problema. Los otros tres realizaron una representación gráfica incorrecta lo cual los condujo a una respuesta errónea.

### **Problema 2: Multiplicación: con números enteros grandes**

En el nivel avanzado estuvieron 12 estudiantes. En el nivel satisfactorio se ubicaron 2 estudiantes quienes usaron representaciones diferentes al algoritmo para encontrar la respuesta correcta al problema, es decir que logran hacer tratamiento del registro semiótico aritmético. El primero de ellos usó la adición reiterada y el segundo también, pero con doble conteo. En el nivel mínimo estuvieron 7 estudiantes, quienes demostraron un análisis correcto del problema, pero al dar solución al algoritmo multiplicativo no tuvieron en cuenta que al ser una multiplicación por dos cifras inicialmente se multiplica por las unidades y luego por las decenas. Por lo cual dejaron la multiplicación incompleta, donde omitieron multiplicar por las decenas. En el nivel insuficiente se ubican 11 estudiantes. De ellos 7 no analizaron el problema correctamente, por lo cual realizaron una adición, operación que no correspondía para resolver el problema.

### **Problema 3: división: búsqueda del valor unitario**

En este problema en nivel avanzado se ubicaron 14 estudiantes. En el nivel satisfactorio estuvieron 9 estudiantes, donde 3 por medio de una representación tabular encontraron la respuesta correcta, 5 usaron la adición reiterada y un estudiante usó el algoritmo multiplicativo. En el nivel mínimo se encontró una estudiante. Esta estudiante planteó la operación apropiada que corresponde a una división, pero al realizar el proceso de resolución del algoritmo le quedó

incompleto. En el nivel insuficiente se ubicaron ocho estudiantes, 6 de ellos plantearon la operación de multiplicación, lo cual no corresponde a la resolución del problema y por lo tanto a la respuesta fue inadecuada. En cuanto a los otros dos, uno de ellos realizó una representación gráfica de conjuntos que no tenía ninguna relación con el problema y escogió la respuesta correcta demostrando que fue seleccionada al azar. El otro estudiante opta por escoger una respuesta al azar incorrecta y no planteó ninguna representación.

#### **Problema 4: División: búsqueda de cantidades de unidades**

En el nivel avanzado no se ubicaron estudiantes. En el nivel satisfactorio se ubicaron ocho estudiantes. Cinco de ellos realizaron una adición para encontrar la respuesta, uno realizó una representación tabular y dos hicieron una multiplicación donde por ensayo y error encontraron la respuesta. En el nivel mínimo se ubicaron 3 estudiantes. Algunos estudiantes realizaron representación tabular, pero fallaron al aplicar el algoritmo: se puede observar que intentaron realizar una correspondencia entre el valor de una chocolatina e ir aumentando el valor con dos, tres y así sucesivamente. Este planteamiento estuvo correcto, pero fallaron al adicionar. En vez de adicionar 2500, adicionaron 1500; otro solo aumento 2000 en la segunda chocolatina lo cual hizo que al realizar las otras adiciones a pesar de ser correctas no concordaron con la respuesta apropiada. El otro caso es de un estudiante que realizó representación aditiva, pero en vez de contar 30, conto 35 y omitió las decenas al finalizar la adición.

En el nivel insuficiente se ubicaron 21 estudiantes. En este problema se evidenció gran dificultad porque muchos estudiantes manifestaron no entender el problema por lo cual al tener en cuenta su esfuerzo, dedicación y concentración en este diagnóstico se les sugirió dejarlo sin



respuesta. Un total de 12 estudiantes no le asignaron respuesta. Cuatro estudiantes realizaron representaciones que nada tenían que ver con el problema planteado, 4 estudiantes eligieron opciones al azar para la respuesta y un estudiante tomó los datos mecánicamente planteando una multiplicación que no resolvió adecuadamente porque al parecer lo que hizo fue sumar y luego dar una respuesta que no concordaba con lo que concibió en la operación, igualmente eligió una opción al azar.

### **Problema 5: De regla de tres**

En este problema ningún estudiante estuvo en nivel avanzado, 7 estudiantes se ubicaron en el nivel satisfactorio. De ellos 5 usaron la adición reiterada para encontrar la respuesta, uno usó una representación tabular y el otro un gráfico de conjuntos. Un solo estudiante se ubicó en el nivel mínimo. En el nivel insuficiente estuvieron 24 estudiantes, de ellos 6 estudiantes escogieron la respuesta correcta, pero se evidencia una selección al azar porque no hicieron una representación del planteamiento para encontrar la respuesta, 4 estudiante manifestaron no entender el problema por lo cual no lo resolvieron y 14 estudiantes eligieron operaciones que no correspondían para dar solución al problema como adición, división y adiciones reiteradas.

### **Problema 6: Un solo espacio de medida**

En el nivel avanzado se situaron 21 estudiantes porque contestaron correctamente y realizaron el algoritmo correspondiente. En el nivel satisfactorio se establecieron 7 estudiantes quienes realizaron una representación de adición reiterada. En el nivel medio estuvieron dos estudiantes que analizaron correctamente el problema, hicieron el algoritmo acertado, pero uno de ellos falló en el proceso multiplicativo, en este aspecto omitió las decenas que llevaba y escribió

un 3 en vez de cuatro. El otro al realizar una adición reiterada agregó un cero de más al final de la cifra. En el nivel insuficiente se encontraron dos estudiantes que eligieron una respuesta al azar sin plantear representación.

### **Problema 7: Un solo espacio de medida**

En este problema se ubicó un estudiante en nivel avanzado. Cinco estudiantes estuvieron en nivel satisfactorio, cuatro de ellos plantearon una representación de adición reiterada para encontrar la respuesta y el quinto realizó un doble conteo. De esta forma los cinco estudiantes determinaron la cantidad de veces que repitieron las cifras y así establecieron la respuesta correcta. En el nivel medio se encontró una estudiante que a través de la adición reiterada resolvió la situación, pero eligió la opción incorrecta en la respuesta. En el nivel insuficiente se situaron 25 estudiantes, cinco de ellos eligieron la respuesta correcta sin realizar ninguna representación por lo cual se concluye que existe la probabilidad de que fue una elección al azar. Otros seis seleccionaron una opción incorrecta y tampoco plantearon una representación. Una estudiante manifestó no entender el problema por lo cual no lo resolvió y 13 estudiantes realizaron algoritmos incorrectos para dar solución al problema: adición, multiplicación y resta, operaciones que no tenían relación con lo planteado en el problema.

### **Problema 8: Producto de medidas**

En nivel avanzado se encontraron 11 estudiantes que realizaron una multiplicación para encontrar la respuesta y la opción correcta. En el nivel mínimo se situó una estudiante quien realizó

un análisis correcto, pero al dar la respuesta escrita no lo hizo adecuadamente, al elegir la opción donde escogió la respuesta que dice seis opciones. En el nivel insuficiente se encontraron 20 estudiantes. De estos, 13 se limitaron a contar los sabores de gaseosa que habían, pero no tuvieron en cuenta los 3 tamaños de las mismas para poder realizar las combinaciones, por lo cual se ciñeron a dar una respuesta sin realizar ninguna representación o efectuaron operaciones al azar para escoger alguna opción sin tener ningún tipo de coherencia. Una estudiante manifestó no entender el problema por lo cual no lo resolvió y otros seis escogieron opciones al azar.

### **Problema 9: Producto de medidas**

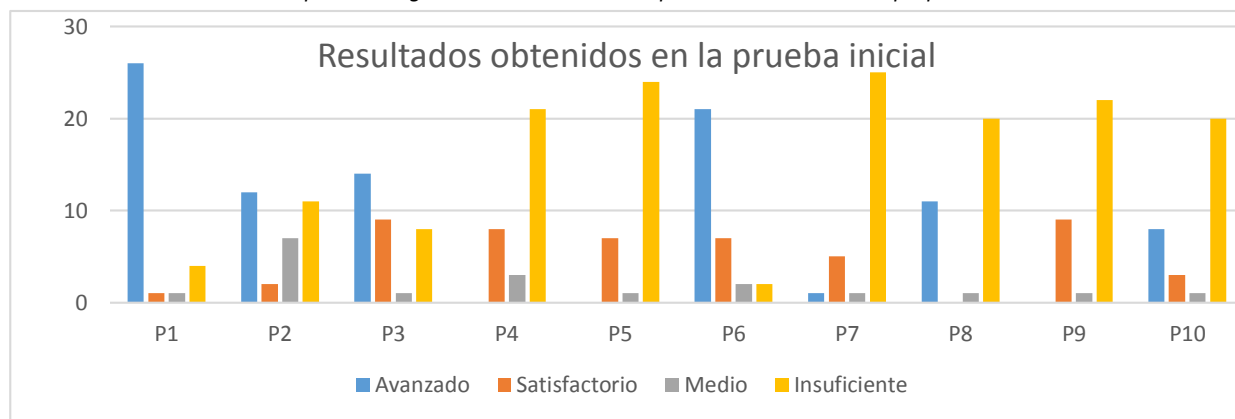
En este problema se evidenció enorme dificultad a la hora de realizar el análisis, la representación y la respuesta. Solo 9 estudiantes se ubicaron en el nivel satisfactorio donde 5, por medio de una representación gráfica: dibujando palitos resolvieron el problema correctamente. Los otros 4 al parecer realizaron un cálculo mental porque no escribieron ninguna operación o representación y dieron la respuesta correcta. En el nivel mínimo estuvo un estudiante que realizó el análisis adecuado, pero falló a la hora de realizar la representación porque al calcular el número de veces que se debía repetir el dos, era seis veces y lo repite solo cuatro veces por lo que no obtuvo la respuesta correcta. En el nivel insuficiente se ubicaron 22 estudiantes quienes realizaron operaciones que no correspondían al análisis correcto del problema: seis estudiantes realizaron una suma de 4 más 2, cuatro multiplicaron 2 por 4, tres dividieron 24 entre 4, dos realizaron varias multiplicaciones o divisiones, trataron de encontrar la respuesta pero se notó que se hizo al azar sin un análisis correcto. Seis estudiantes buscaron obtener la respuesta correcta con alguna

operación que les diera la opción verdadera: uno restó 24 menos 12, otros 14 menos 2, uno sumó 10 más dos. Un estudiante manifestó no entender el problema.

### Problema 10: Producto de medidas

En este problema 8 estudiantes se situaron en el nivel satisfactorio, porque lograron establecer la respuesta correcta y realizaron el algoritmo adecuado. En el nivel satisfactorio se situaron 3 estudiantes, dos de ellos para llegar a la respuesta correcta realizaron un doble conteo y adición reiterada, el otro por medio de adición reiterada halló la respuesta correcta. En nivel mínimo se situó un estudiante porque realizó el análisis y el algoritmo correcto, pero cuando lo resolvió al ser una multiplicación de dos cifras omitió el espacio que se debe dejar para multiplicar por las decenas. Esta situación incide en una respuesta equivocada. En el nivel insuficiente quedaron 20 estudiantes donde algunos solo escogieron la respuesta sin realizar ninguna representación, otros realizaron adición, multiplicación o división con números al azar tratando de obtener una de las opciones dadas y 4 de estos estudiantes manifestaron no entender el problema. El siguiente gráfico ilustra los resultados antes descritos:

Ilustración 12: Resultados de la prueba diagnóstica en resolución de problemas. Elaboración propia.



En la gráfica se observó que los problemas con mayor dificultad son el 4, 5, 7, 8, 9 y el 10. Los de isomorfismo de medidas relacionados con la división para búsqueda del valor de unidades, los de un solo espacio de medidas para encontrar las veces que se repite un número, el de comparación donde se deben encontrar las combinaciones posibles de un producto.

Estos resultados nos permitieron inferir que las mayores dificultades están en problemas con los cuales los estudiantes no están familiarizados, mientras que en el uno y el seis los estudiantes poseen fortalezas por ser situaciones que manejan con regularidad en el aula. Por lo tanto, fue necesario enfocar la secuencia didáctica al aprendizaje de problemas con estructura multiplicativa en los cuales los estudiantes no estén tan habituados para que así tengan una comprensión más amplia de dicha estructura y su funcionalidad en diversas situaciones.

A continuación, se presenta la matriz descriptiva de los niveles de desempeño para la formulación de problemas con estructura multiplicativa, la tabla de resultados y su descripción:

Tabla 9: Matriz de niveles para evaluar formulación de problemas en la prueba diagnóstica

Matriz para describir los niveles de desempeño de los estudiantes al formular problemas con estructura multiplicativa		
Niveles	Rangos De Puntaje	Un estudiante en este nivel...
Avanzado	4.0 -5.0	Redacta un problema apropiado a los gráficos o datos proporcionados teniendo en cuenta la coherencia del texto, el uso de datos numéricos, una pregunta clara y lo sustenta a través de su resolución. (operación y respuesta)
Satisfactorio	3.4 - 3.9	Redacta un problema apropiado a los gráficos o datos proporcionados teniendo en cuenta el uso de datos numéricos, lo sustenta a través de su resolución (operación y respuesta) pero no hay una escritura coherente ni una pregunta clara.
Mínimo	2.7-3.3	Redacta un problema sin tener en cuenta los gráficos y datos proporcionados. Tiene coherencia en el texto, usa datos numéricos, la pregunta no es clara y no lo sustenta.
Insuficiente	1-2.6	No es coherente al plantear un problema según los datos y los gráficos proporcionados. El uso de datos numéricos, la pregunta y la sustentación a través de su resolución (operación y respuesta) no son correctos.

### Tabla resumen de los resultados obtenidos en la formulación de problemas

Tabla 10: Resumen de resultados de prueba diagnóstica en formulación de problemas.

Resultados obtenidos en la formulación de problemas					
NIVEL	A	S	M	I	Total de estudiantes
# de estudiantes	12	1	4	15	32

### **Descripción de la actividad diagnóstica en invención de problemas**

En el nivel avanzado se situaron 12 estudiantes que plantearon problemas apropiados a los gráficos o datos proporcionados y tuvieron en cuenta la coherencia del texto, usaron datos numéricos, una pregunta clara y lo sustentaron a través de su resolución. (Operación y respuesta). En 8 casos se observó mayor nivel de complejidad en el planteamiento porque debían resolver el problema con dos operaciones adición y multiplicación.

En el nivel satisfactorio se encontró un estudiante que planteó un problema apropiado con los datos y lo sustentó a través de la operación para resolverlo, pero evidenció dificultades con la ortografía: unió palabras, omitió letras y le faltó concordancia al escribir palabras en plural. En el nivel medio se situaron cuatro estudiantes, uno de ellos redactó un problema apropiado a los gráficos o datos proporcionados y lo sustentó correctamente a través de su resolución por medio de adiciones reiteradas, en cambio los otros dos no tuvieron en cuenta los gráficos y datos que se sugirieron para plantear el problema, sino que usaron otros completamente distintos, pero cumplieron con la redacción y el uso de la multiplicación para resolver el problema. El cuarto estudiante redactó un problema que se puede resolver con división, pero no logró hacer la operación adecuadamente.

En el nivel insuficiente estuvieron 15 estudiantes quienes intentaron construir el problema pero omitieron datos numéricos y tuvieron algunos problemas con la redacción y la coherencia en el párrafo central del texto, también presentaron errores de ortografía, al redactar la pregunta del problemas omitieron los signos de interrogación, en las cifras que expresan dinero omitieron el signo pesos, algunos no escribieron la pregunta para el problema, o lo que plantearon no tenía

ninguna relación con la operación que escribieron para resolver el problema. Cuatro de estos estudiantes no tuvieron en cuenta la operación de multiplicación para realizar los problemas sino que hicieron problemas que se resolvían con adición.

Teniendo en cuenta los resultados de este diagnóstico se dio prioridad al aprendizaje en formulación y resolución de problemas con división: búsqueda de cantidad de unidades, producto de medidas, regla de tres y un solo espacio de medidas. Se planteó una secuencia didáctica que abordó diferentes actividades, buscando que el aprendizaje de los estudiantes mejorara en los aspectos donde se encontró el mayor número de insuficientes.

#### **4.2 Análisis de las sesiones de la secuencia didáctica**

Al igual que en la prueba inicial, para el análisis de cada sesión de la secuencia se elaboraron dos matrices que describen las categorías de los procesos de resolver y formular problemas. Además, para cada sesión se realizó una rejilla de observación donde se detallan los procesos cognitivos para la resolución de problemas: comprender, representar, resolver y responder.

Cabe anotar que los procesos específicos de argumentar y verificar a pesar de no estar contemplados en las rejillas de observación de cada sesión, más adelante se describen de forma general dentro del análisis macro de la secuencia didáctica. Esto debido a que dichos procesos también hacen parte de la competencia general de comunicar y el análisis de esta secuencia se



centra en los procesos escritos realizados por los estudiantes en la resolución y formulación y de problemas.

Además de la rejilla para analizar la resolución, también se elaboró otra rejilla para analizar el proceso de formular mediante los procesos cognitivos de: proponer, redactar, identificar datos numéricos y escribir una pregunta. Estas rejillas se analizaron mediante las categorías de: lo cumple, lo cumple parcialmente y no lo cumple. Inicialmente se muestran la matriz y las rejillas con los respectivos resultados del proceso de resolver problemas, además de una descripción de cada uno de los procesos específicos desarrollados y la interpretación de los datos por sesión. Luego se muestra una matriz de la descripción del proceso de formular problemas, una rejilla con los resultados de todas las sesiones, la descripción de los diferentes procesos específicos y la interpretación de los resultados.

### 4.2.1 Análisis del proceso de resolver problemas en cada sesión

Tabla 11: Categorías de análisis para la resolución de problemas. Elaboración Propia.

Cuadro Descriptivo de categoría de análisis para la resolución de problemas				
CATEGORÍA	DESCRIPCIÓN	NIVELES / VALORACIÓN		
		Lo cumple	Lo cumple parcialmente	No lo cumple
<b>COMPRESIÓN</b>	Lee comprensivamente los problemas, Identifica los datos numéricos y explica los problemas con sus propias palabras	Se concentra en la lectura, comprende el vocabulario del texto, responde adecuadamente preguntas relacionadas con el problema.	Falta mayor nivel de concentración durante la lectura, a veces no entienden palabras o frases del texto, falta claridad en las respuestas de algunas preguntas relacionadas con el problema.	No se concentra en la lectura, desconoce el vocabulario del problema y no responde adecuadamente preguntas relacionadas con el problema.
<b>REPRESENTACIÓN</b>	Plantea la operación, gráfico o tabla según el tipo de problema y escribe los datos numéricos correspondientes.	Escribe los datos numéricos correspondientes y plantea una representación adecuada para resolver el problema.	La representación está incompleta.	Presenta datos numéricos mal escritos y la representación no corresponde al problema planteado o no la hizo.
<b>RESOLUCIÓN</b>	El resultado de las operaciones de multiplicación y división es correcto.	Multiplica o divide abreviadamente por cifras seguidas de ceros Maneja las tablas de multiplicar Maneja adecuadamente el valor posicional Suma productos parciales para hallar el producto total	Presenta dificultades con las tablas de multiplicar, al organizar los números según el valor posicional y al sumar productos parciales.	No multiplica o divide abreviadamente por cifras seguidas de ceros No maneja las tablas de multiplicar No maneja adecuadamente el valor posicional No suma productos parciales para hallar el producto total.
<b>RESPUESTA</b>	Escribe la respuesta al problema acorde con el interrogante planteado en el problema	Redacta una respuesta coherente con el interrogante planteado en el problema.	Falta claridad al redactar la respuesta a la pregunta planteada en el problema.	No hace la respuesta para el problema o la respuesta es incoherente con el interrogante.

### Rejilla de recolección datos de la sesión uno

Esta rejilla de datos consta de cuatro procesos específicos y 11 criterios delimitados según cada proceso. Para el proceso de comprender y sus criterios se hizo necesario analizar los seis problemas codificados como: pa, pb, pc, pd, pe y pf. En el proceso de representar se hizo necesario

analizar por separado los problemas a y f que tenían operaciones compuestas de los problemas b, c, d y e que manejaban una sola operación.

Tabla 12: *Rejilla de recolección de datos sesión uno. Elaboración propia.*

ASPECTOS	COMPETENCIAS	PROCESOS	Criterio	Problema	NIVELES		
					Lo cumple	Lo cumple parcialmente	No lo cumple
COGNITIVO	FORMULACIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	COMPRENDER	Lee comprensivamente los problema	Pa	30		2
				Pb	30		2
				Pc	30		2
				Pd	30		2
				Pe	30		2
				Pf	2		30
			Identifica los datos numéricos.	Pa	25	4	3
				Pb	25	4	3
				Pc	25	4	3
				Pd	25	4	3
				Pe	25	4	3
				Pf	2	6	24
			Explica los problema con sus propias palabras	Pa	30		2
				Pb	30		2
				Pc	30		2
		Pd		30		2	
		Pe		30		2	
		Pf		2		30	
		REPRESENTAR	Escribe una suma y una multiplicación utilizando adecuadamente los datos numéricos	P: a, f		13	19
				P:b,c,d,e.	21	6	5
		RESOLVER	Multiplica abreviadamente por cifras seguidas de ceros		2	1	29
				Maneja las tablas de multiplicar	26	3	3
				Tiene en cuenta la propiedad modulativa de multiplicación	25	3	4
				Maneja adecuadamente el valor posicional de los factores y los productos parciales.	23	3	6
				Suma productos parciales para hallar el producto total	20	8	4
		RESPONDER	Escribe la respuesta al problema acorde con el interrogante planteado en el problema		22	6	4

## **Descripción de cada proceso durante la sesión uno**

### **Comprender**

Durante la lectura de los problemas 4 estudiantes mantuvieron poco nivel de concentración, se levantaron de su pupitre en plena actividad o se dedicaron a charlar, a mirar a otro lado o inclusive a chupar dedo. El nivel de comprensión de los problemas fue del 80 %, no fue total porque el problema F les causó dificultad por el vocabulario utilizado (compra mínima) en la cotización.

Otros entendieron compra mínima como el valor de una sola entrada y un solo combo (siete). Dos estudiantes entendieron como compra mínima sumar todos los resultados de los demás problemas propuestos en la sesión, otros dos estudiantes sumaron los resultados de los problemas b, c, d y e y esto lo tomaron como compra mínima. Cuatro estudiantes sumaron 100 boletas y 50 combos y el resultado lo percibieron como dinero. Un estudiante entendió compra mínima como la suma de una entrada con el valor de un combo y luego ese resultado lo multiplicó por 102. Dos hicieron la mitad del problema porque entendieron como compra mínima 100 entradas, pero no incluyeron los 50 combos como se afirmaba en la cotización. Un estudiante no realizó ningún procedimiento ni respuesta para el problema f.

Durante la lectura se dispersaron, hubo desconcentración, el nivel de ruido es fue muy alto en la institución y se presentaron interrupciones de personas (coordinadora, psicóloga, tutor de PTA, maestra de apoyo, manipuladoras del restaurante escolar entre otros) que entraron al salón y generan distracciones en los estudiantes. El salón de clase no posee un ambiente propicio para desarrollar actividades que requieren de concentración.

Hubo participación cuando el profesor medió y moderó la clase para el control de la actividad cognitiva y también para el manejo de la disciplina.

### **Representar**

En los problemas A y F debían hacer adición y multiplicación para resolverla. En el A debían hacer dos adiciones y dos multiplicaciones y en el f dos multiplicaciones y una suma. En el problema A, 8 estudiantes sumaron mentalmente el valor de un combo y una entrada en dos D y luego multiplicaron este resultado por la cantidad de estudiantes. Aquí se evidenció un cálculo mental que les permitió resolver el problema más fácilmente, aunque uno de estos estudiantes resolvió mal la operación representada. Seis estudiantes realizaron dos multiplicaciones y luego los resultados de las mismas los sumaron para hallar la respuesta. Un estudiante hizo las dos multiplicaciones, pero no pudo hacer la suma. Además, hizo otra suma, pero no la utilizó para encontrar la respuesta del problema.

Dos estudiantes utilizaron una multiplicación para hallar un valor del problema, pero luego manejaron un dato erróneo 7500 en vez de 75000. Lo que hizo que al final se confundieran los estudiantes y no encontraran la respuesta correcta. Tres estudiantes no pudieron representar el problema porque utilizaron datos numéricos que no correspondían al mismo. Doce estudiantes representaron con una sola multiplicación, dejando el procedimiento incompleto. 4 estudiantes multiplicaron un solo dato (precio de combo por número de estudiantes) y los otros seis multiplicaron el dato de la entrada por el número de estudiantes.

En el problema F al no tener comprensión del mismo las representaciones fueron diversas: adiciones y multiplicaciones con datos que no correspondían: algunos sumaron todos los resultados de los problemas a, b, c, d y e. Otros sumaron el valor de una boleta y de un combo, y

otros multiplicaron 100 por el valor de la entrada. Otros escribieron 102 y multiplicaron por el valor de una entrada más el valor de un combo.

### **Resolver**

La mayoría de problemas planteados en esta sesión fueron resueltos fácilmente al ser de una complejidad mínima excepto el problema A y el f donde muchos estudiantes tuvieron dificultades y solo cumplieron con la mitad del problema. Dos estudiantes desconocieron totalmente la estructura multiplicativa, por lo cual no pudieron resolver ninguno de los problemas.

### **Responder**

Tres estudiantes no respondieron adecuadamente los problemas, solamente colocaron el número como resultado. Se representó redacción escrita poco clara en la respuesta porque algunos estudiantes omitieron letras, separaron mal las palabras, y desconocieron algunos fonemas. La mayoría de estudiantes no utilizaron el símbolo pesos en las cifras que indican dinero.

### **Interpretación de datos de la sesión uno**

En los primeros cinco problemas de la sesión el 93.75% de los estudiantes demostraron comprensión, identificación e interpretación adecuada de los textos. Esto se pudo dar porque hubo codificación y decodificación del vocabulario usado en los problemas. Además hubo una tabla de datos que apoyó la comprensión de los problemas. Cuando los estudiantes realizaron la argumentación oral al explicar la comprensión y la interpretación de los datos evidenciaron la matematización horizontal.

Por el contrario, el 93.75% presentó dificultades en la comprensión y el 75% en la identificación de datos numéricos del problema f por el manejo de un término que en su contexto era muy poco utilizado “compra mínima”. Se asume que este concepto fue entendido de diversas maneras, es decir que no se dio la codificación y decodificación necesaria y según lo concebido hicieron la representación y la resolución incorrecta. Aun cuando lo argumentaron no se pudo explicar porque llegaron a la conclusión que el termino no era claro y daban las mismas explicaciones que en forma escrita.

Además, el 65.62% representó adecuadamente la operación multiplicativa y resolvió problemas fácilmente cuando solo requiere una operación, pero cuando debió incluir dos o más operaciones como el caso de los problemas a y f el 59.37% no cumplió con este aprendizaje y el 40.62% lo cumplió parcialmente. Se piensa que los estudiantes no están familiarizados con problemas compuestos porque los docentes se han limitado a explicar problemas sencillos con una sola operación.

Seguidamente, al revisar la resolución de los problemas en los criterios de resolver y responder se evidenció que el 71.87% de los estudiantes en promedio manejaron las tablas de multiplicar, reconocieron la propiedad modulativa, manejaron adecuadamente la ubicación posicional de los factores y productos, sumaron productos parciales y escribieron respuestas adecuadas para cada problema. Sin embargo, el 90.62 % no utilizó la multiplicación abreviada por cifras seguidas de cero para resolver fácilmente una multiplicación. Posiblemente durante los anteriores años lectivos no se hizo énfasis en este aprendizaje que simplifica el procedimiento para resolver la operación de los problemas.

## Rejilla de recolección datos de la sesión dos

Tabla 13: Rejilla de recolección de datos de la sesión dos. Elaboración propia

ASPECTOS	COMPETENCIAS	PROCESOS	Criterio	NIVELES		
				Lo cumple	Lo cumple parcialmente	No lo cumple
COGNITIVO	FORMULACIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	COMPRENDER	Lee comprensivamente los problemas	27	2	3
			Identifica los datos numéricos.	27	2	3
			Explica oralmente los problemas.	27	2	3
		REPRESENTAR	Usa material concreto para representar los problemas a y b.	20	8	4
			Usa un gráfico para representar el problema c	17	11	4
		RESOLVER	Maneja las tablas de multiplicar	27	5	
			Maneja adecuadamente el valor posicional de los factores y del producto final.	22	5	5
		RESPONDER	Escribe la respuesta al problema acorde con el interrogante planteado en el problema	11	18	3

### Descripción de cada proceso durante la sesión dos

#### Comprender

Durante esta sesión la mayoría de los estudiantes estuvieron concentrados en la lectura, había menos ruido y distractores que en la primera sesión. Los niños y niñas leyeron con atención, explicaron con sus propias palabras los problemas e identificaron los datos numéricos correctamente. Solamente tres estudiantes no se concentraron porque uno jugaba con la cámara que grababa la sesión, otro se paró constantemente y otro leyó parcialmente.

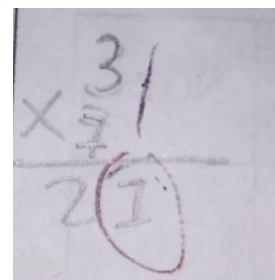
#### Representar



En el problema c la representación gráfica de las sillas falló porque algunos estudiantes hicieron puntos, círculos o casillas de más en las dos orientaciones vertical y horizontal. Otros de forma desorganizada ubicaron columnas y filas.

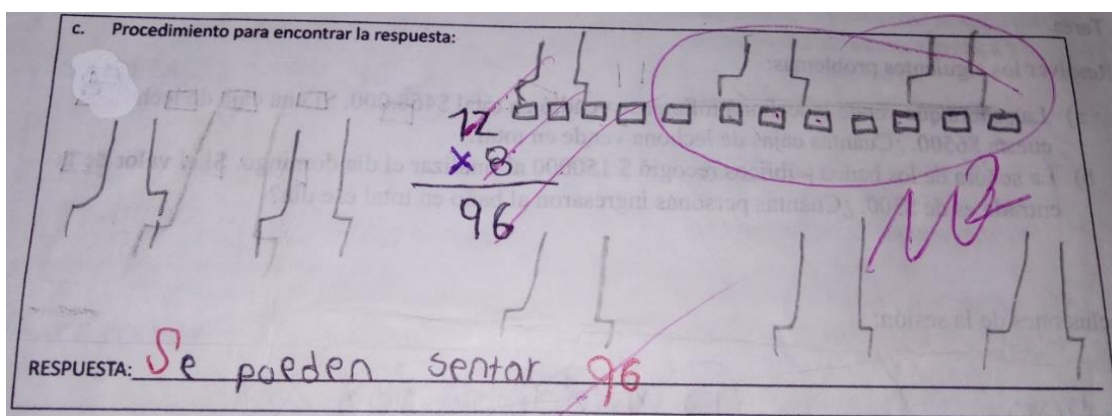
### Resolver

Se observó que algunos estudiantes tenían dificultades para ubicar los números de acuerdo al valor posicional.



### Responder

Algunos estudiantes confundieron opciones con sabores por lo cual al responder hubo confusión. En el primer problema totalizaron en la respuesta los sabores y los tamaños sin tener en cuenta que solamente eran opciones.



### Interpretación de datos de la sesión dos

El 84.37% presentó un nivel de comprensión favorable en este tipo de problemas. Se asume que las condiciones en las que se desarrolló la actividad fueron más adecuadas porque no existieron mayores interrupciones y en ese día no había mucho ruido.

El 62.5 % manejó adecuadamente el material concreto para representar los problemas a y b. Se considera que desde años lectivos anteriores en matemáticas se ha trabajado con diversos materiales como bloques lógicos, billetes didácticos, ábacos, entre otros; lo cual tiene familiarizados a los niños con este tipo de actividades lúdicas y por lo tanto hay mayor motivación en la resolución de problemas. Sin embargo, el 37.5 % lo cumplió parcialmente o no lo cumplió, posiblemente tenían dificultades porque este tipo de problemas de combinación no es trabajado con regularidad en el aula.

En cuanto a la representación gráfica cumplieron con este criterio el 53.12% de estudiantes, mientras que el 46.87% presentó dificultades, posiblemente por el manejo de términos poco trabajados en clase como filas y columnas.

El 76.56% en el proceso de resolver cumplieron con el manejo de tablas de multiplicar y la ubicación de los factores. Seguramente al ser multiplicaciones por una sola cifra, no representó mayor dificultad para los estudiantes. Sin embargo, el 15.62% tuvieron dificultades en el manejo de tablas, el 31.25% tenían inconvenientes con ubicación de factores y productos.

Por último, en el proceso de responder el 65.62% de estudiantes no pudieron responder convenientemente este tipo de problemas. Probablemente el tipo de respuesta no es familiar pues los problemas de combinación son poco trabajados y la palabra opciones no es clara para su contexto.

## Rejilla de recolección de datos de la sesión tres

Tabla 14: Rejilla de recolección de datos de la sesión tres. Elaboración Propia.

ASPECTOS	COMPETENCIAS	PROCESOS	Criterio	NIVELES		
				Lo cumple	Lo cumple parcialmente	No lo cumple
COGNITIVO	FORMULACIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	COMPRENDER	Lee comprensivamente los problema	12	17	3
			Identifica los datos numéricos.	12	17	3
			Explica oralmente los problemas con sus propias palabras	12	17	3
		REPRESENTAR	Realiza una representación gráfica	12	17	3
			Escribe una división para resolver los problemas.	17	6	9
		RESOLVER	Maneja las tablas de multiplicar	26	4	2
			Reconoce el dividendo, el divisor, el cociente y el residuo.	13	7	12
			Utiliza métodos de abreviación para dividir números con varios ceros en el dividendo y en el divisor	13	7	12
			Encuentra el cociente adecuado.	16	4	12
			Aplica la diferencia o resta para hallar el residuo.	22	5	5
			Utiliza la calculadora usando el dividendo y el divisor adecuado	13	7	12
		RESPONDER	Escribe la respuesta al problema acorde con el interrogante planteado en el problema	22	5	5

### Descripción de cada proceso durante la sesión tres

#### Comprender

Durante la lectura los estudiantes estuvieron concentrados, se evidenció mayor apropiación del proceso de análisis.

**Representar**

En la representación gráfica algunos estudiantes agruparon como se correspondía en grupos de conjuntos, otros simplemente hicieron una representación de la cantidad de boletas que daba la respuesta sin agrupar.

Pocos estudiantes usaron cálculo mental para organizar el valor de las boletas y agruparlas. Cuatro estudiantes no pudieron hallar los términos adecuados para multiplicar o dividir por medio de la calculadora. Un estudiante no pudo representar en números la operación de la división para hacerla después en la calculadora. Tres estudiantes privilegiaron la representación por medio de una multiplicación por encima de la división.

**Resolver**

Cinco estudiantes utilizaron términos que no correspondían para resolver la división en la calculadora. Cuatro estudiantes no escribieron ningún término para resolver las divisiones con la calculadora. Un estudiante no logró colocar el término de divisor pero si ubicó el resultado. Cuando resolvieron la división sin calculadora por grupos la docente tuvo que intervenir para aclarar el uso de la abreviación cuando se dividían cantidades con ceros.

**Responder:**

Al responder en grupo se evidenció dificultades en ortografía: uso de la mayúscula, coherencia y cohesión en la respuesta. Uso de preposiciones como al y artículos como le.

## **Interpretación de datos sesión tres**

### **Representar:**

El 62.5% no logró hacer una gráfica coherente después de haber manejado el material concreto para resolver el problema. Probablemente faltó que se hiciera un reconocimiento más adecuado del material con una actividad de menor nivel de complejidad.

48.87% de los estudiantes no pudieron organizar la división porque desconocían uno de los términos o finalmente no pudieron identificar los datos numéricos que se dividen.

Los estudiantes tenían inconvenientes para identificar los datos numéricos que se dividían (dividendo y divisor). Seguramente faltó detallar en la tabla entregada el valor unitario de un combo y una entrada en 2D.

59.37% tenían dificultades para dividir abreviadamente con ceros en el dividendo y el divisor. El 50% de los estudiantes presentó dificultades para encontrar el cociente adecuado ya que tuvieron confusiones al escribir el dividendo y el divisor.

El 68.75% manejó adecuadamente el proceso de división utilizando la resta para hallar el residuo. Sin embargo el 15.62% omitió este proceso tal vez por facilismo, porque creen que no es importante hacerlo o porque realizan este paso mentalmente.

59.37% tuvieron inconvenientes en el uso de la calculadora al realizar una división cuando desconocen el dividendo o el divisor o los dos. Seguramente los docentes no usan la calculadora para resolver operaciones.

Al dar respuesta a los problemas de esta sesión el 68.75% cumplieron escribiendo la respuesta adecuada al problema planteado. Solo el 31.25% presentó dificultades en algunas normas ortográficas.

Tabla 15: Rejilla de recolección de datos de la sesión cuatro. Elaboración Propia.

**Rejilla de recolección de datos de la sesión cuatro**

ASPECTOS	COMPETENCIAS	PROCESOS	Criterio	NIVELES		
				Lo cumple	Lo cumple parcialmente	No lo cumple
COGNITIVO	FORMULACIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	COMPRENDER	Lee comprensivamente los problema	30	2	
			Identifica los datos numéricos.	30		2
			Explica los problema con sus propias palabras	30	2	
		REPRESENTAR	Realiza una figura, un diagrama, una tabla de datos o un regla de tres.	20		12
		RESOLVER	Maneja las tablas de multiplicar	24	7	1
			Tiene en cuenta la propiedad modulativa	24	6	2
			Maneja adecuadamente el valor posicional de los factores y el producto.	20	9	3
			Reconoce el dividendo, el divisor, el cociente y el residuo.	22	5	5
			Encuentra el cociente adecuado.	22	5	5
		RESPONDER	Escribe la respuesta al problema acorde con el interrogante planteado en el problema	18	12	2

**Descripción de cada proceso durante la sesión cuatro****Comprender**

Durante la lectura, el ambiente fue tranquilo lo cual posibilitó la concentración y comprensión de los problemas. Algunos estudiantes querían resolver los problemas sin haberlos analizado previamente mediante su lectura, por lo cual se les aclaró que lo primero que se debe hacer para solucionar el problema es leerlo comprensivamente varias veces.

Algunos estudiantes leyeron mal los datos numéricos de los problemas y en ese momento la docente intervino para corregir la lectura: en vez de dos mil novecientos dicen veintinueve mil y en vez de tres mil seiscientos leen treinta y seis mil.

### **Representar**

De 20 estudiantes representaron con regla de tres 15 estudiantes, 5 realizaron tablas de datos. Los otros 12 omitieron este paso y directamente realizaron las operaciones de multiplicación y división.

### **Resolver**

Un estudiante manejó la multiplicación adecuadamente pero luego tomó un valor diferente de la división que realizó anteriormente. Cuatro estudiantes de uno de los grupos cooperativos se limitaron a realizar la tabla de datos pero no realizaron la división y la multiplicación de la regla de tres. Solo uno de los cuatro estudiantes realizó adiciones reiteradas para encontrar los datos de la tabla de cada uno de los dos problemas. Otra estudiante hizo suma reiterada para resolver el último problema. Dos estudiante ubicaron mal el multiplicador pero el producto es correcto.

### **Responder**

Dos estudiantes omitieron el símbolo pesos antes de la cantidad, otro estudiante respondió en forma inadecuada utilizando en sus respuestas el término total, dos estudiantes ubicaron el símbolo pesos al final de la cantidad.

### **Interpretación de datos sesión cuatro**

El 93.75% de los estudiantes logró leer comprensivamente los problemas, identificó los datos numéricos y explicó con sus propias palabras. Tal vez el hecho de llevar varias sesiones de trabajo y reconocer la importancia de este paso hizo que los estudiantes dedicaran mayor atención a la lectura.

El 62.5% representó a través de una regla de tres apropiada para el problemas y el 37.5% no aplicó la regla de tres. Probablemente el tipo de problema de esta sesión es poco usado en los grados anteriores por lo cual desconocían la forma de emplearla.

Al resolver los problemas se evidenció que el 68.75% de los estudiantes manejó las tablas de multiplicar, la propiedad modulativa, ubicaron correctamente factores y producto, reconocieron los términos de la división. El 18.75% presentó dificultades en los anteriores aspectos y el 9.37 % no logró avanzar en dichos procesos aritméticos.

En cuanto al proceso de responder, el 56.25% de los estudiantes escribió la respuesta acorde al problema; mientras que el 37.5% presentó dificultades en la redacción y el 6.25 % no logró escribir respuesta alguna para esta clase de problemas. Seguramente este tipo de problemas no le es familiar a los estudiantes, al no usarse constantemente en las clases de matemáticas algunos términos utilizados en el mismo como es el caso de las palabras “veces más” causa dificultad.



## Rejilla de recolección de datos de la sesión cinco

Tabla 16: Rejilla de recolección de datos de la sesión cinco. Elaboración propia.

ASPECTOS	COMPETENCIAS	PROCESOS	Criterio	NIVELES		
				Lo cumple	Lo cumple parcialmente	No lo cumple
COGNITIVO	FORMULACIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	COMPRENDER	Lee comprensivamente los problema	30	2	
			Identifica los datos numéricos.	32		
			Explica oralmente los problemas.	28	4	
		REPRESENTAR	Escribe una división para representar los problemas.	30	1	1
		RESOLVER	Maneja las tablas de multiplicar	29	1	2
			Reconoce el dividendo, el divisor, el cociente y el residuo.	30	1	1
			Utiliza métodos de abreviación para dividir números con varios ceros en el dividendo y en el divisor	24	4	4
			Encuentra el cociente adecuado.	24	5	3
		RESPONDER	Escribe la respuesta al problema acorde con el interrogante planteado en el problema	19	8	5

### Descripción de datos de la sesión cinco

#### Comprender

Durante este proceso los estudiantes estaban muy desconcentrados la profesora debió llamar la atención para que prestaran mayor interés en la lectura. Algunos estudiantes se adelantaron al proceso de resolver sin terminar la lectura.

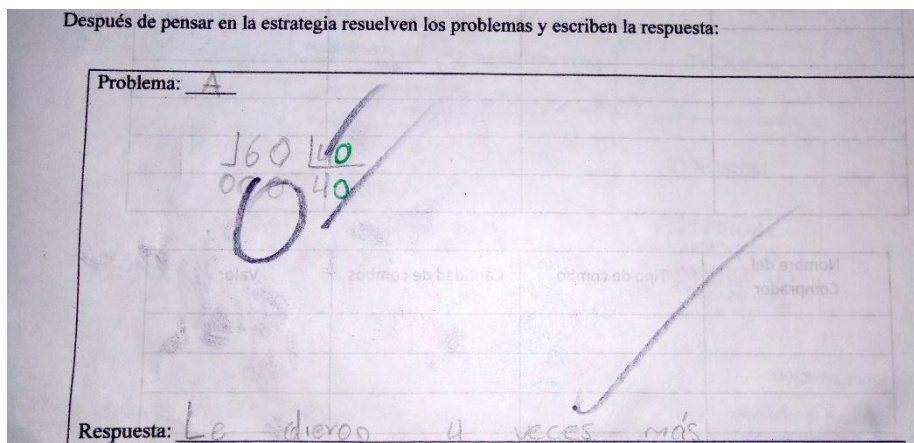
#### Representar

Un estudiante representó el primer problema con una división que correspondía al segundo problema y a su vez invirtió las respuestas.

## Resolver

Un estudiante agregó un cero al cociente que no correspondía al resultado de la división. Cinco estudiante realizaron la división escribiendo los datos abreviados (sin colocar los ceros en el dividendo y en el divisor uno era 160000 y el otro 400000 respectivamente). Un estudiante usó el método de abreviación de forma equivocada porque no colocó el cero en el dividendo y si lo colocó en el divisor, por lo cual no pudo realizar el procedimiento, porque el dividendo era menor que el divisor; mientras que tres estudiante colocaron un cero en el dividendo y no lo colocaron en el divisor por lo cual al realizaron la división el cociente fue diferente al resultado de la operación.

Otro estudiante no realizó adecuadamente el método de abreviación porque dejó los ceros en el dividendo pero no los escribió en el divisor, por consiguiente el cociente se alteró en su verdadero valor. Un estudiante realizó la división del primer problema aplicando el método de abreviación pero en el cociente agregó un cero que altera el resultado real.



## Responder

Un estudiante afirmó en su respuesta que le faltaban cuatro veces al comprador #2, usando unos términos que hicieron confusa su respuesta y otro escribió en total. Otro estudiante no dio ninguna respuesta al problema.

Un estudiante utilizó términos que no corresponden con la pregunta lo que hizo confusa su respuesta: dio, faltan, en total. Un estudiante omitió palabras como comprador, veces más, términos necesarios para una respuesta coherente con la pregunta.

### **Interpretación de datos de la sesión cinco**

El 93.75 % de los estudiantes cumplió con el proceso de comprender y el 6.25% cumplió parcialmente con este proceso. Seguramente esto se debió a que el grupo se encontraba solo en la escuela y no había ninguna interrupción. Además la tarea que se dejó desde la sesión anterior les sirvió como enlace para los nuevos aprendizajes.

El 93.75% representó mediante una división el tipo de problema, posiblemente debido al trabajo realizado en las anteriores sesiones los estudiantes consiguieron representar los problemas mediante los algoritmos correspondientes, es decir que se fueron apropiando de ese aprendizaje.

El 93.75% logró manejar las tablas de multiplicar y reconocer los términos de la división, sin embargo ese porcentaje se reduce al 75% cuando se utiliza el método de abreviación para dividir y el mismo porcentaje para encontrar el cociente adecuado. En este ítem el 25% de los estudiantes presentó dificultades con este método. Probablemente porque no estaban familiarizados con este tipo de divisiones lo cual generó en ellos confusiones por la falta de práctica en su uso.

El 59.37% escribió las respuestas adecuadas al tipo de problemas, mientras que el 31.25% aún presentó dificultades en el uso de palabras adecuadas al tipo de problemas. Seguramente los estudiantes no están familiarizados con el tipo de problema desarrollado en la sesión.

#### 4.2.2 Análisis de datos para el proceso de formular problemas

##### Cuadro de categoría de análisis para la formulación de problemas

Tabla 17: Categorías de análisis para la formulación de problemas. Elaboración Propia.

CATEGORÍA	DESCRIPCIÓN	NIVELES/VALORACIÓN		
		Lo cumple	Lo cumple parcialmente	No lo cumple
<b>Problema con estructura multiplicativa</b>	El problema contiene la estructura multiplicativa utilizada en la sesión de la secuencia para su resolución	Contiene la estructura multiplicativa utilizada en la sesión de la secuencia.	Falta claridad al enunciar el problema con estructura multiplicativa	Plantea un problema con una estructura diferente a la multiplicativa o no lo hizo.
<b>Párrafo introductorio</b>	Información del contexto. Coherencia en la estructura del párrafo Ortografía.	Redacta con coherencia teniendo en cuenta la ortografía y la información del contexto	Redacta con poca coherencia con dificultades en ortografía teniendo el contexto	Presenta errores de redacción y ortografía: concordancia, omisión de letras, uso inadecuado de signos de puntuación, separación de palabras.
<b>Datos numéricos</b>	Uso del símbolo pesos Escritura del número Valor posicional Incluye los datos numéricos necesarios	Proporciona los datos numéricos apropiados utilizando el símbolo de pesos cuando es necesario y escribe adecuadamente sus cifras	Proporciona datos numéricos incompletos y ubica incorrectamente el símbolo de pesos.	Los datos numéricos están mal escritos: aumentan o disminuyen las cifras, confunden datos de precios con cantidades, no usan el símbolo pesos.
<b>Pregunta del problema</b>	Utiliza los signos de interrogación Redacción coherente con el párrafo introductorio.	Redacta una pregunta coherente con el párrafo introductorio teniendo en cuenta el uso adecuado de los signos de interrogación	Falta claridad al redactar la pregunta y usa inadecuadamente los signos de interrogación: (por ubicación, omisión o representación )	No hace la pregunta para el problema o usa palabras inadecuadas que confunden la pregunta y omite los signos de interrogación

## Rejilla para la recolección de datos del proceso de formulación de problemas

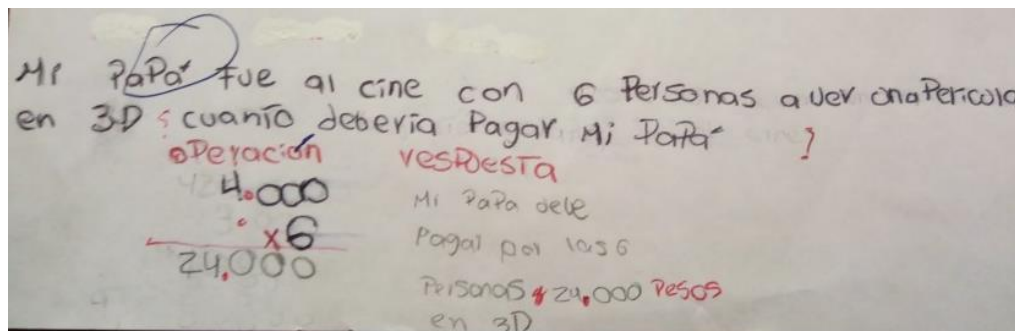
Tabla 18: Rejilla para recolección de datos de la formulación de problemas durante la secuencia didáctica

ASPECTO	COMPETENCIAS	PROCESOS	INDICADORES				
			Criterio	Problema	Niveles		
					Lo cumple	Lo cumple parcialmente	No lo cumple
COGNITIVO	FORMULACIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	FORMULAR	Propone un problema similar a los planteados en la sesión de la secuencia didáctica.	PS1	24	5	3
				PS2	30	2	
				PS3	13	2	17
				PS4	30	2	
				PS5	29	2	1
			Redacta con coherencia la estructura del párrafo introductorio del problema.	PS1	12	17	3
				PS2	19	11	2
				PS3	18	12	2
				PS4	25	7	
				PS5	28	2	2
			Proporciona adecuadamente los datos numéricos en el contexto del problema	PS1	14	15	3
				PS2	28	4	
				PS3	18	12	2
				PS4	26	6	
				PS5	24	4	4
			Plantea la pregunta del problema en forma coherente utilizando los signos de interrogación.	PS1	20	7	5
				PS2	20	8	4
				PS3	19	10	3
				PS4	24	7	1
				PS5	26	4	2

### Descripción del proceso de formular en la sesión uno

Uno de los estudiantes presentó errores de redacción y ortografía: uso de la c inversa, uso de tildes, uso de v y b. Uno omitió letras en palabras: como la n y palabras en el texto, con d en b, unió palabras, separó una palabra en sílabas porque dejó mucho espacio, omitió palabras en el texto por lo que no hubo claridad al párrafo, omitió letras en algunas palabras. No hubo coherencia ni cohesión entre la pregunta y el párrafo del problema. Presentaron dificultad en concordancia entre el artículo y el número del sustantivo: “lo combos”. Algunos estudiantes al redactar el

problema mencionaron personas, pero no las incluyen cuando solucionaron el problema a través de la operación. Algunos usaron el signo pesos a la derecha.



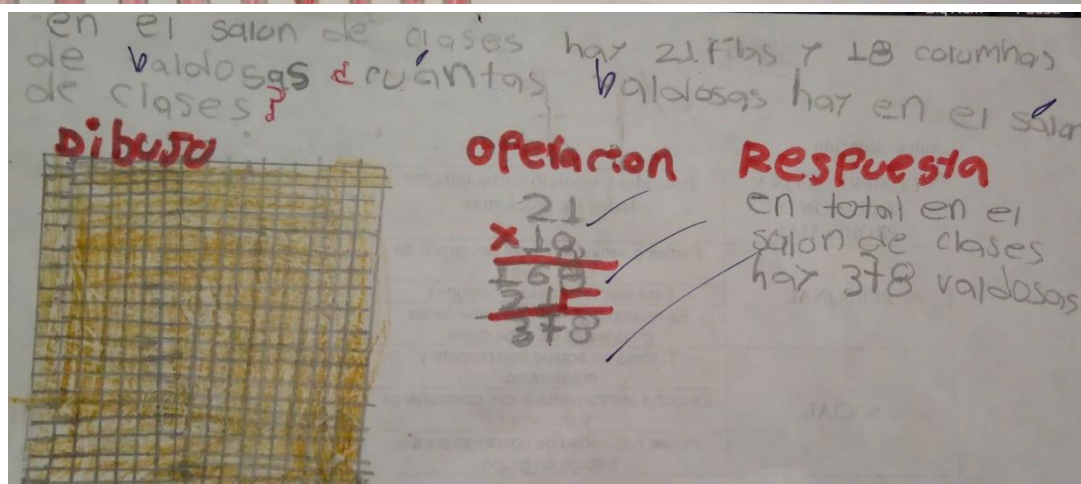
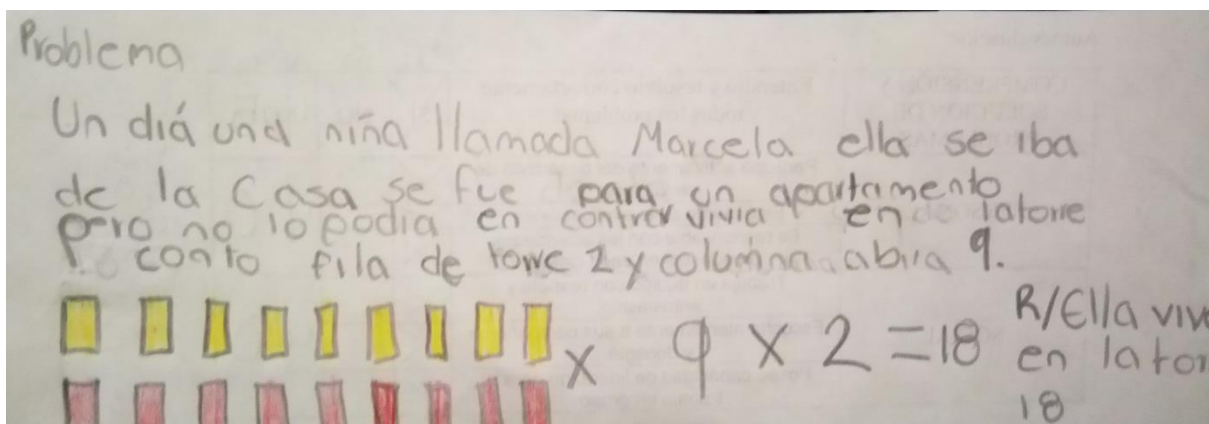
Un estudiante no escribió el problema solo escribió una operación y una respuesta. Otros estudiantes usaron letra clara, buena redacción: estructuraron adecuadamente el sentido del párrafo, algunos usaron tablas de datos para ayudar a resolver el problema.

Un estudiante usó un dato numérico mal escrito: aumentó un cero en un número. No usó los datos numéricos que correspondían al problema, confundió datos de precios con cantidades, no reconoció la moneda actual colombiana porque escribió centavos. En otros estudiantes se observó que los datos no estaban completos, seguramente asumieron los datos que se presentaron en la sesión como válidos para el problema que plantearon. Cuando escribieron los datos de cantidades de dinero omitieron el signo o la palabra pesos o usaron los dos lo cual es incorrecto. Un estudiante separó un dato numérico de una de sus cifras en otro renglón, lo cual era incorrecto y causó confusión. En los valores omitieron ceros o los aumentaron, lo cual cambió por completo la cifra a la que hacen referencia. Un estudiante unió dos datos numéricos de precios en el párrafo que confunden al lector.

El signo de interrogación final estaba mal escrito, lo hizo al revés. Usó una palabra que confundió al lector en la pregunta. En ocasiones desde el comienzo del párrafo hasta el final usó el signo de interrogación asumiendo que todo el problema era una pregunta.

### Descripción del proceso de formular en la sesión dos

Problemas de ortografía, concordancia, falta de signos de interrogación. En un problema una estudiante trató de usar su contexto, pero se le dificultó redactar lo que quería expresar para proporcionar los datos numéricos con el uso de palabras apropiadas para el contexto: bloques de apartamentos, pisos, ventanales, balcones. Esto demuestra que no se pudo realizar la matematización horizontal para pasar del mundo real al mundo matemático, lo cual evidencia que en la codificación, decodificación y traducción no había claridad.



### Descripción del proceso de formular en la sesión tres

En los problemas de búsqueda de unidades, donde debían plantear problemas con división hicieron problemas muy sencillos con datos elementales. Otra estudiante redactó un problema semejante al de la sesión uno: isomorfismo de medidas. Donde debía resolverlo con una multiplicación dando a entender que no tuvo claridad en lo estudiado en la sesión.

### Descripción del proceso de formular en la sesión cuatro

Una estudiante hizo dos preguntas que causaron confusión porque un dato no estaba en el párrafo del problema e hizo otro que nada tiene que ver con el tipo de problema. Otra estudiante redactó ocho tipos de problemas que tenían relación pero que en un dato numérico se repetía la misma situación con diferentes valores: repitiendo el dato del combo, del precio y modificando la cantidad de unidades.

### Descripción del proceso de formular en la sesión cinco

Para este problema era necesario que los estudiantes utilizaran datos donde se tuvieran en cuenta los múltiplos y divisores de un número. Algunos fallaron al dar datos numéricos con este requisito.

Los mejores

Mi mamá tiene 29.000 y mi papá tiene 145.000.  
¿Cuántas veces más tiene mi papá?



### **Interpretación de los datos para el proceso de formulación de problemas**

Se evidencia un aumento del número de estudiantes que avanzó en el aprendizaje del planteamiento de problemas con la estructura propuesta desde la sesión uno hasta la sesión cinco. Según los criterios valorados en el primero se pasa de un 75% a un 90.62 %, en el segundo se pasa de un 37.5% a un 87.5%, en el tercero del 43.75% al 75% y en el cuarto 62.5% al 81.25%.

En el primer criterio se asume que los estudiantes al tomar como ejemplo los problemas de cada sesión tenían una base para inventar sus propios problemas, en los tres siguientes criterios se logró mejoría a través de la socialización que los estudiantes realizaron en cada sesión por medio de la escritura de los problemas en carteleras y su posterior exposición o socialización en la cual los estudiantes intervenían haciendo correcciones a cada grupo. La interrelación con los compañeros donde todos aportaron correcciones y sugerencias generó aprendizajes en datos numéricos, redacción y planteamiento de la pregunta problema.

Además, se observó que los avances más significativos estuvieron en el criterio del manejo adecuado de datos numéricos: 51% y redacción: 15%. Lo cual evidenció que en estos dos criterios se notaron porcentajes más bajos desde la primera sesión de la secuencia. Así mismo en los criterios uno y cuatro se notaron mayores conocimientos desde el inicio de la primera sesión.

Por el contrario, en la sesión tres el 53% de los estudiantes no cumplió con el criterio de proponer un problema con estructura multiplicativa usando la división, el 32% lo cumplió parcialmente en redacción, el 32% propuso datos numéricos parcialmente y el 31% planteó la pregunta algunas veces. Posiblemente los estudiantes tuvieron dificultades con el tipo de problemas de estructura multiplicativa referente a la división; donde se nota que no pudieron hacer una relación entre una cantidad total mayor y otra menor para hallar la búsqueda de una cantidad

de unidades. Además, presentaron dificultades cuando resolvieron divisiones con un divisor de cuatro cifras, inclusive usando calculadora porque no lograron organizar correctamente los datos para realizar la operación.

De igual manera en la sesión cinco en el criterio de proporcionar datos numéricos se notan un aumento del 12% en los estudiantes que no cumplen con dicho criterio. Posiblemente se presentan dificultades con el tipo de problemas que necesariamente requieren del conocimiento de múltiplos y divisores.

Con estos datos se ratifica que los estudiantes deben manejar el lenguaje matemático y relacionarlo con el lenguaje materno, matematización horizontal, esto implica saber representar: codificar, decodificar y traducir. De lo contrario no podrán formular problemas con coherencia y cohesión que reflejen la noética y la semiótica del objeto matemático.

#### **4.2.3 Análisis general de la secuencia didáctica**

Al comparar la sesión inicial con la sesión final se notaron avances en los procesos para resolver problemas. En el proceso de comprender al comienzo un 74.12 % lograban cumplir con este proceso y al final aumento al 93.75 %. En el proceso de representar en la sesión inicial cumplía el 32.81% y en la sesión final aumento a 93.75%. En el proceso de resolver inicialmente cumplían el 60% y al final lograron cumplir con este proceso 83.569% y finalmente en responder se empezó con un 68.75% y se terminó con un 59.37%.

Se evidencia por lo tanto avances en sus aprendizajes especialmente en el proceso de representar con un 60.94%, en resolver 23.59% y en comprender hubo un avance del 19.63%. Estos progresos radican en el uso de matematización horizontal, al poder pasar su lenguaje familiar

al lenguaje matemático y en el uso de la matematización vertical al resolver los problemas de estructura multiplicativa cuando realizan las operaciones matemáticas y argumentan sus respuestas.

En el proceso de responder hay una disminución del 9.38%. Posiblemente debido al tipo de problema usado en la sesión final ya que los estudiantes no se encontraban familiarizados con este tipo de problema por su escasa práctica.

Sin embargo, en la sesión tres desde el proceso de comprender hasta el de formular se notan los mayores niveles de dificultad, tal vez porque en esta sesión se trabajaron los problemas de búsqueda de unidades los cuales implicaban el uso de una división y el manejo de sus términos con números de cuatro y cinco cifras. Lo cual para los estudiantes fue de mayor complejidad.

Aquí en este punto, se nota la limitación para manejar la simbología matemática que a su vez impidió conceptualizar y aplicar. Es decir que no hubo un aprendizaje conceptual (noésis), porque no se consiguió la semiosis donde se pudiera hacer tratamiento y conversión de esos términos usados en los problemas de búsqueda de unidades.

En efecto, Gérard Vergnaud (1997) afirma que “la división es una operación compleja porque al contrario de la adición, la sustracción y la multiplicación no es siempre exacta y el cociente no es solo el resultado de la aplicación del operador al operador sino la pareja cociente-residuo. También, porque para resolverla implica usar otras operaciones y la búsqueda por tanteo o cuadramiento de las cifras del cociente. La división entre un número con punto le representa mucha dificultad a la mayoría de los niños de 10 y once años” (p.156).

Cabe resaltar que los estudiantes ubicados en el nivel bajo desde la prueba inicial, a pesar de que participaron activamente en el desarrollo de las actividades desarrolladas en la secuencia,

aun mantuvieron serias dificultades, tal vez porque aún no lograron elegir un registro semiótico oportuno y trabajar sobre este, para evocar el concepto matemático de la estructura multiplicativa.

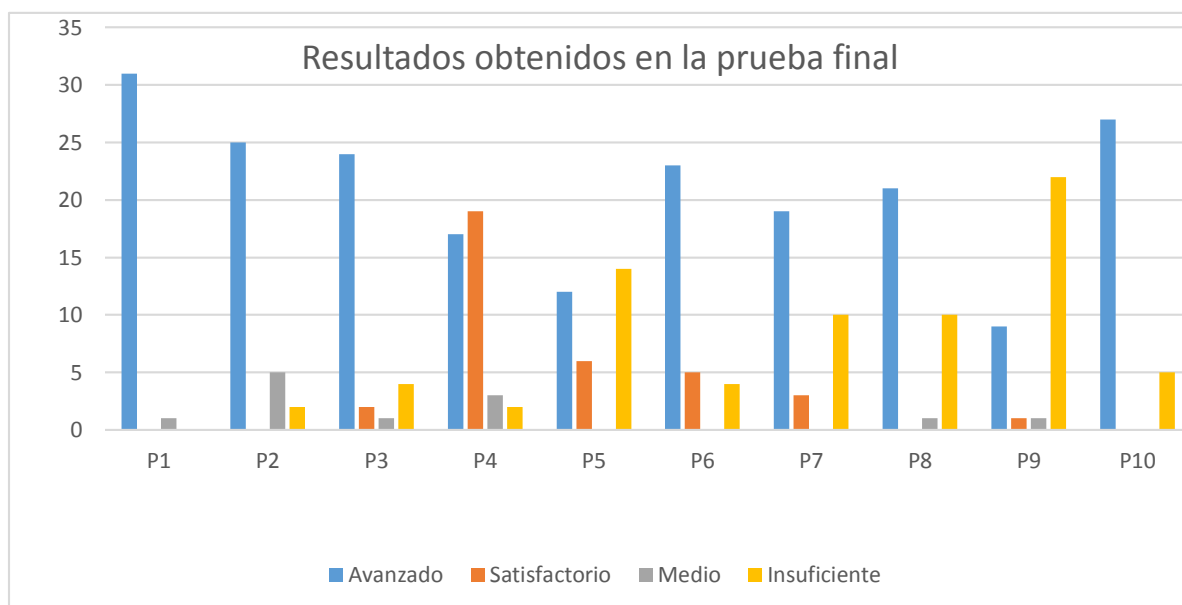
### **Los procesos de argumentar y verificar**

Si bien los procesos de argumentar y verificar no fueron analizados completamente durante la descripción y la interpretación de los datos (solo se hizo énfasis en la respuesta escrita); hicieron parte fundamental de la competencia y contribuyeron al mejoramiento de la misma durante cada sesión de la secuencia. En estos procesos específicos los estudiantes tuvieron la posibilidad de explicar con sus propias palabras, reconocer sus propios errores, confrontar con sus compañeros y retroalimentarse entre ellos mismos.

Para argumentar y verificar los estudiantes realizaron carteleras o escribieron en el tablero, luego realizaron exposiciones de los problemas que les correspondieron según la sesión. El secretario exponía y explicaba las razones por las cuales resolvió el problema de determinada manera. Así mismo los demás estudiantes comparaban las representaciones, procedimientos y respuestas de sus compañeros con las suyas para determinar la efectividad de los procesos empleados. Al finalizar ellos mismos hicieron los aportes necesarios dando a conocer que grupos realizaron bien los procesos y cuáles no. Aquí se refleja que el proceso de argumentar es muy importante en la matematización vertical y en relación con los procesos de matematización horizontal; es decir que los estudiantes que saben representar y modelar pueden fácilmente escribir, leer y hablar con las matemáticas, haciendo que sus aprendizajes del objeto matemático de las estructuras multiplicativas sean adquiridos fácilmente y puedan resolver y formular problemas contextualizados.

#### 4.2.4 Análisis de la prueba final

Ilustración 13: Resultados de la prueba final en resolución de problemas. Elaboración Propia.



#### Descripción de la prueba final en resolución de problemas:

##### Problema 1: multiplicación con números enteros pequeños

En el primer problema 31 estudiantes lograron un nivel avanzado, lo cual indicó que analizaron, representaron, resolvieron el algoritmo y dieron una respuesta correcta. Solo un estudiante se ubicó en nivel mínimo porque lo comprendió, lo representó, pero no realizó la operación correctamente y no escribió la respuesta.

##### Problema 2: multiplicación con números enteros grandes

En el nivel avanzado se encontraron 25 estudiantes. En el nivel mínimo se encontraron 5 estudiantes, los cuales lograron analizar y representar, pero no resolvieron ni dieron la respuesta correcta y 2 estudiantes se ubicaron en nivel insuficiente porque no lograron ningún aspecto.

**Problema 3: división: búsqueda del valor unitario**

En este problema se ubicaron en el nivel avanzado 25 estudiantes que alcanzaron los procesos específicos completos. En el nivel satisfactorio se ubicaron 2 estudiantes que analizaron y resolvieron el problema con otra representación y operaciones; en este caso ambos utilizaron suma. En el nivel mínimo se encontró un estudiante quien no logró resolver la operación adecuadamente.

En el nivel insuficiente se encontraron 4 estudiantes; de los cuales 3 hicieron una representación diferente como tabla de valores, multiplicaciones, pero mal planteadas para poder resolverlas y sin respuesta correcta y un estudiante no realizó nada.

**Problema 4: división: búsqueda de cantidad de unidades**

En el nivel avanzado se ubicaron 17 estudiantes que cumplieron con todos los aspectos. En nivel satisfactorio se ubicaron 10 estudiantes; de los cuales 5 representaron y resolvieron con multiplicaciones, 4 estudiantes con sumas y 1 estudiante con tabla de datos. En el nivel mínimo se encontraron 3 estudiantes que analizaron, representaron, pero no pudieron resolver las divisiones correctamente.

**Problema 5: división y búsqueda de cantidad de unidades. Regla de tres**

En este problema 12 estudiantes se encontraron en nivel avanzado. En nivel satisfactorio se encontraron 6 estudiantes de los cuales 2 utilizaron tabla de datos para resolver el problema y 3 utilizaron adiciones con sumandos iguales y uno lo resolvió con multiplicación. En nivel insuficiente se encontraron 14 estudiantes que no lograron organizar los 3 datos de la regla de tres para resolverlos.

**Problema 6: un solo espacio de medida**

En el nivel avanzado se encontraron 24 estudiantes. En el nivel satisfactorio hubo 5 estudiantes; de los cuales 2 representaron y resolvieron con tabla de datos y 3 resolvieron con adiciones de sumandos iguales. En el nivel insuficiente 4 estudiantes no lograron realizar ningún proceso específico.

**Problema 7: un solo espacio de medida**

En el nivel avanzado se encontraron 19 estudiantes. En el nivel satisfactorio se encontraron 3 estudiantes; de los cuales 2 utilizaron adiciones con sumandos iguales y un estudiante usó tabla de datos para representar y resolver. En el nivel insuficiente se encontraron 10 estudiantes que no lograron organizar datos, no representaron, resolvieron, ni dieron una respuesta.

**Problema 8: producto de medidas**

En el nivel avanzado se encontraron 21 estudiantes, luego en el nivel mínimo se encontró un estudiante que analizó y representó pero que no logró resolver la operación y dio una respuesta equivocada. En el nivel insuficiente se encontraron 10 estudiantes que no cumplieron con los requisitos exigidos.

**Problema 9: producto de medidas**

En el nivel avanzado se encontraron 9 estudiantes y un estudiante en nivel satisfactorio; este último representó gráficamente en conjuntos y pudo resolver el problema fácilmente con cálculo mental. En el nivel insuficiente se encontraron 22 estudiantes de los cuales 3 estudiantes no realizaron nada y 19 estudiantes ni representaron bien, ni utilizaron las operaciones correctas.

### Problema 10: producto de medidas

En el nivel avanzado se ubicaron 27 estudiantes. En el nivel insuficiente 5 estudiantes no lograron realizar ningún proceso.

### Descripción de la prueba final en invención de problemas con estructura multiplicativa.

#### Tabla resumen de los resultados obtenidos en la formulación de problemas:

*Tabla 19: Resultados obtenidos en la formulación de problemas en la prueba final*

Resultados obtenidos en la formulación de problemas					
NIVEL	A	S	M	I	Total de estudiantes
# de estudiantes	15	4	6	7	32

En el nivel avanzado se encontraron 15 estudiantes que plantearon el problema con los datos y gráficos dados, tuvieron coherencia en el texto, usaron los datos numéricos apropiados, realizaron una pregunta clara y lo sustentaron a través de su resolución (operación y respuesta). Entre estos, 7 estudiantes plantearon problemas con multiplicación con números enteros, 2 con búsqueda de unidades con división y 6 estudiantes plantearon problemas con combinación de operaciones (adiciones y multiplicaciones) mostrando un nivel de complejidad más alto al proponer problemas.

En el nivel satisfactorio se encontraron 4 estudiantes: uno no logró hacer una pregunta clara y el otro estudiante no realizó la respuesta. Dos estudiantes plantearon los problemas y los resolvieron adecuadamente utilizando otros datos numéricos. Además, uno de ellos lo planteó con estructura multiplicativa de búsqueda de unidades con división.

En el nivel mínimo se encontraron 7 estudiantes, de los cuales 2 plantearon el problema pero no lo resolvieron, uno planteó el problema pero no utilizó los datos, ni la estructura



multiplicativa, dos lo plantearon solo con adiciones (usando los datos numéricos), uno lo planteó con suma y resta y el último lo plantea con división usando otros datos numéricos.

En el nivel insuficiente se ubicaron 6 estudiantes, de los cuales 3 no realizaron absolutamente nada, 2 plantearon problemas confusos sin coherencia, ni manejo de datos y escribieron preguntas confusas. Un estudiante planteó un problema de búsqueda de unidades utilizando datos propios en forma equivocada por lo cual su resolución y respuesta no fueron posibles de realizar.

#### 4.2.5 Análisis comparativo de diagnóstico inicial (D.I) y la prueba final (P.F)

Considerando el diagnóstico inicial y la prueba final, aquí se presenta una tabla con los resultados obtenidos en los 10 problemas propuestos para resolución de problemas cada uno representado desde P1 hasta P10; el P11 muestra los resultados obtenidos en la formulación de un problema. Seguidamente se realiza una descripción de los mismos.

Tabla 20: Comparativo de resultados por niveles en el diagnóstico inicial y la prueba final

	Avanzado		Satisfactorio		Mínimo		Insuficiente	
	DI	PF	DI	PF	DI	PF	DI	PF
<b>P1</b>	26	31	1	0	1	1	4	0
<b>P2</b>	12	25	2	0	7	5	11	2
<b>P3</b>	14	24	9	2	1	1	8	4
<b>P4</b>	0	17	8	19	3	3	21	2
<b>P5</b>	0	12	7	6	1	0	24	14
<b>P6</b>	21	23	7	5	2	0	2	4
<b>P7</b>	1	19	5	3	1	0	25	10
<b>P8</b>	11	21	0	0	1	1	20	10
<b>P9</b>	0	9	9	1	1	1	22	22
<b>P10</b>	8	27	3	0	1	0	20	5
<b>P11</b>	12	15	1	4	4	6	15	7

**En el primer problema** de isomorfismo de medidas (multiplicación de números

naturales de enteros grandes) se notó un gran progreso de los estudiantes en el nivel avanzado del DI (81.25%) a la PF (96.875%) en un 15.625% (5 estudiantes mejoraron hasta este nivel; uno del nivel medio, uno del satisfactorio y 3 posiblemente también del nivel insuficiente).

En el nivel insuficiente se encontraba en el D.I en 12.5% y en la P.F quedó en 0% demostrando así un gran progreso en estos 4 estudiantes.

Solo un estudiante quedó en nivel medio (3.125%) porque debía realizar un refuerzo del algoritmo de la multiplicación y así realizar su proceso y poder dar una respuesta adecuada.

**En el segundo problema** de isomorfismo de medidas, se nota un gran incremento de los estudiantes en nivel avanzado del 40.625% del D.I (37.5%) a la P.F (78.125%); es decir 13 estudiantes que se encontraban así: 2 en satisfactorio, 7 en medio y posiblemente mejoraron 4 en insuficiente. También en el nivel insuficiente se notó una gran mejoría del 28.125%; del D.I se encontraban 34.375% y en la P.F se llegó al 6.25% (2 estudiantes) que presentan dificultades en el área de matemáticas desde grados inferiores.

El nivel medio del D.I (21.875%) a la P.F (15.625%) se notó un avance leve del 6.25%; es decir, que solo 5 estudiantes analizaron y representaron, pero no resolvieron correctamente ni dieron respuesta al problema.

**Para el tercer problema** de división con búsqueda del valor unitario, en el nivel avanzado se notó un progreso significativo del 34.375% del D.I (43.75) a la P.F (78.125%) que se encontró representado en 11 estudiantes que superaron sus dificultades: 9 que estaban en satisfactorio, 1 en medio y 1 en insuficiente.

En el nivel satisfactorio se logró que los que estaban en este nivel ascendieran al nivel avanzado ( 9 estudiantes) quedando solo aquí un porcentaje del 6.25% (2 estudiantes), en el nivel

medio se continuó con el mismo porcentaje del D.I a la P.F del 3.125% (un solo estudiante continuó sin lograr resolver la operación pero lo analizó y lo representó), en el nivel insuficiente se logró avanzar con los estudiantes en un 12.5% del D.I (25.0%) a la P.F (12.5 %); es decir que 4 estudiantes no lograron resolver problemas con búsqueda de valor unitario con división.

**En el cuarto problema** de división con búsqueda de cantidad de unidades se notó un avance muy significativo en el nivel avanzado del D.I en 0% a la P.F en 53.125%; es decir 17 estudiantes que se encontraban así en la etapa inicial: 8 en satisfactorio, 3 en medio y posiblemente mejoraron 6 del nivel insuficiente.

En el nivel satisfactorio también avanzaron 31.25% del D.I a la P.F (10 estudiantes que se encontraban en el diagnóstico inicial en insuficiente), en nivel medio quedaron finalmente 9.375% en la P.F (3 estudiantes que venían del nivel insuficiente a los cuales se les nota un leve avance).

En el nivel insuficiente en el D.I había un porcentaje del 65.625% (21 estudiantes) y en la P.F disminuyó a 6.25% (2 estudiantes que no lograron realizar ningún proceso específico de este tipo de problemas.

**En el quinto problema de división búsqueda de cantidad de unidades** también se notó un avance muy significativo en el nivel avanzado del D.I en 0% a la P.F en 37.5%; es decir 12 estudiantes que se encontraban así en la etapa inicial: 7 en satisfactorio, 1 en medio y posiblemente mejoraron 4 en insuficiente.

En el nivel satisfactorio también avanzaron 18.75 % en el D.F (6 estudiantes que se encontraban en el diagnóstico inicial en insuficiente), en nivel medio hay 0% y en nivel insuficiente que se encontraba en el D.I en 75% (24 estudiantes) disminuye a un 43.75% (14 estudiantes); lo

que indica que hay grandes dificultades y falta de práctica en los problemas que manejan 3 datos numéricos y se resuelven con regla de tres y necesariamente deben resolverlas con dos operaciones (multiplicación y división).

**En el sexto problema un solo espacio de medidas** se apreció en el nivel avanzado un progreso leve en el D.F de 6.25% al D.F; es decir 2 estudiantes que se encontraban en la etapa inicial en satisfactorio pasan a avanzado.

En el nivel satisfactorio que se encontraba en el D.I en 15.625% (5 estudiantes); se desmejoró en comparación con el diagnóstico inicial (21.87%) que tenía 7 estudiantes en 6.25%; de los cuales; 2 estudiantes descienden al nivel insuficiente, aumentando la prueba final en 12.5% (4 estudiantes) que no realizaron ningún proceso posiblemente porque no les alcanzó el tiempo para desarrollar la prueba o se bloquearon con la prueba.

**Para el séptimo problema, producto de medidas también** observó un aumento muy significativo en el nivel avanzado del D.I en 3.125% a la P.F en 59.37%; es decir 18 estudiantes que se encontraban así en el diagnóstico inicial: 5 en satisfactorio, 1 en medio, 12 en insuficiente; posiblemente mejoraron.

Para el nivel satisfactorio en la P.F se lograron avances en 9.375 % (3 estudiantes) y en el medio no queda ninguno (0%).

En el nivel insuficiente quedaron en la P.F el 31.25% (10 estudiantes) que comparado con el D.I se encontraba en 78.12%; se pudo observar un avance muy satisfactorio pero que no es lo esperado, porque estos 10 estudiantes no lograron realizar ningún tipo de proceso, ya que es un tipo de problema muy poco trabajado en clases desde grados anteriores.

Seguidamente; en **el octavo problema de producto de medidas con combinación**

también se observó un progreso muy significativo en el nivel avanzado del D.I en 34.37% a la P.F en 65.62%; es decir 10 estudiantes que se encontraban así en la etapa inicial: 1 en el nivel medio y posiblemente mejoraron 9 en insuficiente.

En el nivel satisfactorio no se encontró ninguno, ni en el D.I ni en la P.F. En el nivel medio un solo estudiante llega a este nivel en la P.F que venia del insuficiente en el D.I y representa el 3.12%.

El nivel insuficiente queda en 31.25% en la P.F; logrando un avance del 31.25% (10 estudiantes) que mejoraron su nivel de comprensión de este tipo de problemas; pues en el D.I se encontraba en 62.52%.

**En el noveno problema de producto de medidas** también se observó una mejora significativa en el nivel avanzado del D.I en 0 % a la P.F en 28.12 %; es decir 9 estudiantes que se encontraban en el diagnóstico inicial en el nivel satisfactorio pasan a este nivel máximo.

En el nivel medio se mantuvo el 3,125 % que representa un estudiante (posiblemente el mismo estudiante continúa con las mismas dificultades) para la P.F y en el nivel insuficiente continúan con el mismo porcentaje del D.I a la P.F (68.75 %); es decir, que 22 estudiantes no logran realizar los procesos específicos porque no pueden comprender muy bien este tipo de problemas.

**Finalmente; en el décimo problema** se notó el avance más significativo de todos los tipos de problemas. En el nivel avanzado del D.I que se encontraban en 25 % a la P.F subió a 84.37 %; es decir 19 estudiantes (que representan el 59.37 %) que se encontraban así en la etapa inicial: 3 en satisfactorio, 1 en el nivel medio y posiblemente mejoraron 15 estudiantes que estaban en insuficiente.

En el nivel satisfactorio y medio no quedó clasificado ningún estudiante en la P.F. En el nivel insuficiente quedó el 15.625%; es decir 5 estudiantes que no lograron superar ningún proceso específico, sin embargo, el 49.885 % se trasladaron al avanzado permitiendo demostrar un logro muy significativo en el proceso aplicado.

En general, al aplicar la secuencia didáctica teniendo en cuenta los procesos específicos matemáticos se nota un avance en cada uno de los problemas con estructura multiplicativa.

Específicamente **en los problemas 1 y 10** se observó un crecimiento al nivel avanzado (en promedio del 90.62 %) porque son problemas que se practican y se realizan constantemente en grados inferiores por los maestros, por lo tanto, son muy familiares para ellos (solo el 7.81 % en promedio, presentó dificultades en el problema 10, quizás con la práctica logren mejorar los procesos que faltan).

**En el problema 2, 3, 4, 6** se apreciaron grandes progresos de los estudiantes (en promedio el 78.12% se encuentra en nivel avanzado) ya que estos problemas son muy comunes y manejan 2 datos numéricos específicos para alcanzar su solución. También en el nivel satisfactorio el porcentaje promedio de estudiantes que mejoraron en los 4 problemas es de 13.28 %. Solo el 7.03% quedó en promedio en nivel medio y el 9.37% en insuficiente que deberán avanzar con el proceso de la multiplicación y su aplicación a los problemas.

**En los problemas 5, 7 y 8** se alcanzaron logros en promedio al nivel avanzado de 54.15% que es alto porque este tipo de problemas es nuevo para los estudiantes, ya que no le son familiares y no son enseñados en grados inferiores. El 9.37 % en promedio para este tipo de problemas se encuentra en nivel satisfactorio. Sin embargo, el promedio de este tipo de problemas en nivel insuficiente es del 35.40 %; lo que demuestra que se debe trabajar más en las aulas de clases porque

son problemas poco utilizados pero evaluados por las pruebas saber.

**Para el problema 9** se ven logros del 28.12% en el nivel avanzado; pero lo preocupante es que en el nivel insuficiente se conservaron el 68.75 % de estudiantes que no lograron mejorar en sus procesos, posiblemente porque este tipo de problemas tiene un nivel de complejidad más alto, maneja más de tres datos numéricos específicos que confunden al estudiante y no se trabajó este tipo de problemas en la secuencia didáctica, por lo cual se hace que se implementen este tipo de problemas en el aula de clase sobre todo en niveles de tercero y cuarto grado de primaria.

#### **Análisis comparativo del diagnóstico inicial con la prueba final en formulación de problemas**

En el nivel avanzado se observó un leve avance del 9.875 % (3 estudiantes que venían en la etapa inicial así: 1 en satisfactorio y 2 en el nivel medio). Esto resulta de la comparación del D.I con 37.5% y la P.F con 46.875 % donde los estudiantes formularon y resolvieron su problema planteado con éxito en todos los aspectos.

En el nivel satisfactorio también se avanzó de un porcentaje del D.I en 3.12 % al 12.5%; es decir del 9.375 % (2 estudiantes que se encontraban inicialmente en el nivel medio y 2 estudiante en nivel insuficiente mejoraron posiblemente a este nivel). Estos estudiantes utilizaron los datos numéricos dados, plantearon una pregunta clara y acorde al párrafo introductorio y dieron la respuesta escrita en forma coherente.

En el nivel medio hubo un avance del 9.375 % del D.I (12.5 %) al D.F (21.875%); es decir que 7 estudiantes mejoraron pasando del insuficiente a este nivel, aunque con algunas confusiones al plantear el problema y luego resolverlo.

En el nivel insuficiente se observó un gran avance del D.I con el 46.87 % a la P.F con 18.75%; es decir que 28.12% lograron mejorar en los procesos de invención de problemas.

### **Interpretación de datos e hipótesis**

En la formulación de problemas en forma general se percibieron avances en el grupo de estudiantes que realizaron el proyecto de investigación en el aula.

Si se compara el D.I que tenía un porcentaje de 40.62 % (en avanzados y satisfactorios) y el 59.37 % que se encontraron entre avanzados y de nivel satisfactorio en la P.F Se tiene una diferencia del 18.75 % que es buena para decir que los procesos mejoraron pero teniendo que hacer aclaraciones ya dichas anteriormente.

En el D.I que tenía un porcentaje de 59.37 % (en medios e insuficientes) y lograron una disminución al 40.62 % (en nivel medio e insuficientes); es decir que el 18.75% mejoraron en los procesos. Sin embargo, es muy claro que se habla casi de la mitad de los estudiantes que siguen presentando dificultades en la invención de problemas; todo esto está muy ligado a la falta de práctica del tipo de problemas con estructura multiplicativa en grados inferiores, a las fallas en los aprendizajes que se les dan a los estudiantes cuando inventan problemas y no se tienen en cuenta aspectos importantes como el párrafo introductorio y la pregunta con buen redacción y coherencia, también quizás a las pocas correcciones a que son expuestos los trabajos de los estudiantes con sus pares, con el grupo y con el mismo maestro. También a la inclusión de estos objetos matemáticos al diseño curricular de la institución, especialmente a los planes de área y aula de las matemáticas.

Adicionalmente, es necesario recalcar que el proceso de formulación hace parte del mayor nivel de complejidad planteado por la OCDE: reflexión. Es por esto que dentro de los procesos incluidos al resolver y formular problemas, es el último de ellos y debe darse en forma progresiva. Este proceso tiene una fuerte incidencia en la actividad matemática de aprendizaje de los estudiantes y demuestra la capacidad de los mismos para matematizar.



## 5. Conclusiones

Las conclusiones de este trabajo están en estrecha relación con el desarrollo lógico de los procesos para resolver y formular problemas durante la secuencia didáctica. En este sentido, se ha llegado a las siguientes determinaciones:

1. La secuencia didáctica para la resolución y planteamiento de problemas debe considerar procesos específicos que ayuden a construir una convergencia que contribuye a mejorar la calidad de la actividad matemática de los estudiantes y la planificación didáctica del profesor. Estos procesos son:

- ✓ **Comprender y representar:** porque cuando se codifica y decodifica un problema matemático se evidencia la articulación entre las representaciones semióticas y lo noético. Se da cuenta de la matematización y se empiezan a desarrollar las primeras conexiones matemáticas y puede elaborar un plan para resolverlo.
- ✓ **Resolver:** cuando el estudiante tiene claridad de lo comprendido y lo representado fácilmente desarrolla los procesos para resolver el problema pasando de la matematización horizontal a la vertical.
- ✓ **Argumentar:** al abstraer argumentos matemáticos escritos y orales se promueve el desarrollo de la comunicación en y con las matemáticas. Los argumentos escritos conducen a dar una respuesta coherente. La argumentación oral ayuda a socializar los resultados en forma grupal y facilita el aprendizaje de cada uno de los problemas de la estructura multiplicativa porque conduce a la verificación, validación, retroalimentación y reflexión del trabajo a través de conversaciones y exposiciones.

- ✓ **Formular:** este proceso al ser el de mayor nivel de complejidad permite que los estudiantes inventen problemas considerando el mundo real y su paso al mundo matemático (matematización).
2. Los avances más notorios dentro de la secuencia didáctica se dieron en el proceso de representar, porque al guiar el aprendizaje de la estructura multiplicativa considerando sus diferentes registros semióticos, además del tratamiento y conversión, los estudiantes se acercaron a una conceptualización de dicho objeto (noésis). Las dificultades que más predominaron, están en el proceso de mayor complejidad dentro de la competencia de resolución: formular y en los problemas de estructura multiplicativa con regla de tres, de búsqueda del valor unitario y búsqueda de cantidad de unidades. Tienen problemas para leer, escribir y comunicar en y con las matemáticas.
  3. La importancia de la formación del docente en educación matemática reside en la capacidad de generar secuencias de tareas matemáticas contextualizadas y pensadas estratégicamente considerando niveles de complejidad creciente que demuestren una perspectiva curricular y didáctica clara donde se refleje su potencial para transformar y enseñar determinados saberes.
  4. El uso continuo de la calculadora como herramienta tecnológica educativa es de gran apoyo para que el estudiante se motive y le dé un manejo apropiado a dicha herramienta. Además contribuye a validar y comprobar las operaciones planteadas para resolver determinado problema.

5. La calidad de las tareas matemáticas planteadas dentro de la secuencia didáctica es estratégica: de su calidad depende la calidad de los procesos matemáticos desarrollados por el estudiante y, por tanto, sus competencias matemáticas. La calidad de las tareas matemáticas situadas refuerzan las competencias matemáticas y promueven el trabajo cooperativo.

## 6. Recomendaciones

Un aspecto fundamental dentro de las recomendaciones, es la institucionalización de esta propuesta didáctica con el área de matemáticas de la Institución Educativa Humberto Jordán Mazuera. Es necesario realizar una devolución pedagógica a la institución considerando cuatro procedimientos esenciales: sensibilización, experimentación controlada, evaluación y expansión.

Antes de dar cumplimiento con este orden, primero se explica la propuesta ante el consejo directivo y académico de la institución, mostrando los grandes aportes que se dan a través de ella. Luego de aprobada, se procese con los cuatro procesos para legitimarla:

**Sensibilización:** Este proceso sirve para que los demás colegas de básica primaria se apropien de la propuesta a desarrollar (luego de una explicación clara de los monitores). Se puede organizar en la semana de desarrollo institucional a comienzo del año lectivo. Se orienta a los docentes en aspectos relevantes cuando se trata de realizar una secuencia didáctica con base en resolución y formulación de problemas:

Se deja muy claro que es necesario trabajar diversas clases de problemas que sean contextualizados y que en el caso de la estructura multiplicativa los más destacados son: de

combinaciones, de regla de tres, con el término veces más o veces menos y de comparación y de búsqueda de unidades, porque en el trabajo investigativo se hizo notorio el desconocimiento de los estudiantes sobre este objeto matemático en los saberes previos, lo que hace necesario que se implemente en el plan de área y aula de nuestra institución educativa.

Cuando se trabaje con materiales concretos o tecnológicos (calculadora, las boletas en fichas y los billetes didácticos) es necesario que el docente antes de entregarlos tenga claridad de lo que pretende hacer con él, como segundo paso los estudiantes deben interactuar con el material para reconocerlo a través de juegos o dinámicas grupales y por último si llevarlos a su uso más complejo.

Se deben manejar problemas combinados que usen más de una operación matemática o más de dos datos numéricos, porque se evidencia falta de implementación de estos dentro de las planeaciones de clases. Así mismo, es necesario tener cuidado con el vocabulario que se utilice en los problemas porque pueden confundir al estudiante o impedir que lo resuelvan. Un solo término que desconozca el estudiante puede interpretarlo en un problema de varias maneras que lo puede llevar a errores en su resolución.

También se aclara que la secuencia didáctica es una herramienta pedagógica que se puede adaptar a otros objetos matemáticos o inclusive a otras áreas del conocimiento como lengua castellana, ciencias naturales, ciencias sociales. Además, se puede organizar el trabajo de los procesos generales y procesos específicos facilitando el aprendizaje en los estudiantes.

A continuación, se escogen dos o tres maestros que estén interesados en aplicar la propuesta en sus respectivos grupos.

**Experimentación controlada:** consiste en aplicar en dos o más grupos la propuesta teniendo el consentimiento del consejo académico y directivo. Este proyecto investigativo se realizará de acuerdo al cronograma del año lectivo y en común acuerdo con los directores de grupo.

**Evaluación:** se valora el trabajo realizado teniendo en cuenta los aspectos positivos y negativos de la aplicación del proyecto. Se analizan conjuntamente los resultados con los directores de grupo, sacando conclusiones y recomendaciones que se expondrán en el consejo académico. De acuerdo con los resultados y a lo expuesto por los docentes se generará el último proceso que es la expansión.

**Expansión:** se generaliza la propuesta metodológica por medio del diseño curricular de los planes de área y de aula de la institución educativa a todos los grupos de estudiantes y a todos los docentes. Finalmente se aplica después de un tiempo a todos los grupos.

## 7. Referencias

- Aguilar, M., & Navarro, J. (2000). Aplicación de una estrategia de resolución de problemas matemáticos en niños. *Revista de psicología general y aplicada*, 53(1), 63-83. Obtenido de [http://hum634.uca.es/documentos/aplicaciyn\\_de\\_una\\_estrategia\\_de\\_resoluciyn\\_de\\_probl emas\\_\\_matemyticos\\_en\\_niyos.pdf](http://hum634.uca.es/documentos/aplicaciyn_de_una_estrategia_de_resoluciyn_de_probl emas__matemyticos_en_niyos.pdf)
- Aguirre, D. (2012). Aplicación de las estructuras multiplicativas en la resolución de problemas aritméticos dirigido a tercer grado de educación básica (Trabajo de grado). Universidad del Valle. Cali.
- Ayllón, M., Gallego, J., & Gómez, I. (Abril-junio de 2016). La actuación de estudiantes de educación primaria en un proceso de invención de problemas. *Perfiles Educativos*, 38(152), 51-67. Obtenido de [http://www.redalyc.org/jatsRepo/132/13244824004/13244824004\\_visor\\_jats.pdf](http://www.redalyc.org/jatsRepo/132/13244824004/13244824004_visor_jats.pdf)
- Bishop, A. J. (2005). *Aproximación sociocultural a la educación matemática*. (P. I. Perry Castro, Trad.) Cali: Universidad del Valle.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de las situaciones didácticas*. (D. Fregona, Trad.) Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Bustamante, A., & Vaca, J. (Enero-junio de 2014). El papel de los sistemas de representación en las dificultades experimentadas por los estudiantes al resolver un problema del campo conceptual de las estructuras multiplicativas. *Revista de investigación educativa*, 18, 25-57.
- Castro, E., Olmo, A., & Castro, E. (2002). *Desarrollo del pensamiento matemático infantil*. Obtenido de <http://wdb.ugr.es/~encastro/wp-content/uploads/DesarrolloPensamiento.pdf>
- Cerritos, H. (2012). El isomorfismo de medidas como estrategia para la resolución de problemas multiplicativos en el tercer grado de la escuela primaria. (Tesis de maestría). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. 727-735. Guadalajara, México. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/4339/1/CerritosElisomorfismoALME2012.pdf>
- Colombia Aprende. (2015). *Boletín siempre día E*. Recuperado el 17 de Enero de 2016, de <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/siemprediae>
- Constitución Política de Colombia*. (1991). Recuperado el 20 de Febrero de 2106, de <http://www.constitucioncolombia.com/titulo-2/capitulo-2/articulo-67>
- D'Amore, B. (2005). *Bases Filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática*. Italia: Reverté Ediciones.
- Dalle, P., Boniola, P., Sautu, R., & Elbert, R. (2005). *Manual de metodología*. Buenos Aires: CLACSO, Consejo Latinoamericano de Ciencias Sociales. Obtenido de <http://biblioteca.clacso.edu.ar/gsd/collect/clacso/index/assoc/D1532.dir/sautu2.pdf>

- Durango, J., & Rivera, G. (Octubre de 2013). Procesos de razonamiento y comprensión en estudiantes de cuarto grado de educación básica con respecto a la solución de problemas de tipo multiplicativo. *Educación científica y tecnología*, 326-329. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/6649/1/Rivera2013Procesos.pdf>
- Duval, R. (1995). *Semiosis y pensamiento Humano*. Francia: Peter Lang S.A. Editions scientifiques européennes.
- Espinoza, L., Barbe, J., Mitrovich, D., Solar, H., Rojas, D., Matus, C., & Paula, O. (Enero de 2009). *Análisis de las competencias matemáticas en NBI. Caracterización de los niveles de complejidad de las tareas matemáticas*. Recuperado el 15 de Marzo de 2016, de Ministerio de Educación gobierno de Chile: 2007-USACH-Espinoza.pdf
- Fandiño, M. I. (2010). *Múltiples Aspectos del aprendizaje de la matemática*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- García, B., Coronado, A., & Giraldo, A. (2015). *Orientaciones didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas*. Florencia.
- García, B., Coronado, A., Montealegre, L., Giraldo, A., Tovar, B., Morales, S., & Dawson, C. (2013). *Competencias matemáticas y actividad matemática de aprendizaje*. Cali: Talleres Gráficos de artes gráficas del Valle S.A.S.
- Godino, J., & Batanero, C. (1994). *Significado institucional y personal de los objetos matemáticos*. Recuperado el 17 de Marzo de 2016, de <http://www.ugr.es>: [http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03\\_SignificadosIP\\_RDM94.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf)
- Instituto Colombiano para el fomento de la educación superior . (2013). *Resultados de grado quinto en el área de matemáticas*. Recuperado el 17 de Enero de 2016, de <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jspx>
- Instituto Colombiano para el fomento de la educación superior . (2014). *Resultados del grado quinto en el área de matemáticas grado quinto*. Recuperado el 17 de Enero de 2016, de <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jspx>
- Instituto colombiano para el fomento de la educación superior . (2016). *Reporte Historico Comparativo pruebas saber grado quinto*. Recuperado el 17 de Enero de 2016, de <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/historico/reporteHistoricoComparativo.jsp>
- Ivars, P., & Fernández, C. (Abril de 2016). Problemas de estructura multiplicativa: Evolución de niveles de éxito y estrategias. *Educación matemática*, 28(1), 9-38. Obtenido de <http://www.redalyc.org/pdf/405/40545377002.pdf>.
- Ley General de Educación N°115. (1994). Recuperado el 20 de Febrero de 2016, de Mineducación: [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906\\_archivo\\_pdf.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf)

- Lupiañez Gómez, J. L. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de educación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Obtenido de Uniandes: <http://funes.uniandes.edu.co/798/2/TesisLupian%CC%83ezPublicada.pdf>
- Maza Gómez, C. (1991). *Enseñanza de la multiplicación y división*. Madrid: Síntesis S.A.
- Maza Gómez, C. (1991). *Multiplicar y dividir a través de la resolución de problemas*. Madrid: Visor.
- Ministerio de educación nacional (MEN). (2006). *Estándares básicos de competencias*. MEN.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de matemáticas*. Recuperado el 20 de Febrero de 2016, de Mineducación: [http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975\\_matematicas.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Derechos básicos de aprendizaje grado 4°*. Recuperado el 18 de Enero de 2016, de Colombia Aprende: [http://www.colombiaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446\\_m\\_g4.pdf](http://www.colombiaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446_m_g4.pdf)
- Monje Alvarez, C. A. (2011). *Metodología de la investigación cuantitativa y cualitativa*. Neiva: Universidad Surcolombiana. Obtenido de <https://carmonje.wikispaces.com/file/view/Monje+Carlos+Arturo+-+Gu%C3%ADa+did%C3%A1ctica+Metodolog%C3%ADa+de+la+investigaci%C3%B3n.pdf>
- Obando, G., & Vásquez, N. (2008). *Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica*. Obtenido de <https://www.uniandes.edu.co/>: <http://funes.uniandes.edu.co/933/1/1Cursos.pdf>
- Organizacion de estados Iberoamericanos. (2010). *Metas Educativas 2021*. Madrid: Cudipal.
- PISA. (2003). *Marcos teóricos de PISA 2013*. Recuperado el 2 de Marzo de 2016, de OECD: <https://www.oecd.org/pisa/39732603.pdf>
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. (J. Zugazogoitia, Trad.) Mexico: Trillas.
- Rico, L., & Lupiañez, J. L. (2008). *Objetivos y competencias en el aprendizaje de los números naturales*. Obtenido de Uniandes: <http://funes.uniandes.edu.co/1755/1/ArticuloUNO.pdf>
- Segovia, I., & Rico, L. (2011). *Matemáticas para maestros de educación primaria*. Madrid: Pirámide.
- Sfard, A. (2008). *Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional*. Cali: Universidad del Valle.
- Tobón, S., Pimineta, J. H., & García, J. A. (2010). *Secuencias Didácticas: aprendizaje y evaluación de competencias*. México: Pearson Educación.
- Vergnaud, G. (1990). *La teoría de los campos conceptuales*. Recuperado el 10 de Febrero de 2016, de



[http://www.uruguayeduca.edu.uy/Userfiles/P0001/File/T\\_Campos%20Conceptuales-Vergnaud.pdf](http://www.uruguayeduca.edu.uy/Userfiles/P0001/File/T_Campos%20Conceptuales-Vergnaud.pdf)

Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad*. (L. Ortega, Trad.) México: Trillas Editorial.

## 8. Anexos

### Anexo 1: Diagnóstico inicial y/o prueba final



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA HUMBERTO JORDÁN MAZUERA**

**PRUEBA DIAGNÓSTICA**

**ESTUDIANTE:** \_\_\_\_\_

**FECHA:** \_\_\_\_\_

**GRADO CUARTO UNO.**

#### **Situación**

En nuestra institución se organizó una salida pedagógica a cine Colombia Cosmocentro. Antes de la salida, los niños eligieron su película favorita entre las que estaban en cartelera. Por medio de una encuesta votaron y la ganadora fue “Buscando a Dory”.

El día de la salida los niños se transportaron en varios buses. Cuando llegaron al sitio muy emocionados, compraron sus boletas y algunos dulces. Luego entraron a la sala de cine para ver la película escogida, se divirtieron mucho porque era muy cómica.

**Responde cada pregunta escogiendo la respuesta correcta y escribiendo el procedimiento que realizaste para encontrar la respuesta:**

1. Para el transporte a la salida a cine la coordinadora contrató 8 buses. Si cada bus tiene 29 sillas. ¿Cuántos estudiantes asistieron?

- A. 250
- B. 232
- C. 150
- D. 32

Procedimiento para encontrar la respuesta:

2. La boleta de entrada a cine cuesta \$3500 los días lunes y martes. ¿Cuánto se paga en total por 18 boletas?

Procedimiento para encontrar la respuesta:

- A. 53000
- B. 63000
- C. 3518
- D. 28000

3. Si un estudiante pagó \$1200 por 3 bombones. ¿Cuál es el precio de un bombón?

Procedimiento para encontrar la respuesta:

- A. 500
- B. 300
- C. 400
- D. 350

4. La mamá de Cristian le dió \$15000 para gastar en el cine. Si compró chocolatinas que cuestan \$2500 cada una para compartir con sus amigos. ¿Cuántas chocolatinas puedo comprar?

- A. 7

Procedimiento para encontrar la respuesta:

B. 5

C. 8

D. 6

5. En el cine hay una promoción 3 bombones por \$ 500. Si Alejandra compró 12 bombones. ¿Cuánto debe pagar?

A. 1000

B. 2000

C. 5000

D. 500

Procedimiento para encontrar la respuesta:

6. Una gaseosa cuesta \$1500. Un combo de perro caliente y gaseosa cuesta 3 veces más. ¿Cuál es el valor del combo?

A. 3000

B. 3500

C. 4500

D. 1800

Procedimiento para encontrar la respuesta:

7. Lina tiene \$2000 que le dio su mamá para gastar en el cine. A Víctor su mamá le dio \$8000. ¿Cuántas veces más le dieron dinero a Víctor que a Lina?

A. 3

Procedimiento para encontrar la respuesta:

- B. 2
- C. 4
- D. 5

8. En el cine hay diferentes clases de comidas: crispetas, perros, hamburguesas, gaseosas, entre otros. Si hay 3 tamaños de gaseosas y 6 sabores diferentes: Manzana, Coca Cola, Colombiana, Uva, Bretaña y Premio, ¿Cuántas opciones de gaseosas tienen para beber los estudiantes?

- A. 12 opciones
- B. 18 opciones
- C. 6 opciones
- D. 3 opciones

Procedimiento para encontrar la respuesta:

9. A la salida a cine asistieron algunos niños y niñas del grado primero. Por cada 4 niños había 2 niñas. Si en total habían 24 niños, ¿cuántas niñas asistieron?

- A. 6 niñas
- B. 8 niñas
- C. 10 niñas
- D. 12 niñas

Procedimiento para encontrar la respuesta:

10. En una de las salas de cine hay 16 filas y en cada fila hay 15 sillas. ¿Cuántas personas caben en la sala de cine?

- A. 200
- B. 240

Procedimiento para encontrar la respuesta:

- C. 150
- D. 130

**11. INVENCIÓN DE PROBLEMAS**

Observa los siguientes gráficos y datos. Construye un problema en el cual se use la multiplicación.

Resuélvelo y escribe la respuesta.



Crispetas: \$4500  
Gaseosa: \$2000

---

---

---

---

---

**RESPUESTA:** \_\_\_\_\_

**Anexo 2: Secuencia Didáctica****SESIÓN UNO: ¡ORGANICEMOS UNA SALIDA A CINE!****SITUACIÓN PROBLEMATIZADORA:**

Los estudiantes de grado cuarto quieren ir a cine, para esta actividad hay que cotizar un sitio, separarlo y recoger el dinero. ¿Cómo aplicar la multiplicación en todas estas actividades?

**TIEMPO:** 5 horas

**OBJETIVOS:**

- ✓ Analizar problemas de estructura multiplicativa para reforzar el uso del algoritmo de la multiplicación.
- ✓ Resolver problemas multiplicativos mediante el uso adecuado de datos numéricos en diferentes situaciones.
- ✓ Realizar diferentes procedimientos para reforzar el algoritmo de la multiplicación.
- ✓ Inventar un problema similar a los vistos en la sesión.

**RECURSOS:**

Cuadernos, lápiz, borrador, sacapuntas, fotocopias, cotización real para ir a cine, televisor, computador, video proyector.

**LUGARES:** salón de clase.

**ACTIVIDADES:**

**FASE DE ENTRADA:** 1 hora

El docente realiza una presentación en Power Point de la sesión y objetivos. Luego el docente realiza la lectura de la situación problematizadora para todo el grupo: El grado cuarto de la sede central quiere organizar una salida pedagógica al cine Royal Films del éxito de la Simón Bolívar donde van a invitar a otros grados para que participen. Para esta actividad se pidió una cotización que desde la sede Barranquilla Royal Films envió por correo: Esta es la cotización:



Barranquilla, Septiembre 30 del 2016.

Señores:

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA HUMBERTO JORDAN MAZUERA.**

**Atn. Sonia Nohelia Trejos**

Cali.

Cordial Saludo:

Según su amable solicitud a continuación le envío la siguiente cotización para realizar función Matinal.

Para la prestación de este servicio, el Cliente debe realizar la **Compra mínima de 100 entradas más 50 combos**. Los adicionales los cancela el mismo día de la actividad al mismo valor cotizado inicialmente.

Multicine	Cuidad	Horario	N° Ubicaciones	Vr. Entradas 2D	Vr. Entradas 3D
Simón Bolívar	Cali	10:00am	100	\$3.000.	\$4.000.

LAS GAFAS 3D en Multicine Simón Bolívar las entregamos en calidad de préstamo.

## 2. CONFITERIA.

COMBOS	CONTENIDO	Vr. unitario
Combo 1	Gaseosa 16onz + Bolsita de Crispeta	\$4.500

Quedo atenta a sus comentarios.

Cordialmente,

Sugey Viñas Rodríguez.  
Ventas y Servicios  
Tel: 3682020. Ext. 5131.  
Cel. 3165245102.

ROYAL FILMS S.A.S PERTENECE AL REGIMEN COMUN, NO SOMOS GRANDES CONTRIBUYENTES





Después el docente organiza grupos de cuatro estudiantes, para realizar el análisis de seis problemas relacionados con la cotización. Se les entrega la copia de la cotización y se anexan seis preguntas referentes a la misma.

En cada grupo se escogerá un monitor por turno de modo que los cuatro intervengan como monitores, además se escoge el relojero, el relator y el secretario.

Las preguntas problema son las siguientes:

- a) ¿Cuánto dinero ha recolectado la profesora Luzmila si 26 estudiantes le han pagado la entrada en 2D y el combo?
- b) ¿Cuánto dinero ha recogido el profesor Edgar si le han pagado 32 estudiantes la entrada a cine en D2?
- c) A la profesora Sonia le han pagado el combo (crispetas y gaseosa) 18 estudiantes. ¿Cuánto dinero recogió?
- d) Si la película fuera en 3D cuanto se debería pagar por la entrada de 102 estudiantes.
- e) Al profesor Carlos Calero le pagaron 14 estudiantes la entrada en 2D. ¿Cuánto dinero recolectó?
- f) Cuánto dinero se paga en total por la compra mínima en 2D para ir al cine y por los combos.
- g) Cada grupo debe realizar la lectura y el análisis de las situaciones problema teniendo en cuenta la siguiente guía que discutirán en forma oral:
  - ¿Entienden todo lo que dice la cotización y las preguntas?
  - ¿Pueden explicar con sus propias palabras cada uno de los problemas?
  - ¿Cuáles son las preguntas?
  - ¿Distinguen cuáles son los datos numéricos?
  - ¿Saben a qué quieren llegar?
  - ¿Falta información?
  - ¿Hay alguna información que sobre?
  - ¿Son estos problemas similares a algún otro que hayan resuelto antes?

Posteriormente de escuchar a los estudiantes se aclararán dudas por parte del docente.

### **FASE CENTRAL O DESARROLLO**

Tiempo: 3 horas y media

En esta sesión los estudiantes representan y resuelven en forma individual cada uno de los problemas. Además se escriben las respuestas.

Luego se reúnen nuevamente en los mismos grupos de trabajo para comparar sus representaciones y respuestas.

Se tendrán en cuenta las siguientes preguntas para argumentar la concepción y ejecución del plan en forma oral. Con el fin de generar una discusión en donde se facilite la interacción de los estudiantes hacia el aprendizaje de resolución de problemas y el algoritmo multiplicativo.

¿Es tu solución correcta?

¿Qué errores encontraste y explícalas?

¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?

¿Al comparar con tus compañeros encuentras una solución más sencilla?

¿Tu forma de solucionar los problemas se puede utilizar en otros problemas?

Explica porque usaste la representación empleadas para resolver el problema.

Seguidamente se realizará un sorteo para que cada uno de los ocho grupos exponga uno de los seis problemas (el grupo siete y ocho deberán repetir uno de los problemas al azar). Cuando sepan cual es el problema que deben exponer, el grupo debe ponerse de acuerdo para dar una solución y una respuesta unificada.

Luego se les entregan cartulinas y marcadores para que allí plasmen dicha solución y respuesta.

Después de cada exposición los estudiantes de los otros grupos podrán hacer preguntas y aportes a los expositores.

Finalizadas todas las exposiciones se aclararán dudas y se sacan conclusiones. Teniendo en cuenta el manejo del algoritmo de la multiplicación.

## **FASE FINAL**

Tiempo: 1 hora

Se reúnen los estudiantes en mesa redonda donde el profesor hará las siguientes preguntas metacognitivas. Dejando que las respuestas sean de libre participación:

¿Cómo se sintió trabajando en grupo?

¿Cómo se sintió trabajando en forma individual?

¿Qué aprendiste hoy?

¿Es fácil resolver un problema?

¿Qué se hizo durante la sesión para resolver los problemas?

¿Qué dificultades encontraste?

¿Crees que la actividad realizada sirve en tu vida?

## AUTOEVALUACIÓN

Cada estudiante hará su autoevaluación personal del desempeño realizado en la sesión. Para esta actividad se les entregará el siguiente formato:

Autoevaluación:

COMPRENSIÓN Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS	Entendió y resolvió correctamente todos los problemas	SI	NO	NOTA
PERSONAL	Participa activamente del desarrollo de cada clase.			
	Está atento a las explicaciones.			
	Es responsable con las actividades propuestas en cada clase.			
SOCIAL	Trabaja en equipo con respeto y entusiasmo.			
	Escucha atentamente a sus compañeros y docente.			
	Posee capacidad de liderazgo para el trabajo en grupo.			

Como actividad de evaluación cognitiva se les propone a los niños que de forma individual formular un problema similar a los planteados anteriormente con operación y respuesta, para entregar al docente, teniendo en cuenta la cotización que se usó en la sesión. Este insumo servirá para evaluar los procesos a corto plazo.

Finalmente, la tarea para enlazar la siguiente sesión es ir a cine y recoger datos numéricos: precios, cantidades, tamaños, formas y sabores de los siguientes sitios: venta de lechona, un restaurante y la sala de cine.

Se les entregará la siguiente guía para recolectar datos:

**Santiago de Cali, 9 de noviembre**

**ACTIVIDAD: SALIDA A CINE**

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_

**GRADO:** \_\_\_\_\_

**TAREA:**

Observa con atención el puesto de lechona, el restaurante, confitería y sala de cines. Completa las siguientes tablas y responde las preguntas:

Con mucho respeto y cortesía realiza las siguientes preguntas a quien corresponda:

VENTA DE LECHONA		CANTIDAD DE SILLAS EN EL CENTRO DE LA SALA		RESTAURANTE	
CANTIDAD	PRECIO	FILA		PLATO	PRECIO
		COLUMNA			

GASEOSAS		CINE	
TAMAÑO		COMBO	PRECIO
SABORES			

¿Cuánto dinero recoge por vender toda la lechona? \_\_\_\_\_

¿Cuánto cuesta la entrada al baño público? \_\_\_\_\_

¿Cuánto dinero se recoge en un día por las entradas al baño público ? \_\_\_\_\_

## SESIÓN DOS: ¡Compartiendo crispetas!

### SITUACIÓN PROBLEMATIZADORA:

Los estudiantes de grado cuarto después de haber ido al cine, y de haber recogido datos numéricos de cantidades, precios, tamaños, sabores y formas de los siguientes sitios: restaurante, venta de lechona y cine Royal Films, socializaran esta información y de allí analizaran y resolverán problemas propuestos por el maestro.

**TIEMPO:** 5 horas

### OBJETIVOS:

- ✓ Analizar problemas de producto de medidas para practicar el uso del algoritmo de la multiplicación.
- ✓ Resolver problemas multiplicativos mediante el uso adecuado de datos numéricos en diferentes situaciones.
- ✓ Inventar un problema similar a los vistos en la sesión.

### RECURSOS:

Cuadernos, lápiz, borrador, sacapuntas, fotocopias, crispetas de diferentes sabores, bolsas plásticas, recipientes, colores, tijeras, ega, cartulina.

**LUGARES:** salón de clase.

### ACTIVIDADES:

**FASE DE ENTRADA: 1 hora**

Inicialmente se socializan los resultados de la invención de problemas de la parte final de la sesión uno, dando algunas recomendaciones sobre la claridad en el texto, los datos utilizados, la pregunta realizada, la operación y la respuesta.

A continuación el docente realiza una presentación en power point de la sesión y objetivos.

Luego el docente realiza la LECTURA DE LA SITUACIÓN PROBLEMATIZADORA para todo el grupo:

Los estudiantes de grado cuarto después de haber ido al cine, y de haber recogido datos numéricos de cantidades, precios, tamaños, sabores y formas de los siguientes sitios: restaurante, venta de lechona y cine Royal Films. ¿Qué otros problemas se pueden resolver?

En esta fase los estudiantes se organizaran en mesa redonda y se evaluara la salida a cine teniendo en cuenta las siguientes preguntas:

¿Cómo les pareció la actividad?

¿Qué les llamó la atención del centro comercial?

¿Les gusto la película?

¿Qué otra actividad les gustaría hacer donde podamos involucrar las matemáticas?

Después de escuchar a los estudiantes, se procede a socializar los datos numéricos que algunos niños recogieron en la ficha entregada.

**FASE CENTRAL O DESARROLLO**

Tiempo: 3 horas

Los estudiantes se organizan en los mismos grupos de la primera sesión, pero se les aclara a los estudiantes que deben cambiar de rol. El docente les entrega en una hoja tres problemas de producto de medidas con algunos datos recolectados anteriormente:

- 1) En algunos cines hay tres tamaños de crispetas: grande, mediano y pequeña y tres sabores: salada, caramelo y combinada (salada y caramelo). ¿Cuántas opciones de crispetas tienen para comer las personas?
- 2) En el cine hay diferentes clases de comidas: crispetas, perros, hamburguesas, gaseosas, entre otros. Si hay 3 tamaños de gaseosas y 7 sabores diferentes: Manzana, Pepsi, Colombiana, Uva, Naranja, 7up y Pepsi light ¿Cuántas opciones de gaseosas tienen para beber los estudiantes?
- 3) En la parte central de la sala de cine Royal Films hay 8 sillas en una fila y en una columna hay 12 sillas. ¿Cuántas personas en total pueden sentarse en esta parte?

Cada grupo debe realizar la lectura y el análisis de las situaciones problema teniendo en cuenta la siguiente guía que discutirán en forma oral:

- ¿Entienden todo lo que dicen los problemas y las preguntas?
- ¿Pueden explicar con sus propias palabras cada uno de los problemas?
- ¿Cuáles son las preguntas?
- ¿Distinguen cuáles son los datos numéricos?
- ¿Sabén a qué quieren llegar?
- ¿Falta información?
- ¿Hay alguna información que sobre?
- ¿Son estos problemas similares a algún otro que hayan resuelto antes?

Posteriormente de escuchar a los estudiantes se aclararán dudas por parte del docente.

Se les pide que inicien la resolución del primer problema. En este proceso se les entregará material concreto para que les sirva de apoyo al resolver el problema. A cada grupo se le entregará la cantidad de bolsas plásticas de diferente tamaño (grande, mediana y pequeña) que considere necesita para realizar las combinaciones. Además de dos recipientes con crispetas saladas y dulces.

A los grupos se les dará quince minutos para realizar esta actividad y luego cada secretario del grupo debe mostrar y explicar como hizo este trabajo.

El docente debe intervenir dando orientación sobre la forma de utilizar las estructuras multiplicativas cuando se utilizan combinaciones teniendo en cuenta las siguientes preguntas:

¿La solución de tu grupo es correcta?

¿Qué errores encontraste y explícalos?

¿Tu grupo organizó bien las crispetas?

¿Al comparar con los otros grupos encuentran una solución más sencilla?

Después de trabajar con el material concreto los estudiantes deben completar la siguiente tabla:

SABOR	TAMAÑO		
	GRANDE	MEDIANA	PEQUEÑA
SALADA			
DULCE			
DULCE Y SALADA			

El docente pasará por cada grupo para explicar cómo se completa la tabla de combinaciones. Teniendo en cuenta las siguientes preguntas:

¿Entienden lo que tiene que hacer?

¿Cómo van a realizar el trabajo?

¿Saben cómo llenar las tablas?

¿Tienen alguna duda?

Para finalizar la representación del problema se les pide que realicen una operación con la cual puedan resolverlo y que escriban la respuesta.

A continuación, los estudiantes resolverán el segundo problema. Se les entregara material gráfico en hojas de block para que los estudiantes colorean, recorten y organicen las diferentes combinaciones que se pueden dar con los tamaños de las gaseosas y los diferentes sabores.

A los grupos se les dará 20 minutos para realizar esta actividad y luego cada secretario del grupo debe mostrar y explicar como hizo este trabajo.

El docente debe interviene dando orientación sobre la forma de utilizar las estructuras multiplicativas cuando se utilizan combinaciones teniendo en cuenta las siguientes preguntas:

¿La solución de tu grupo es correcta?

¿Qué errores encontraste y explícalos?

¿Tu grupo recorto, organizo y coloreo bien las gaseosas?

¿Al comparar con los otros grupos encuentran una solución más sencilla?

Después se les pide completar la siguiente tabla:

SABOR	TAMAÑO		
	GRANDE	MEDIANA	PEQUEÑA
Manzana			
Pepsi			
Colombiana			
Uva			
Naranja			
7up			
Pepsi Light			

El docente pasará por cada grupo para explicar cómo se completa la tabla de combinaciones teniendo en cuenta las preguntas orientadoras que se realizaron durante el primer problema.

Para finalizar la representación de este problema se les pide que realicen una operación con la cual puedan resolverlo y que escriban la respuesta.

## FICHA PARA ENTREGAR CUANDO SE INICIE LA RESOLUCION DEL SEGUNDO PROBLEMA



En el tercer problema los grupos de estudiantes deben representarlo gráficamente, realizar la operación y dar la respuesta. Estos procesos los ejecutaran sin ninguna orientación del docente.

Luego cada grupo debe nombrar un monitor quien saldrá a exponer los resultados de los tres problemas. En seguida se les entregan cartulinas y marcadores para que allí plasmen las soluciones y respuestas.

Se tendrán en cuenta las siguientes preguntas para argumentar la concepción y ejecución del plan en forma oral.

¿Las soluciones de tu grupo son correctas?

¿Qué errores encontraste y explícalos?

¿La respuesta de tu grupo satisface lo establecido en el problema?

¿Al comparar con los otros grupos encuentran una solución más sencilla?

¿La forma de solucionar los problemas se puede utilizar en otros problemas?

Después de cada exposición los estudiantes de los otros grupos podrán hacer preguntas y aportes a los expositores.



Finalizadas todas las exposiciones se aclararán dudas y se sacan conclusiones. Teniendo en cuenta el manejo del algoritmo de la multiplicación y la forma en que se deben resolver problemas de producto de medidas.

## FASE FINAL

Tiempo: 1 hora

Se reúnen los estudiantes en mesa redonda donde el profesor hará las siguientes preguntas metacognitivas. Dejando que las respuestas sean de libre participación:

¿Cómo se sintió trabajando en grupo?

¿Qué aprendiste hoy?

¿Es fácil resolver un problema?

¿Qué se hizo durante la sesión para resolver los problemas?

¿Qué dificultades encontraste?

¿Crees que la actividad realizada sirve en tu vida?

## AUTOEVALUACIÓN

Cada estudiante hará su autoevaluación personal del desempeño realizado en la sesión. Para esta actividad se les entregará el siguiente formato:

Autoevaluación:

COMPRENSIÓN Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS	Entendió y resolvió correctamente todos los problemas	SI	NO	NOTA
PERSONAL	Participa activamente del desarrollo de cada clase.			
	Está atento a las explicaciones.			
	Es responsable con las actividades propuestas en cada clase.			
SOCIAL	Trabaja en equipo con respeto, tolerancia y entusiasmo.			
	Escucha atentamente a sus compañeros y docente.			
	Posee capacidad de liderazgo para el trabajo en grupo.			

Como actividad de evaluación cognitiva se les propone a los niños que de forma individual formular un problema similar a los planteados anteriormente con operación y respuesta, para entregar al docente.

Finalmente, la tarea para enlazar la siguiente sesión es resolver los siguientes problemas:

La señora que vende la lechona tolimense vendió en total \$468.000. Si una caja de lechona cuesta \$6500. ¿Cuántas cajas de lechona vende en total?

La señora de los baños públicos recogió \$ 150000 al finalizar el día domingo. Si el valor de la entrada es de \$500. ¿Cuántas personas ingresaron al baño en total ese día?

Estos problemas los deben traer resueltos para la próxima sesión con una representación, operación y respuesta. Además, deben traer calculadora.

**SESIÓN TRES:** ¡Reforcemos la división a través de problemas cotidianos!

**SITUACIÓN PROBLEMATIZADORA:**

El profesor Edgar y la profesora Sonia anotaron en un cuaderno la cantidad de dinero de los grupos que asistieron al cine. ¿Con esta información se podrá saber cuántos estudiantes asistieron de cada uno de los grupos?

**TIEMPO:** 5 horas

**OBJETIVOS:**

- ✓ Analizar problemas de estructura multiplicativa para reforzar el uso del algoritmo de la división.
- ✓ Resolver problemas mediante el uso adecuado de datos numéricos en diferentes situaciones.
- ✓ Realizar diferentes procedimientos para reforzar el algoritmo de la división.
- ✓ Inventar un problema similar a los vistos en la sesión.
- ✓ Cooperar y mostrar solidaridad con los compañeros y compañeras trabajando constructivamente en equipo.

**RECURSOS:**

Cuaderno, lápiz, borrador, sacapuntas, fotocopias, calculadora.

**LUGARES:** salón de clase.

**ACTIVIDADES:**

**FASE DE ENTRADA:** 1 hora

Inicialmente cuatro estudiantes voluntariamente salen al tablero y explican cómo resolvieron los dos problemas que se dejaron en la tarea. Aclarándoles que quienes salgan hayan resuelto los problemas de forma diferente o tengan una respuesta distinta.

Después de la participación de los estudiantes el docente aclara dudas conjuntamente con ellos.

Luego el docente realiza una presentación en forma oral de la sesión y objetivos.

A través de dos videos se les reforzará el respeto y la tolerancia para el trabajo en equipo:

"Trabajo en equipo pingüinos, hormigas, cangrejos"

"Trabajo en equipo, Bichos"

Después de observar los videos se escucharán comentarios reflexivos de algunos estudiantes.

Seguidamente, el docente realiza la LECTURA DE LA SITUACIÓN PROBLEMATIZADORA para todo el grupo y los objetivos de la sesión.

## FASE CENTRAL O DESARROLLO

Tiempo: 3 horas

Se organizan los estudiantes por grupos y se distribuyen los roles de forma diferente de las sesiones anteriores, pero manteniendo los líderes que se designaron desde la primera sesión.

Se les entrega en una hoja la situación problematizadora que es la siguiente:

El profesor Edgar y la profesora Sonia anotaron en un cuaderno la cantidad de dinero de los grupos que asistieron al cine. Ellos hicieron la siguiente tabla:

DINERO RECOGIDO EN CADA GRUPO PARA LA SALIDA A CINE			
PROFESOR	GRADO	Total Entradas	Total combos
Edgar Paz	4°2	\$ 105.000	\$126000
Sonia Trejos	4°1	\$72000	\$81000
Carlos Calero	5°1	\$42000	0
Luzmila Acedo	3°2	\$81000	\$121500

Teniendo en cuenta los datos escritos en la tabla anterior resuelve los siguientes problemas:

- ¿Cuántos estudiantes pagaron el combo del grupo de la profesora Luzmila?
- ¿Cuántos estudiantes pagaron la entrada del grupo cuarto uno?
- ¿Cuántos estudiantes pagaron el combo del grupo del profesor Edgar?

d) ¿Cuántos estudiantes pagaron la entrada a cine del grupo del profesor Carlos Calero? Cada grupo debe realizar la lectura y el análisis de las situaciones problema teniendo en cuenta la siguiente guía que discutirán en forma oral:

- ¿Entienden todo lo que dice la tabla y las preguntas?
- ¿Pueden explicar con sus propias palabras cada uno de los problemas?
- ¿Cuáles son las preguntas?
- ¿Distinguen cuáles son los datos numéricos?
- ¿Sabes a qué quieren llegar?
- ¿Falta información?
- ¿Hay alguna información que sobra?
- ¿Son estos problemas similares a algún otro que hayan resuelto antes?

Posteriormente de escuchar a los estudiantes, se aclararán dudas por parte del docente.

Luego a cada grupo se les entregan 30 copias de los recibos de las entradas a cine con el valor de \$3000 y 30 copias de los recibos con el valor de un combo de \$4500. Con este material los estudiantes deberán buscar los resultados de cada problema, teniendo en cuenta que deben repartir adecuadamente las cantidades.

Además, se les entregara una ficha donde representarán la solución de cada uno de los problemas de acuerdo a la organización de las boletas.

1. Distribución de boletas de combo

Valor total de las boletas de combo: \_\_\_\_\_

Número de boletas: \_\_\_\_\_

Representación:

2. Distribución de boletas de entrada

Valor total de las boletas de entrada: \_\_\_\_\_

Número de boletas: \_\_\_\_\_

Representación:

### 3. Distribución de boletas de combo

Valor total de las boletas de combo: \_\_\_\_\_

Número de boletas: \_\_\_\_\_

Representación:

### 4. Distribución de boletas de entrada

Valor total de las boletas de entrada: \_\_\_\_\_

Número de boletas: \_\_\_\_\_

Representación:

A los grupos se les dará 30 minutos para realizar esta actividad. Durante este tiempo el docente pasa por cada grupo atendiendo inquietudes y realizando las siguientes preguntas en forma oral

¿Entienden lo que tiene que hacer?

¿Cómo van a realizar el trabajo?

¿Saben cómo manejar el material y que van a hacer con él?

¿Encuentran la relación entre las boletas y los datos de la tabla?

¿Tienen alguna duda?

Seguidamente cada secretario del grupo debe mostrar y explicar como hizo este trabajo.

El docente debe intervenir dando orientación sobre la forma de utilizar las estructuras multiplicativas cuando se utiliza la división para búsqueda de unidades, teniendo en cuenta las siguientes preguntas para argumentar la concepción y ejecución del plan en forma oral.

¿La solución de tu grupo es correcta?

¿Qué errores encontraste y explícalos?

¿La distribución de las boletas fue la apropiada?

En seguida cada grupo usa la calculadora y se les pide que encuentren la operación y muestren con qué operación encuentran el resultado en la calculadora. Para este proceso el docente pasa por cada grupo realizando las siguientes preguntas orientadoras:

¿Saben manejar la calculadora?

¿Conocen cuáles son los símbolos de las operaciones?

¿Tienen alguna duda?

Después de realizar las orientaciones a los grupos y responder las inquietudes, el docente les pedirá a los diferentes secretarios de los grupos que copien las cantidades utilizadas en cada operación y su resultado por problema.

Seguidamente cada secretario del grupo debe mostrar y explicar como hizo este trabajo.

El docente debe intervenir dando orientación sobre la forma de utilizar las estructuras multiplicativas cuando se utiliza la división para búsqueda de unidades, teniendo en cuenta las siguientes preguntas para argumentar la concepción y ejecución del plan en forma oral.

¿La solución de tu grupo es correcta?

¿Qué errores encontraste y explícalos?

¿El uso de la calculadora fue apropiada?

¿Qué relación existe entre la división y la multiplicación?

¿Cuál crees que es la operación más rápida y eficaz para resolver los cuatro problemas?

¿Cómo se hace esa operación?

Después de mostrar los resultados en la calculadora y realizar las intervenciones, de forma aleatoria los grupos escogerán un número y el que les corresponda será el del problema que deben representar y mostrar la operación que hicieron en lápiz y papel. Este trabajo debe ser expuesto.

Se les entregan cartulinas y marcadores para que allí plasmen dicha solución y respuesta.

Terminadas las exposiciones, se tendrán en cuenta las siguientes preguntas para argumentar la concepción y ejecución del plan de cada grupo en forma oral.

¿La solución de tu grupo es correcta?

¿Qué errores encontraste y explícalos?

¿La respuesta de tu grupo satisface lo establecido en el problema?

¿Al comparar con los otros grupos encuentran una solución más sencilla?

¿La forma de solucionar los problemas se puede utilizar en otros problemas?

Después de cada exposición los estudiantes de los otros grupos podrán hacer preguntas y aportes a los expositores.

Finalizadas todas las exposiciones se aclaran dudas y se sacan conclusiones. Teniendo en cuenta el manejo del algoritmo de la división y la forma en que se deben resolver problemas de búsqueda de cantidad de unidades.

### FASE FINAL

Tiempo: 1 hora

Se reúnen los estudiantes en mesa redonda donde el profesor hará las siguientes preguntas metacognitivas. Dejando que las respuestas sean de libre participación:

¿Cómo se sintió trabajando en grupo?

¿Qué aprendiste hoy?

¿Es fácil resolver un problema?

¿Qué se hizo durante la sesión para resolver los problemas?

¿Qué dificultades encontraste?

¿Crees que la actividad realizada sirve en tu vida?

### AUTOEVALUACIÓN

Cada estudiante hará su autoevaluación personal del desempeño realizado en la sesión. Para esta actividad se les entregará el siguiente formato:

Autoevaluación:

COMPRENSIÓN Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS	Entendió y resolvió correctamente todos los problemas	SI	NO	NOTA
PERSONAL	Participa activamente del desarrollo de cada clase.			
	Está atento a las explicaciones.			
	Es responsable con las actividades propuestas en cada clase.			
SOCIAL	Trabaja en equipo con respeto y entusiasmo.			
	Escucha atentamente a sus compañeros y docente.			
	Posee capacidad de liderazgo para el trabajo en grupo.			

Como actividad de evaluación cognitiva se les propone a los niños que de forma individual formulen un problema similar a los planteados anteriormente con operación y respuesta, para entregar al docente.

Finalmente, la tarea para enlazar la siguiente sesión es resolver los siguientes problemas:

Si dos combos del #4 valen \$25000 sin la tarjeta club preferencial. ¿Cuánto costaran 8 combos?

Si tres combos del #3 valen \$33000 con la tarjeta club preferencial. ¿Cuánto costaran 9 combos?

Estos problemas los deben traer resueltos para la próxima sesión con una representación, operación y respuesta. Además deben traer: una chocolatina pequeña, un bombo, una dulce masticable y un paquete de chitos pequeños.



**SESIÓN CUATRO:** Disfrutemos de los combos

**SITUACIÓN PROBLEMATIZADORA:**

En el cine hay muchos combos para escoger. ¿Cómo saber cuál y cuántos comprar, de acuerdo a lo que necesito?

**TIEMPO:** 5 horas

**OBJETIVOS:**

- ✓ Comprender problemas de estructura multiplicativa teniendo en cuenta el uso de la regla de tres.
- ✓ Analizar el uso de diversas estrategias para resolver problemas con regla de tres.



- ✓ Implementar la estrategia para resolver problemas con regla de tres.
- ✓ Argumentar la estrategia utilizada.
- ✓ Formular y resolver un problema con regla de tres.

**RECURSOS:**

Fotocopias de talleres, lápiz, borrador, sacapuntas, fotocopias, marcadores, cartulinas, bombones, chokolatinas, dulces masticables, chitos, bolsas plásticas, cinta transparente, cinta de papel y piola.

**LUGARES:** salón de clase.

**ACTIVIDADES:**

**FASE DE ENTRADA:** 1 hora

Inicialmente cuatro estudiantes voluntariamente salen al tablero y explican cómo resolvieron los dos problemas que se dejaron en la tarea. Aclarándoles que quienes salgan hayan resuelto los problemas de forma diferente o tengan una respuesta distinta.

Después de la participación de los estudiantes el docente aclara dudas conjuntamente con ellos.

El docente realiza una presentación en power Paint de la sesión y objetivos.

Luego el docente realiza la **LECTURA DE LA SITUACIÓN PROBLEMATIZADORA** para todo el grupo.

**FASE CENTRAL O DESARROLLO**

Tiempo: 2 horas y media

Se organizan los estudiantes por grupos y se distribuyen los roles de forma diferente de las sesiones anteriores, pero manteniendo los líderes que se designaron desde la primera sesión.

Se les entrega en una hoja la situación problematizadora que es la siguiente:

Los niños del grado cuarto quieren hacer combos de dulces para vender y recoger fondos para la despedida de fin de año. Ellos hicieron dos clases de combos:

Combo 1: bombón, chokolatina y chitos.

Combo 2: bombón, chokolatina, chitos y fruna.

- ¿Cuánto cuestan 8 combos, si dos combos valen \$2900?
- ¿Cuánto cuestan 6 combos, si tres cuestan \$3600?

Cada grupo debe realizar la lectura y el análisis de las situaciones problema teniendo en cuenta la siguiente guía que discutirán en forma oral:

- ¿Entienden lo que dicen los problemas?
- ¿Pueden explicar con sus propias palabras cada uno de los problemas?
- ¿Cuáles son las preguntas?
- ¿Distinguen cuáles son los datos numéricos?
- ¿Saben a qué quieren llegar?
- ¿Falta información?
- ¿Hay alguna información que sobre?
- ¿Son estos problemas similares a algún otro que hayan resuelto antes?

Posteriormente de escuchar a los estudiantes, se aclaran dudas por parte del docente. Luego cada grupo debe pensar en la estrategia que utilizará para solucionar los dos problemas.

Pueden escoger de la siguiente lista:

Ensayo con diferentes operaciones.

Hacer una figura

Hacer un diagrama

Hacer una tabla de datos

Resolver con una regla de tres

El docente pasará por cada grupo aclarando dudas y escuchando a los estudiantes plantear sus estrategias.

Cuando todos los grupos tengan una estrategia definida comienzan a resolver los dos problemas y escribir las respuestas en su hoja.

Luego se les entregan cartulinas y marcadores para que allí plasmen dicha solución y respuesta.

Terminadas las exposiciones, se tendrán en cuenta las siguientes preguntas para argumentar la concepción y ejecución del plan de cada grupo en forma oral.

¿La solución de tu grupo es correcta?

¿Qué errores encontraste y explícalos?

¿La respuesta de tu grupo satisface lo establecido en el problema?

¿Al comparar con los otros grupos encuentran una solución más sencilla?

¿La forma de solucionar los problemas se puede utilizar en otros problemas?

Aquí el maestro orienta correctamente el uso de la regla de tres.

## FASE FINAL

Tiempo: 1 hora y media

A continuación, el maestro les entrega a los niños bolsas plásticas, piola y cinta de papel para que organicen con los dulces combos diferentes y precios distintos. El maestro pasará por los grupos apoyando y aclarando dudas.

Terminada la actividad un representante de cada grupo muestra los combos que formaron y los precios que les marcaron y que justifiquen sus respuestas.

Luego se le entregará a cada estudiante una hoja para que como evaluación cognitiva formule un problema de regla de tres, con la operación y su respuesta, teniendo en cuenta la formación de los combos de su grupo.

Se reúnen los estudiantes en mesa redonda donde el profesor hará las siguientes preguntas metacognitivas. Dejando que las respuestas sean de libre participación:

¿Cómo se sintió trabajando en grupo?

¿Qué aprendiste hoy?

¿Es fácil resolver un problema?

¿Qué se hizo durante la sesión para resolver los problemas?

¿Qué dificultades encontraste?

¿Crees que la actividad realizada sirve en tu vida?

### AUTOEVALUACIÓN

Cada estudiante hará su autoevaluación personal del desempeño realizado en la sesión. Para esta actividad se les entregará el siguiente formato:

Autoevaluación:

COMPRENSIÓN Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS	Entendió y resolvió correctamente todos los problemas	SI	NO	NOTA
PERSONAL	Participa activamente del desarrollo de cada clase.			
	Está atento a las explicaciones.			
	Es responsable con las actividades propuestas en cada clase.			
SOCIAL	Trabaja en equipo con respeto y entusiasmo.			
	Escucha atentamente a sus compañeros y docente.			
	Posee capacidad de liderazgo para el trabajo en grupo.			

Como tarea para enlazar la siguiente sesión los estudiantes deben resolver y dar respuesta a dos problemas en casa:

A Isabella su mamá le dio \$8000 para gastar en el cine. A Sebastián le dieron \$24000. ¿Cuántas veces más le dieron dinero a Sebastián que a Isabella?

La profesora Luzmila gastó en el cine \$24000 y la profesora Sonia gastó en sus estudiantes \$72000. ¿Cuántas veces más gastó la profesora Sonia que la profesora Luzmila?

### **SESIÓN CINCO: ¡Trabajando en el cine!**

#### **SITUACIÓN PROBLEMATIZADORA:**

A través de un juego de roles donde los niños harán de vendedores y compradores en el cine en un día festivo. Los estudiantes tomarán los datos y realizarán las cuentas correspondientes a las compras que cada cliente realiza.

**TIEMPO:** 5 horas

#### **OBJETIVOS:**

- ✓ Comprender problemas de estructura multiplicativa teniendo en cuenta el uso de la expresión cuantas veces más.
- ✓ Analizar el uso de diversas estrategias para resolver problemas con esta expresión.
- ✓ Implementar la estrategia para resolver problemas que tengan la búsqueda de un operador con división.
- ✓ Argumentar la estrategia utilizada.
- ✓ Formular y resolver un problema con la expresión tantas veces más.

#### **RECURSOS:**

Cuadernos, billetes, monedas, lápiz, borrador, sacapuntas, fotocopias, marcadores y cartulinas.

**LUGARES:** salón de clase.

#### **ACTIVIDADES:**

**FASE DE ENTRADA:** 1 hora minutos

El docente realiza una presentación en Power Point de la sesión y objetivos.

Se organizan los estudiantes por grupos y se distribuyen los roles de forma diferente de las sesiones anteriores, pero manteniendo los líderes que se designaron desde la primera sesión, para comparar los resultados, las operaciones y las respuestas de los problemas que se dejaron en la tarea de la sesión anterior.

Luego cada grupo hace un consenso para presentar en el tablero la operación y la respuesta que les pareció más acertada para resolver los problemas. En este punto salen todos los representantes al mismo tiempo y se divide el tablero en ocho partes para que allí pueden escribir.

Seguidamente cada representante explica porque la decisión de resolver los problemas de esa forma.

Terminadas las intervenciones de cada estudiante, el docente realiza las siguientes preguntas:

¿Les fue fácil llegar a un acuerdo?

¿Entendieron los problemas?

¿Les fue fácil resolverlos?

¿Qué es lo más difícil de entender en el problema?

¿Qué entienden por la expresión veces más?

¿Pueden plantear un problema usando esta expresión?

¿Los datos numéricos son diferentes o son iguales?

Después de escuchar a los estudiantes, el docente interviene para aclarar dudas y dejar claro la búsqueda de un operador con división.

## **FASE CENTRAL O DESARROLLO**

Tiempo: 2 horas

Se le entrega a cada estudiante una guía de la situación problematizadora para que por los mismos grupos realicen la lectura:

A través de un juego de roles donde los niños harán de vendedores y compradores en el cine en un día festivo. Los estudiantes toman los datos y realizarán las cuentas correspondientes a las compras que cada cliente realiza.

Teniendo en cuenta que las entradas a cine tendrán un costo de \$9000 en 2D y \$12000 en 3D y que pueden comprar combos eligiendo entre 4 opciones: combo de \$13000, combo de \$10000, combo de \$20000 y \$12000.

Para esta actividad se utilizan billetes y monedas didácticas.

Los vendedores se dividen en vendedores de entradas y vendedores de combos llenando las siguientes tablas:

Nombre del comprador	Tipo de boleta	Cantidad de boletas	Valor

Nombre del Comprador	Tipo de combo	Cantidad de combos	Valor

Terminada la lectura se realizan las siguientes preguntas para verificar que está claro lo que se tiene que hacer:

¿Entienden en que consiste el juego? Explica tu respuesta

¿Saben cómo llenar las tablas?

Después de realizar las aclaraciones correspondientes el docente une un grupo (4 estudiantes) con otro de la siguiente forma (grupo 1 y 2, grupo 3 y 4, grupo 5 y 6 y el grupo 7 y 8) Aquí cada grupo tendrá 8 participantes.

Cada grupo deberá escoger un vendedor de entradas y un vendedor de combos (deben ser escogidos entre los dos líderes de los dos grupos). Los demás serán compradores (cada comprador deberá comprar las boletas y combos que quiera según el dinero entregado por el profesor):

A los vendedores se les entregara una calculadora, una hoja para llenar los datos de ventas, lapicero, un cartel de taquilla, otro de confitería, \$20000 en billetes y monedas didácticos para las devueltas, 30 boletas de entradas y 30 boletas de combo.

Y a los compradores se les entrega: \$40000, \$30000, \$90000 \$160000 pesos en billetes didácticos.

Cuando estén listos compradores y vendedores de dará inicio al juego.

El docente estará pendiente de la organización y de la disciplina de los estudiantes. El maestro organizará a los estudiantes para que primero compren las boletas en la taquilla y luego se dirijan a la confitería para la compra de los combos.

El salón se dispondrá para que en una parte estén los vendedores de boletas y en otra se ubicarán los vendedores de los combos.

Para el juego los estudiantes dispondrán de 30 minutos.

Finalizado el tiempo de juego se organizan los grupos a los cuales se les entregó \$40000 y \$160000 y en otro grupo a los que se les entregó \$30000 y \$90000.

Se da un espacio de cinco minutos para que el vendedor de boletas y el de combos de los grupos que se unieron copien sus datos de ventas.

Luego cada grupo verifica con calculadora los datos, cantidades y precios para corroborar que los vendedores realizaron bien su trabajo.

El docente pasa por cada grupo para revisar el trabajo realizado y aclarar dudas.

Terminado el juego se les entregan los siguientes problemas a los grupos iniciales de cuatro estudiantes:

- a) Si al comprador #1 se le dio \$40000 y comprador #2 se le dio \$160000. ¿Cuántas veces más se le dio al comprador #2?
- b) Si al comprador #3 se le dio \$30000 y comprador #4 se le dio \$90000. ¿Cuántas veces más se le dio al comprador #4?

Cada grupo lee los problemas y los analiza con basados en las siguientes preguntas:

- ¿Entienden lo que dicen los problemas?
- ¿Pueden explicar con sus propias palabras cada uno de los problemas?
- ¿Cuáles son las preguntas?
- ¿Distinguen cuáles son los datos numéricos?
- ¿Saben a qué quieren llegar?
- ¿Falta información?
- ¿Hay alguna información que sobre?

- ¿Son estos problemas similares a algún otro que hayan resuelto antes?

Luego cada grupo debe pensar en la estrategia que utilizará para solucionar los dos problemas.

Pueden escoger de la siguiente lista:

Ensayo con diferentes operaciones.

Hacer una figura

Hacer un diagrama

Hacer una tabla de datos.

Después de pensar en la estrategia resuelven los problemas y escriben la respuesta.

Para exponer los resultados de los dos problemas, del grupo uno al grupo cuatro exponen el primer problema y del grupo cinco al grupo ocho exponen el segundo problema.

Se divide el tablero en cuatro partes y un representante del grupo sale a escribir y a explicar lo que se hizo en el grupo.

Se comparan los resultados teniendo en cuenta las siguientes preguntas:

¿La solución de tu grupo es correcta?

¿Qué errores encontraste y explícalos?

¿La respuesta de tu grupo satisface lo establecido en el problema?

¿Al comparar con los otros grupos encuentran una solución más sencilla?

¿La forma de solucionar los problemas se puede utilizar en otros problemas?

Aquí el maestro orienta correctamente el uso de la expresión veces más.

Después de terminar con el primer problema se procede a realizar lo mismo con el segundo.

En este espacio el docente aclara dudas y realiza las explicaciones necesarias.

### **FASE FINAL**

Tiempo: 1 hora y media

A continuación, el maestro les indica que deben formular un problema parecido al que traían resuelto de la casa por grupo. Los datos serán diferentes para los grupos.

Para los grupos 1, 2,3 y 4 se les escribirán en el tablero los siguientes datos:

\$5000

\$30000

Para los grupos, 6,7 y 8 los datos serán:



\$10000

\$60000

Los grupos deben redactar el enunciado claramente y la pregunta, pero no tiene que resolverlo.

Cuando hayan llegado a un acuerdo, se les entregará cartulina y marcadores para que lo copien y el secretario del grupo lo expondrá.

Después los estudiantes con el docente revisarán los problemas expuestos teniendo en cuenta las siguientes preguntas:

¿Los problemas están bien formulados?

¿Presentan buena ortografía?

¿Usaron correctamente los signos de puntuación?

¿Los datos numéricos fueron bien utilizados?

¿La pregunta usó la expresión adecuada para plantear el problema?

¿Qué aspectos tuvieron en cuenta para formular un problema?

El maestro en esta última pregunta orienta cuales son los aspectos claves para formular un buen problema.

Terminada esta actividad se eligen dos de los mejores problemas planteados que cumplen con las condiciones expuestas por el profesor.

Los estudiantes se organizan individualmente para resolver los problemas elegidos en la fase final dando la operación y la respuesta.

Los estudiantes de los grupos 1 al 4 resuelven el problema que hicieron los estudiantes de los grupos del 5 al ocho y viceversa. Esta tarea servirá como evaluación cognitiva.

Seguidamente, se reúnen los estudiantes en mesa redonda donde el profesor hará las siguientes preguntas metacognitivas. Dejando que las respuestas sean de libre participación:

¿Cómo se sintió trabajando en grupo?

¿Qué aprendiste hoy?

¿Es fácil resolver un problema?

¿Qué se hizo durante la sesión para resolver los problemas?

¿Qué dificultades encontraste?

¿Crees que la actividad realizada sirve en tu vida?

### AUTOEVALUACIÓN

Cada estudiante hará su autoevaluación personal del desempeño realizado en la sesión. Para esta actividad se les entregará el siguiente formato:

Autoevaluación:

COMPRENSIÓN Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS	Entendió y resolvió correctamente todos los problemas	SI	NO	NOTA
PERSONAL	Participa activamente del desarrollo de cada clase.			
	Está atento a las explicaciones.			
	Es responsable con las actividades propuestas en cada clase.			
SOCIAL	Trabaja en equipo con respeto y entusiasmo.			
	Escucha atentamente a sus compañeros y docente.			
	Posee capacidad de liderazgo para el trabajo en grupo.			

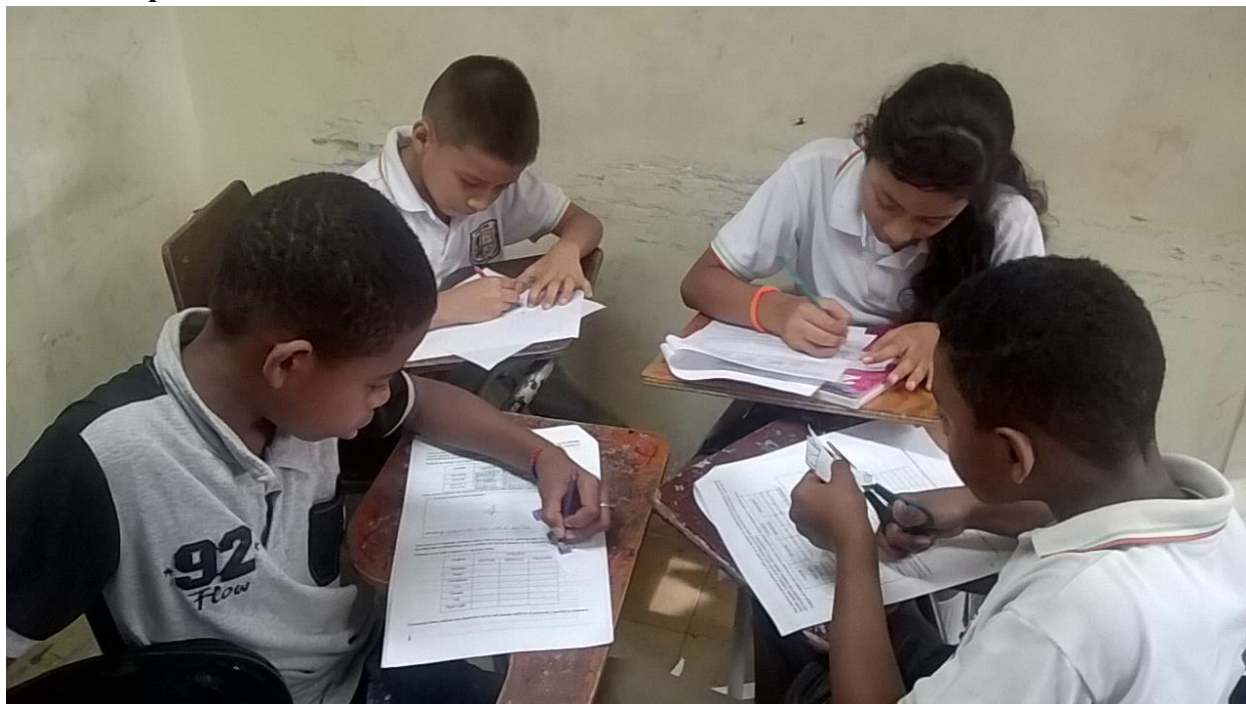
Como tarea los estudiantes deberán entregar un folleto con los 5 problemas planteados en las anteriores sesiones.

### Anexo 3: Fotografías

#### Salida pedagógica a cine



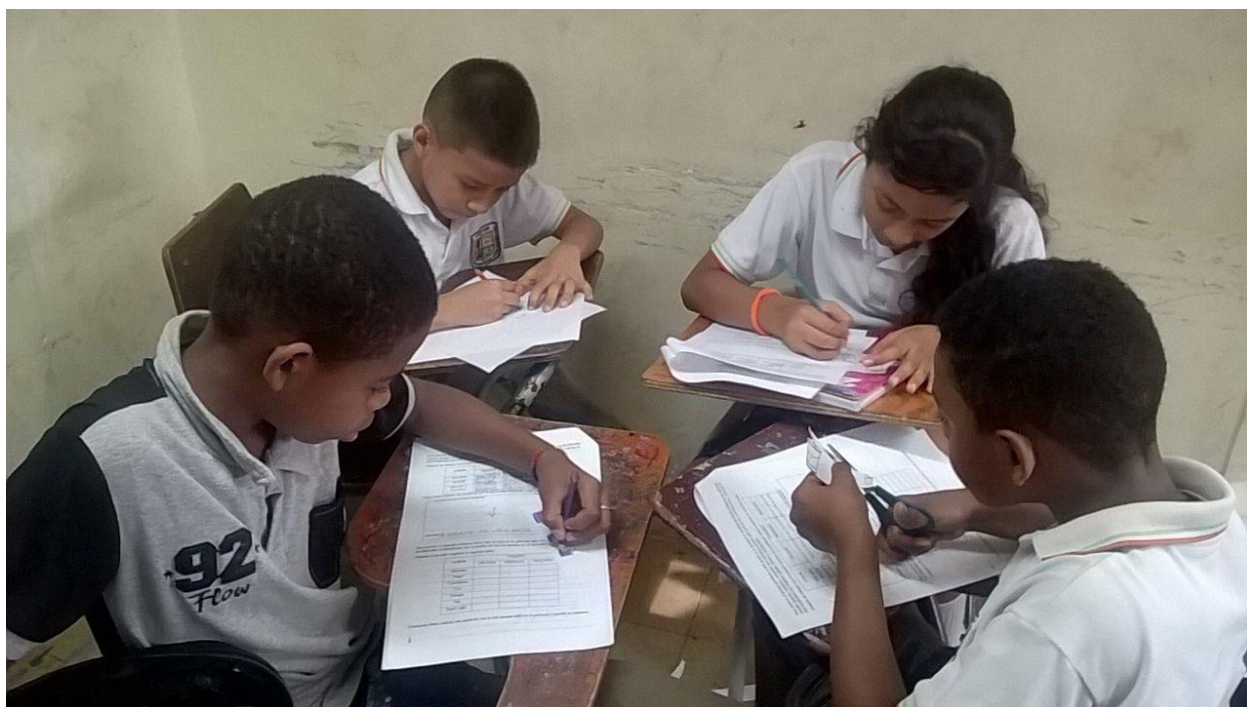
### Analizando problemas



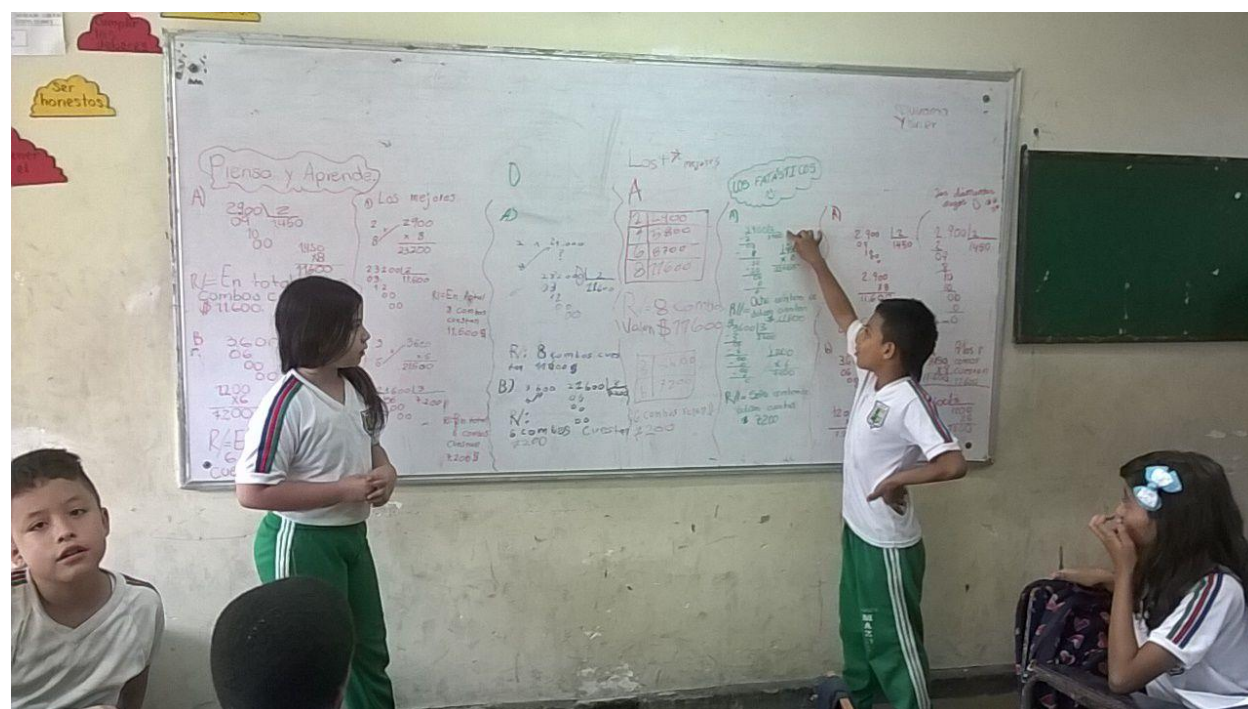
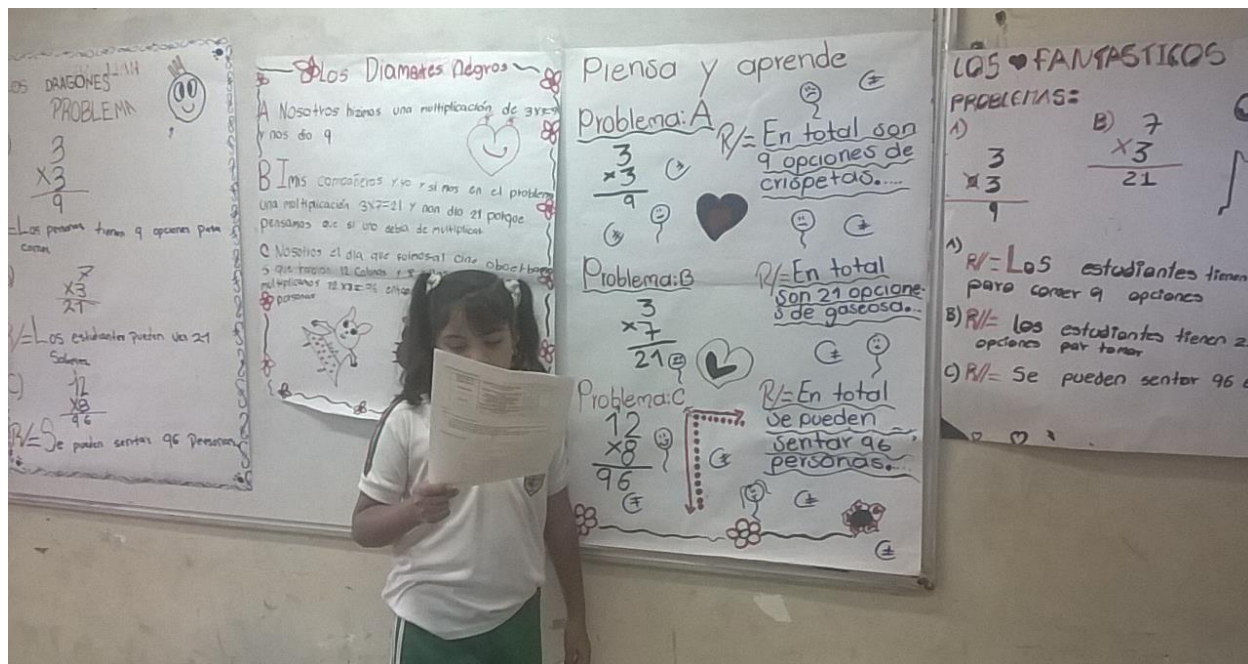
### Representando



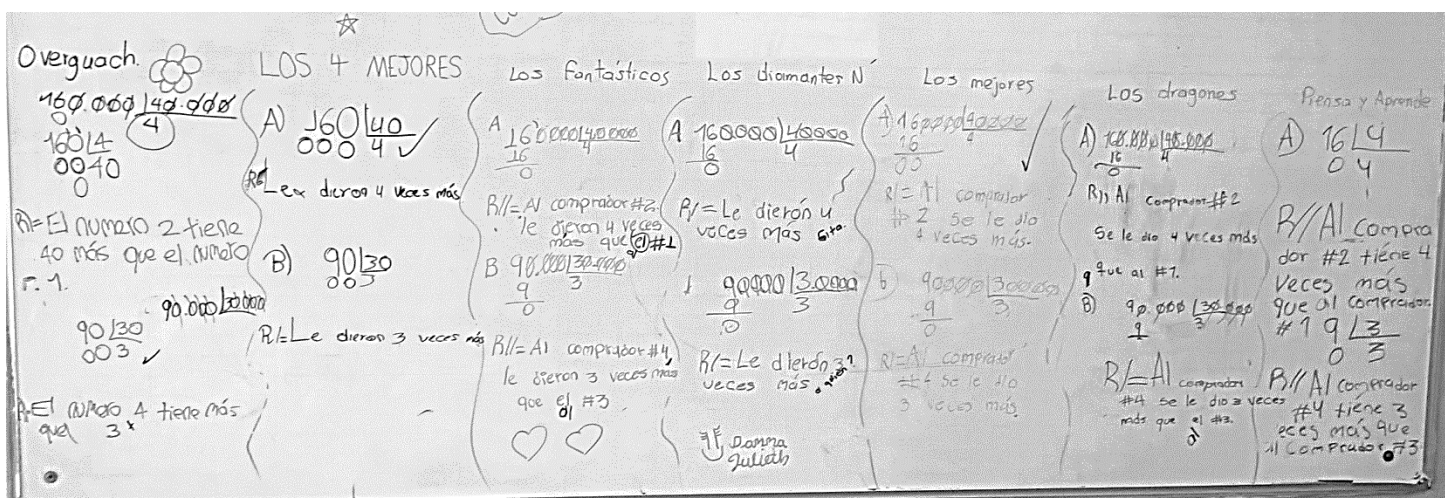
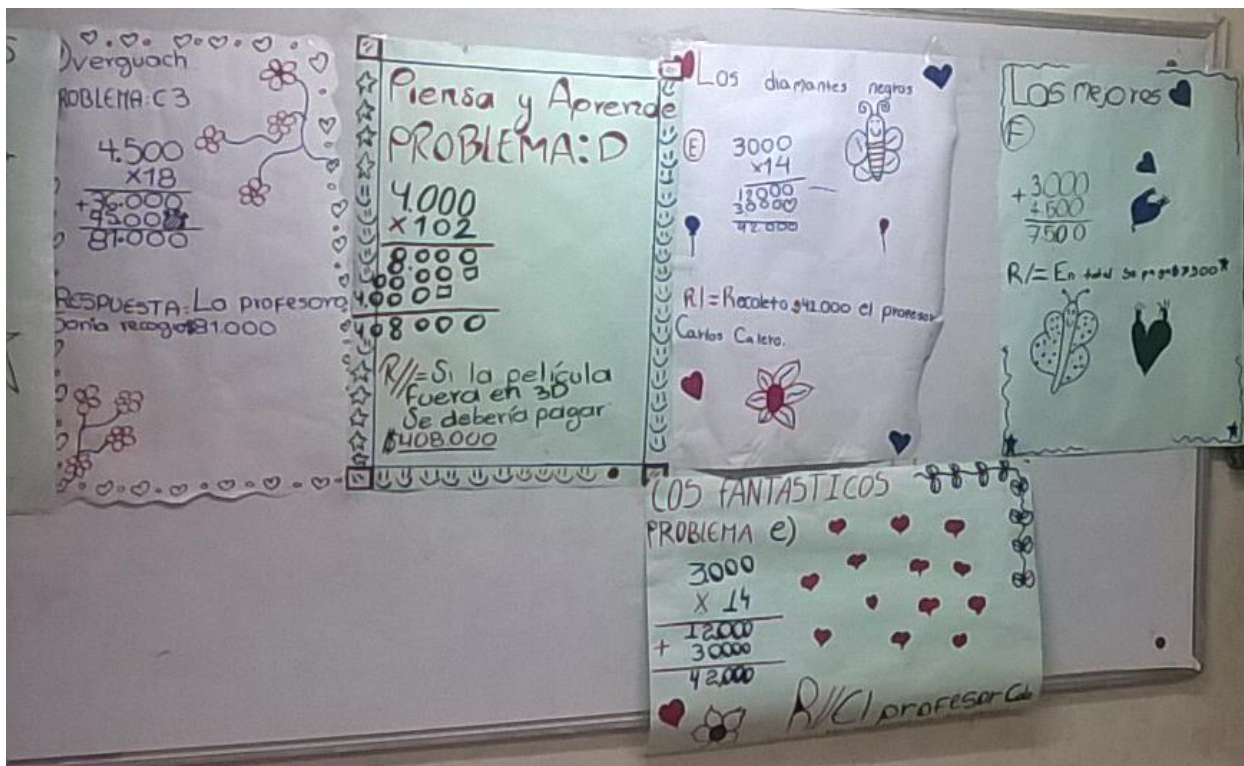
## Resolviendo y respondiendo



### Argumentando



Verificando





## Jugando y usando material concreto





### Anexo 4: Consentimiento Informado

 <p>ALCALDÍA DE SANTIAGO DE CALI SECRETARÍA DE EDUCACIÓN</p>	<p><b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA HUMBERTO JORDÁN MAZUERA</b>  <b>“Trabajamos por la dignidad humana”</b></p> <p><b>CONSENTIMIENTO INFORMADO</b></p>	
---	--	---

**Junio 3 de 2016**

#### Consentimiento informado

Señor padre de familia, durante este segundo periodo del año lectivo se estará realizando la aplicación de una secuencia didáctica en la cual se requiere que los estudiantes participen activamente. Este trabajo investigativo, planteado desde la maestría en educación que estamos cursando en la actualidad en la universidad ICESI, tiene como fin analizar dicha secuencia, la cual estará basada en situaciones de planteamiento y resolución de problemas para promover el aprendizaje efectivo de la estructura multiplicativa.

Esta investigación se usará en espacios académicos sin ánimo de lucro, requiere el uso de videos, fotografías, encuestas y entrevistas con los estudiantes. Se tendrá en cuenta la confidencialidad, anonimato y participación voluntaria. Al finalizar el proceso se programará un conversatorio con el fin de darles un informe de los resultados de la investigación. Agradecemos de antemano su colaboración.

Atentamente,

**Sonia Nohelia Trejos Giraldo y Edgar Paz Valderrama**  
Docentes del grado cuarto.

NOMBRE DEL PADRE DE FAMILIA Y FIRMA	N° DE CÉDULA	NOMBRE DEL ESTUDIANTE	CONSENTIMIENTO INFORMADO	
			SI	NO

### Anexo 5: Ejemplo de guía entregada a los estudiantes en cada sesión de la secuencia

Nombre:

---

#### **SESIÓN CUATRO:** ¡Disfrutemos de los combos!

Se organizan los estudiantes por grupos y se distribuyen los roles de forma diferente de las sesiones anteriores.

NOMBRE DEL GRUPO	
ROL	NOMBRE DEL ESTUDIANTE
LÍDER	
SECRETARIO	
RELOJERO	
FACILITADOR	

Situación problematizadora:

Los niños del grado cuarto quieren hacer combos de dulces para vender y recoger fondos para la despedida de fin de año. Ellos hicieron dos clases de combos:

Combo 1: bombón, chocolatina y chitos.

Combo 2: bombón, chocolatina, chitos y fruna.

¿Cuánto cuestan 8 combos, si dos combos valen \$2900?

¿Cuánto cuestan 6 combos, si tres cuestan \$3600?

Cada grupo debe realizar la lectura y el análisis de las situaciones problema teniendo en cuenta la siguiente guía que discutirán en forma oral:

- ¿Entienden lo que dicen los problemas?
- ¿Pueden explicar con sus propias palabras cada uno de los problemas?
- ¿Cuáles son las preguntas?
- ¿Distinguen cuáles son los datos numéricos?
- ¿Saben a qué quieren llegar?
- ¿Falta información?
- ¿Hay alguna información que sobre?





Cuando terminen las exposiciones, se tendrán en cuenta las siguientes preguntas para argumentar la concepción y ejecución del plan de cada grupo en forma oral:

¿La solución de tu grupo es correcta?

¿Qué errores encontraste y explícalos?

¿La respuesta de tu grupo satisface lo establecido en el problema?

¿Al comparar con los otros grupos encuentran una solución más sencilla?

¿La forma de solucionar los problemas se puede utilizar en otros problemas?

Ahora con los dulces que trajo tu grupo arma combos y escríbeles diferentes precios.

Tu turno:

Formula un problema de regla de tres, con la operación y su respuesta, teniendo en cuenta la formación de los combos de su grupo.

Autoevaluación:

COMPRENSIÓN Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS	Entendió y resolvió correctamente todos los problemas	SI	NO	NOTA
PERSONAL	Participa activamente del desarrollo de cada clase.			
	Está atento a las explicaciones.			
	Es responsable con las actividades propuestas en cada clase.			
SOCIAL	Trabaja en equipo con respeto y entusiasmo.			
	Escucha atentamente a sus compañeros y docente.			
	Posee capacidad de liderazgo para el trabajo en grupo.			

**Tarea:**

A Isabela su mamá le dio \$8000 para gastar en el cine. A Sebastián le dieron \$24000. ¿Cuántas veces más le dieron dinero a Sebastián que a Isabela?

La profesora Luzmila gastó en el cine \$24000 y la profesora Sonia gastó en sus estudiantes \$72000. ¿Cuántas veces más gastó la profesora Sonia que la profesora Luzmila?

**TRAER CALCULADORA**

Traer: una chocolatina pequeña, un bombón, una dulce masticable y un paquete de chitos pequeños.

