CICLOS ECONÓMICOS REALES:

Un Enfoque Empírico

Autor:

LUIS ESTEBAN ÁLVAREZ ARANGO

DIRECTORES DEL PROYECTO:

NATALIA GONZÁLEZ GÓMEZ

ANDRÉS FELIPE MUÑOZ

UNIVERSIDAD ICESI

FACULTAD DE CIENCIAS ADMINISTRATIVAS Y ECONÓMICAS

ECONOMÍA Y NEGOCIOS INTERNACIONALES

SANTIAGO DE CALI

2015

Índice

Índice de figuras

Índice de cuadros

Resumen

El trabajo es un manual para estudiantes de pregrado, enfocado en la teoría de los Ciclos Económicos Reales. El proyecto realiza un estudio empírico de la teoría mencionada, por medio del programa estadístico Matlab, para analizar su impacto en los agregados macroeconómicos y además ver la consistencia de la teoría, comparada con la intuición económica y la bibliografía consultada. Además de ello, se deja abierto el manual, para que estudiantes de pregrado de la carrera de economía puedan consultarla o seguir con el proceso investigativo.

Palabras clave: Ciclos Económicos Reales, Matlab, Programación Dinámica, Macroeconomía, Calibración

Introducción

MatLab es un programa interactivo de computación numérica y visualización de datos. Es ampliamente usado para el análisis y diseño de datos, por su extraordinaria versatilidad y capacidad para resolver problemas en matemática aplicada, física, química, ingeniería, economía, finanzas y muchas otras aplicaciones. El programa está basado en un sofisticado software de matrices para el análisis de sistemas de ecuaciones. Permite resolver complicados problemas numéricos sin necesidad de escribir un programa.

Matlab integra análisis numérico, cálculo matricial, proceso de señal y visualización gráfica en un entorno completo donde los problemas y sus soluciones son expresados del mismo modo en que se escribirían tradicionalmente, sin necesidad de hacer uso de la programación tradicional.

Matlab cuenta con una gran variedad de códigos y comandos para resolver toda una serie de problemas, además de contar con la capacidad de programación directa por parte de los usuarios, para elaborar sus propios cálculos.

El programa no es gratuito, pero puede conseguir una versión alterna llamada Octave, que utiliza la misma plataforma y software, con la ventaja de ser gratis.

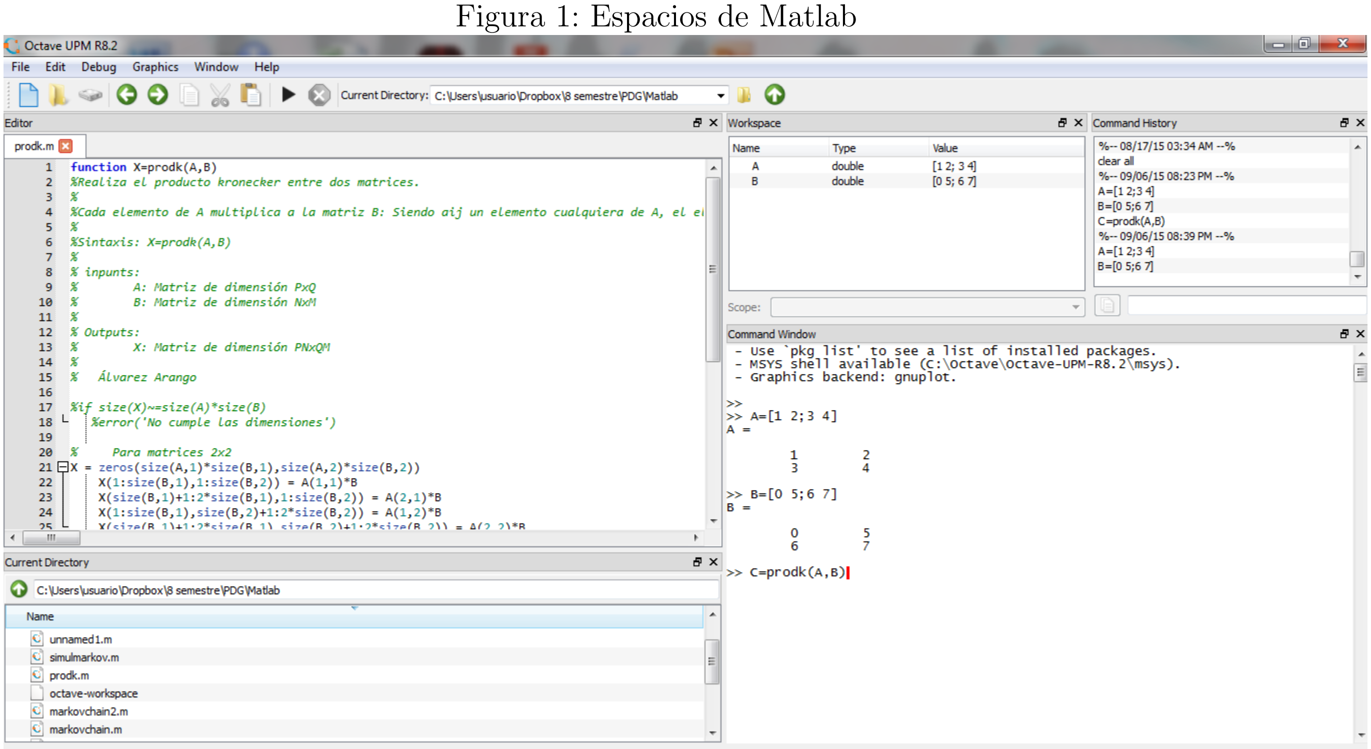
En este manual se presentará unos pocos ejercicios introductorios a matlab, que ayudarán al lector a familiarizarse con el programa. Luego de ello, se presentará un breve marco teórico sobre Cadenas de Markov, que servirá como insumo insumo para entender el modelamiento de un análisis empírico de la teoría de Ciclos Económicos Reales (CER). Por último este manual incluye tres modelos macroeconómicos, basados en la teoría de CER, donde se presentan dos modelos para tener en cuenta en futuras investigaciones y utilizar el programa Matlab para calibrarlos y analizar la coherencia de estos y además, se presenta un modelo calibrado y analizado en el software estadístico.

1. Qué es MATLAB: una breve introducción al lenguaje matricial

Matlab tiene diversas funciones como álgebra lineal, funciones matemáticas básicas y especializadas, matrices y manipulación de vectores, estadística básica, análisis de datos, polinomios, gestión de cadenas de caracteres, entre otros.

Para manejar Matlab se debe tener en cuenta cinco espacios básicos: el directorio, el editor, la ventana de comandos, el espacio de trabajo y la historia de los comandos. Estos se pueden ver en la figura 1

Figura 1: Espacios de Matlab



El directorio indica con que carpeta está trabajando Matlab y que comandos o funciones están disponibles en ella para ser utilizados. Las funciones disponibles en el directorio son hechas por el usuario y solo podrán ser utilizadas si están en el directorio actual. De este modo, si el usuario desea utilizar un comando que no este dentro de la carpeta actual, deberá cambiar el directorio y ubicarlo donde se encuentre, teniendo en cuenta que ya no podrá utilizar las funciones de la anterior dirección.

El editor se utiliza para crear funciones específicas, procesar información o realizar diversos trabajos, los cuales se pueden guardar para posteriormente utilizar con algún objetivo. Las funciones creadas por el usuario deberán empezar por la sintaxis de ésta y posteriormente describir que hace y que se necesita para ser elaborada; luego de esto, deberá hacer la programación de la función. El editor no solo sirve para crear funciones, también puede utilizar una combinación de comandos, para realizar una determinada operación, como por ejemplo, la utilización de varias funciones hechas por el usuario, con el fin de hacer un análisis rápido de la información.

En la ventana de comandos se puede utilizar las funciones predeterminadas de Matlab o las que el usuario tenga guardadas en su directorio actual, para realizar cálculos a su gusto. Esta ventana sirve para crear parámetros, como las matrices de la figura 1,invocar alguna función o simplemente realizar una operación básica entre números o matrices. De esta forma, el usuario puede crear una función, dejando los parámetros expresados, mientras que en la ventada de comandos le podrá dar valores particulares a los parámetros, sin tener que modificar las funciones creadas.

El espacio de trabajo indica que parámetros u operaciones se han guardado en matlab y que pueden ser utilizadas por el usuario en cualquier momento. En la figura 1, se crean dos matrices en en la ventana de comandos y pueden verse en el espacio de trabajo, que servirá para invocar las matrices para ser utilizadas dentro de una función o para una operación con ellas.

Por último, la historia de comandos mostrará todos los códigos utilizados por el usuario durante su trabajo.

A continuación se mostraran tres ejercicios para familiarizar al lector con el mundo de Matlab y la programación básica de funciones, pero primero se detallarán los pasos para crear una función.

En principio se debe ubicar en el editor, donde se procederá a escribir el comando 'function', que le indica a Matlab que está creando una nueva función. En el comando 'function' se escribirá la sintaxis de la función, por lo que tendrá que incluir que variables deberá tener la función. Posterior a eso, se escribe el objetivo de la función, sintaxis, inputs y outpus[1],para que otras personas conozcan cómo y para qué utilizarla[2]. Al finalizar la explicación, se procede a construir el código: primero se ponen las condiciones de uso del comando, como por ejemplo, que la matriz sea cuadrada o que los números sean positivos (esto lo puede hacer utilizando el comando 'if'). Seguido a las condiciones de uso de la función deberá escribir el código que realice lo que espera que haga la función.

1. Para el primer ejercicio se creará una función que indique si una función es definida positiva o no. Antes de entrar a la programación en Matlab, hay que recordar que para una matriz Q y sus autovalores asociados, λ_i, se tiene que:

    a. Q será definida positiva si y solo si, $\forall_i \quad \lambda_i > 0$

    b. Q será definida negativa si y solo si, $\forall_i \quad \lambda_i < 0$

    c. Q será semidefinida positiva si y solo si, $\forall_i \quad \lambda_i \geq 0$

    d. Q será semidefinida negativa si y solo si, $\forall_i \quad \lambda_i \leq 0$

    Aclarado esto, en la figura 2 se muestra el comando para determinar si una función es definida positiva o no.

    La función indica en un principio cuál será su sintaxis, $def(F)$, y posteriormente define las condiciones que deben darse para que una función sea definida positiva, negativa, semipositiva o seminegativa. Después de aclarar la descripción se indica cuales son los inputs y outputs. En este caso, el único input necesario es la matriz asociada a la función objetivo; los outputs de la función serán un vector de los valores propios de la matriz y una frase indicando que tipo de definición en la matriz.

    Después de los pasos anteriores empieza la programación. Lo primero que se hace es poner una condición la cuál dice que la matriz asociada a la función debe ser cuadrada[3]. El

[1]Utilizando el símbolo %, se indica a Matlab que no se encuentra en modo matemático, permitiendo así la introducción de texto

[2]Esto aparecerá en la información del comando, que se despliega con el comando 'help'

[3]Por definición toda matriz asociada a una función debe ser cuadrada, además de simétrica. No se tomó en

Figura 2: Función def.m

```
function x=def(F)
%Define si una función es definida positiva, definida negativa, semidefinida positiva, semidefinida negativa o indefinida.
%
%La función será definida positiva sí y solo sí todos los valores propios son mayores a 0.
%La función será semidefinida positiva sí y solo sí todos los valores propios son mayores o iguales a 0.
%La función será definida negativa sí y solo sí todos los valores propios son menores a 0.
%La función será semidefinida negativa sí y solo sí todos los valores propios son menores o iguales a 0.
%La función será indefinida si tiene valores propios mayores y menores a 0.
%
%Sintaxis: x=def(f)
%
%Inputs:
%    F: Matriz asociada a la función objetivo
%
%Outputs:
%    Definición de la función
%    x: Vector de valores propios de la matriz
%
%     Álvarez

%Se verifica que la matriz sea cuadrada
n=size(F,1);
if size(F,2)~=n
    error('la matriz no es cuadrada')
end
%
%Pasos para determinar de que tipo es la función
%
% 1) Encontrar los valores propios de 'F'
% 2) Determinar el signo de todos los valores propios.

x=eig(F);
if x>0
    disp("Positiva");
elseif x<0
    disp("Negativa");
elseif x>=0
    disp("Semipositiva");
elseif x<=0
    disp("Seminegativa");
else
    disp("Indefinida");
end;
end
```

comando *size* indica las dimensiones de una matriz y la opción 1 indica que se quiere conocer el número de filas, mientras que la opción 2 indica el número de columnas[4]. Ahora dentro del código de la función se utiliza el comando '*eig*', que simplemente calcula todos los autovalores de la matriz, para así determinar que tipo de función se tiene, dependiendo de las condiciones anteriormente mencionadas.

Compruebe que entiende la función y si objetivo tomando como ejemplo las matrices:

cuenta la simetría de la función, para que pueda ser utilizada en otro tipo de matrices, además de que toda matriz no simétrica tiene una matriz simétrica asociada.

[4]El símbolo '∼=' indica diferente a

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & -1 \\ 3 & -1 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \\ 9 & 8 & 4 \end{bmatrix}$$

2. Para el segundo ejercicio se creó una función que realice el producto Kronecker, para matrices 2x2. El producto Kronecker es una multiplicación entre dos matrices $A_{p,q}$ y $B_{n,m}$, ***de cualquier dimensión***, donde cada elemento de la matriz A multiplica como un escalar a la matriz B, creando así una nueva matriz C de la forma: $C = [a_{ij} * B]$, donde C tiene una dimensión (pn, qm). Observe que el producto kronecker es totalmente distinto a la multiplicación tradicional entre dos matrices, la cual exige que el número de columnas de A sea igual al número de filas de B. La figura 3 muestra la función descrita.

Figura 3: Función prodk.m

```
function X=prodk(A,B)
%Realiza el producto kronecker entre dos matrices.
%
%Cada elemento de A multiplica a la matriz B: Siendo aij un elemento cualquiera de A, el elemento ij de la X será aij*B
%
%Sintaxis: X=prodk(A,B)
%
% inpunts:
%        A: Matriz de dimensión PxQ
%        B: Matriz de dimensión NxM
%
% Outputs:
%        X: Matriz de dimensión PNxQM
%
%   Álvarez Arango

%if size(X)~=size(A)*size(B)
   %error('No cumple las dimensiones')

%     Para matrices 2x2
X = zeros(size(A,1)*size(B,1),size(A,2)*size(B,2))
    X(1:size(B,1),1:size(B,2)) = A(1,1)*B
    X(size(B,1)+1:2*size(B,1),1:size(B,2)) = A(2,1)*B
    X(1:size(B,1),size(B,2)+1:2*size(B,2)) = A(1,2)*B
    X(size(B,1)+1:2*size(B,1),size(B,2)+1:2*size(B,2)) = A(2,2)*B
end
```

Esta función tiene como sintaxis '$prod(A, B)$'. Los inputs son dos matrices A y B 2x2, mientras que el output es una matriz X_{4x4}. Para realizar esta función se crea primero una matriz X sin elementos, con las dimensiones pn, qm, donde p y n son el número de filas de las matrices A y B, mientras que q y m son el número de columnas de ellas, respectivamente. Lo anterior se puede hacer con el comando '$zeros(f, c)$', que crea una matriz con una dimensión determinada en la cual no hay ningún elemento. La dimensiones de la matriz se crean multiplicando las dimensiones de las matrices A y B. De esta forma, con el comando *size* opción 1 podemos multiplicar las filas de las matrices A y B, y con la opción 2 las columnas.

Una vez creada la matriz X se localizan submatrices dentro de ella, para posteriormente rellenarlas. Así, por ejemplo, $X(2:4, 1:2)$ indica la submatrix dentro de X desde la fila dos hasta la cuatro interceptada con las dos primeras columnas.

$$C = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & x_{1,3} & x_{1,4} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & x_{2,3} & x_{2,4} \\ x_{3,1} & x_{3,2} & x_{3,3} & x_{3,4} \\ x_{4,1} & x_{4,2} & x_{4,3} & x_{4,4} \end{bmatrix}$$

Así se va rellenando la matriz con cuatro casos distintos, uno por cada elemento de A que multiplica a B. Note que para el segundo caso se toma el número de filas de B y se le suma 1, para indicar que el segundo caso partirá desde la tercera fila de X, mientras que acaba en 2 veces el número de filas de B, o sea la fila cuatro de X[5]. Una vez multiplicado el elemento de A por la matriz B se ubica en el lugar correspondiente así:

$$C = \begin{bmatrix} a_{1,1}B & a_{1,2}B \\ a_{2,1}B & a_{2,2}B \end{bmatrix}$$

Pruebe y Compruebe el comando[6] con las siguientes matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$$

3. El siguiente ejercicio consiste en crear un comando para realizar la suma de una serie geométrica. Una serie geométrica consiste en elementos que van variando de acuerdo a una razón constante respecto al elemento anterior. La suma de la serie se calcula así:

[5]Para el tercer y cuarto caso se sigue la misma lógica.

[6]Para comprobar el resultado puede ver el comando 'kron' de Matlab

Figura 4: Función geo.m

```
function g=geo(a,r,n)
%
%Devuelve el resultado de una serie geométrica
%
%Sintaxis: g=geo(a,r,n)
%
% Inputs:
%       a: Valor inicial de la serie.
%       r: Razón común entre los términos sucesivos.
%       n: Número de términos de la sucesión.
%
% Outputs:
%       g: Suma de la serie geométrica
%

if r~=1
    g=a*(1-r^n)/(1-r)
elseif r=1
    g=a*n
elseif n=inf
    g=a/(1-r)
end
```

$$g = a * \frac{(1 - r^n)}{1 - r} \quad r \neq 1$$
$$g = a * n \quad r = 1$$
$$g = \frac{a}{1 - r} \quad n \to \infty$$

Donde r es la razón de cambio entre elementos, a es el primer elemento de la serie y n es el número de elementos que contiene la progresión. La figura 4 muestra el código de la función. Observe que para realizarla no se necesita ningún comando en especial, solo expresar algebraicamente las formulas de la suma de la serie geométrica.

Como ejemplo realice la suma de una serie que tenga como parámetros $r = 0{,}5$ y $a = 1$ cuando $n = 5$, $n = 50$ y $n = 100$.

2. Marco Conceptual

2.1. Cadenas de Markov

Una Cadena de Markov es un modelo matemático que describe el comportamiento de un sistema dinámico, sometido a fuerzas de naturaleza aleatoria. Es decir, una Cadena de Markov consta de unos Estados de Naturaleza X_t que cambian entre sí en el tiempo, de acuerdo a unas probabilidades P_x. La Cadena se compone de:

- $X_t \to$ Variable aleatoria.
- $P_t(X) \to$ Probabilidad de estado asociada.
- $t \to$ tiempo transcurrido.

La característica particular que diferencia una proceso estocástico tipo Markov es que en el se da un proceso sin memoria de los estados anteriores, exceptuando el inmediatamente anterior. Es decir, la probabilidad de estar en el estado i, depende exclusivamente del estado en que se encontraba anteriormente el sistema. Esto se puede escribir así:

$$P\left\{X(t+\Delta t)=X_{t+\Delta t}/X_t\right\}=P\left\{X(t+\Delta t)=X_{t+\Delta t}/X_t\right\}$$

Aparte de las Cadenas existen también los procesos de Markov. En este manual nos enfocaremos solo en las cadenas, pero las diferencias entre los procesos y las cadenas se resumen en el Cuadro 1.

Cuadro 1: Procesos de Markov

	Naturaleza del Estado X_t	
Naturaleza de t	Discreto	Continuo
Discreto	Cadena de Markov	Proceso de M con parámetro discreto
Continuo	Cadena de M con parámetro continuo	Proceso de Markov

Las probabilidades asociadas al cambio entre estados están contenidas en una matriz de transición $P_t(X)$. Esta matriz muestra la probabilidad de pasar de un estado a otro en un paso, o sea que en el próximo periodo se pase del estado i al estado j.

$$P_{ij}=P\{X(t+\Delta t)=j/i\} \quad donde \quad \Delta t=n \to \text{Número de transiciones}$$

$$P_t(X)=\begin{pmatrix} p_{00}(\Delta t) & \dots & p_{0m} \\ \vdots & & \vdots \\ p_{m0}(\Delta t) & \dots & p_{mm} \end{pmatrix}$$

Donde $\forall_{i,j} 0 \leq p_{ij} \leq 1, \quad \sum_{j=0}^{m} p_{ij}(\Delta t) = 1 \quad y \quad \Delta t = n1, 2, ...m$

La matriz indica que $p_{0m}(\Delta t)$ será la probabilidad de que estando en el estado 0, en el próximo periodo el sistema se encuentre en el estado de naturaleza m.

Para encontrar la probabilidad de transición en más de un paso se tendrá que $P_n = P^n$, donde n es el número de transiciones que se espera evaluar.

También se puede calcular la probabilidad del estado incondicional, que indica cual es la probabilidad de encontrarse en un estado i, en cualquier momento del tiempo. Hay dos formas de calcular esta probabilidad. La primera es contar con el vector fila $P(0)$ que indica la probabilidad de estados iniciales, donde basta con multiplicarlo con la matriz de transición en el momento n para conocer la probabilidad[7] de encontrarse en el estado i, en el periodo n. La otra forma es conocer el vector de probabilidades condicionales del periodo $n-1$ y multiplicarlo por la matriz de transición.

$$P(t) = \begin{cases} P(0)P(n) \\ P(n-1)P \end{cases}$$

Ahora se verá algunas aplicaciones en matlab para cadenas de Markov.

1. En este punto no se creará un función, sino que se utilizará el editor para realizar diversos cálculos. La función '*markovchain.m*'[8] calcula los posibles estados de naturaleza de una cadena de Markov con N estados de naturaleza, probabilidades p y q de pasar al siguiente y anterior estado, respectivamente, un ϵ, y opcionalmente una media m y un valor de asimetría a.

   Con esta función se creó una Cadena de Markov ($Z2$) con cinco estados de naturaleza, con las siguientes características: $m = 0$, $\epsilon = 1$, $p = 0{,}3$ y $q = 0{,}7$.

[7] El resultado será un vector fila, con la probabilidad de encontrarse en cada uno de los estados

[8] Esta es una función creada por un usuario, por lo que deberá buscarla en la web o, si tiene acceso, en la carpeta *RBC*

$$Z2 = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Con ello se puede calcular la distribución después de n periodos, con la función '*dm.m*' y también se puede hallar la distribución estacionaria con '*eqmdist.m*' (ninguna de las funciones son predeterminadas en Matlab).

Figura 5: Markovchain and Simulation

```
%Parámetros

N= 5
p= 0.3
q= 0.7
e= 1
m= 0

P= [p 1-p;q 1-q]

%Se crea una matriz de transición para cadenas con más de 2 estados de naturaleza a partir
%de las probabilidades de pasar al siguiente estado (p) y devolverse al anterior (q).
for n = 3:N
    P = p*[P zeros(n-1,1); zeros(1,n)]      + ...
         (1-p)*[zeros(n-1,1) P; zeros(1,n)] + ...
         (1-q)*[zeros(1,n); P zeros(n-1,1)] + ...
         q*[zeros(1,n); zeros(n-1,1) P]     ;
    P(2:end-1,:) = P(2:end-1,:)/2;
 end


Z2=markovchain(N,p,q,e,m)

n1=5
n2=10
d=2

S5=simulmarkov(P,n1,d)

S10=simulmarkov(P,n2,d)

DE=eqmdist(P)

N5=dn(P,d,n1)

N10=dn(P,d,n2)
```

Con esto hecho, también se puede recrear una simulación de la Cadena de Markov en el tiempo, es decir, simular en que estado se encontrará la Cadena desde el periodo 1, hasta el n. Esto se puede hacer con el comando '*simulmarkov*', con una matriz de transición 'P'[9],

[9] Esta matriz es creada por el comando que se ve en la figura 4 cuando hay más de dos Estados de Naturaleza

un número de periodos a simular n y un Estado inicial desde donde partir[10](d o $S(0)$). Así, simulando 10 periodos tenemos que:

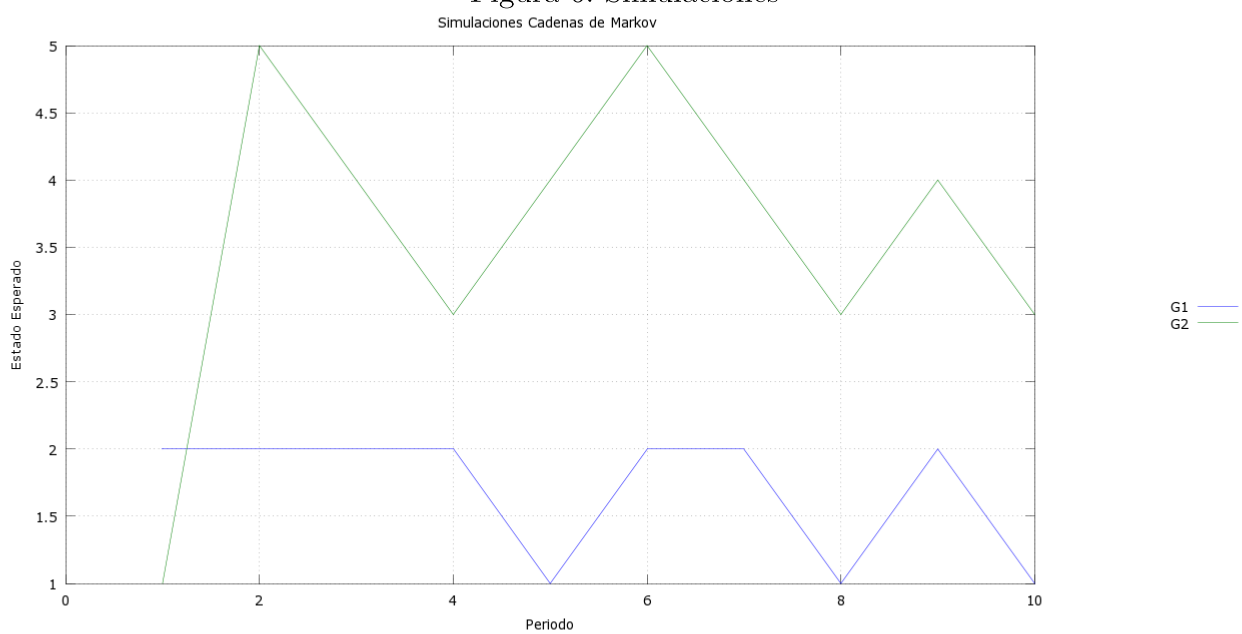
$$S_{10}\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & 2 & 4 & 5 & 3 & 3 & 3 & 2\end{bmatrix}$$

Esto quiere decir que en el periodo dos, probablemente la cadena de Markov se encuentre en el segundo Estado de Naturaleza, al igual que en el último periodo.

Cree usted una Cadena de Markov con dos estados de naturaleza y los mismos parámetros. También simule los resultados para 5 y 10 periodos.

2. Ahora, mediante el comando '*plot*', se graficará las simulaciones anteriores de las Cadenas de Markov de dos y cinco Estados de Naturaleza.

Figura 6: Simulaciones



La figura 7 muestra el comando para realizar las gráficas. Para crear la figura primero se crea un vector fila X del 1 al 10, para indicar el número de periodos que se van a graficar.

y se crea manualmente de la forma convencional para cuando solo hay dos Estados.

[10]Este Estado es de forma ordinal, es decir, 1 se refiere al primer estado de naturaleza, más no que 1 es el estado de naturaleza. En este sentido, todos los resultados de este comando indican el orden de los Estados, más no cuales son.

h

Figura 7: Gráficas

```
%Gráficas simulaciones

X=[1:10]

G1=S2'

G2=S10'

plot(X,G1,X,G2),title('Simulaciones Cadenas de Markov'),xlabel('Periodo'),ylabel('Estado Esperado');legend('G1','G2','location','eastoutside');grid on

```

Luego se transpone los resultados de las simulaciones, pues están en vectores columnas y el comando '*plot*' solo reconoce vectores fila. Por último, con el comando '*plot*' se crea la gráfica de las simulaciones, donde las dos primeras entradas corresponderán a la primera simulación y las dos últimas la de la segunda. G1 en el vector transpuesto que corresponde a la simulación de 10 periodos de una Cadena de Markov de dos Estados de Naturaleza y G2 es el vector transpuesto de la simulación de 10 periodos para una Cadena de Markov de cinco Estados de Naturaleza, que se hicieron en el punto anterior.

Repita el proceso con las simulaciones de las Cadenas, pero solo para cinco periodos.

3. Modelos Macroeconómicos

En esta sección se describirán tres modelos macroeconómicos basados en la teoría de los Ciclos Económicos Reales. El primer modelo es una economía básica de consumo, que analiza la disposición de los hogares a suavizar su consumo en el tiempo. El segundo modelo se llama "Generaciones Traslapadasz aunque se basa en los CER su metodología es algo distinta a los anteriores modelos, puesto que en el se rompe el supuesto de un agente representativo de la economía y se reconoce que hay diferencias entre la población, en cuanto a preferencias y también en habilidades. Por último, se presenta un modelo basado en una economía pequeña y abierta que tiene mercados incompletos y es vulnerable ante cambios en el escenario internacional. Este modelo fue calibrado y analizado a detalle con el programa estadístico Matlab.

El último modelo fue modelado en Matlab, para ser usado como base en otras investigaciones, donde los dos restantes modelos puedan ser calibrados y puestos a prueba en el programa estadístico.

3.1. El Consumo: Modelo de programación dinámica

Desde la perspectiva de los ciclos económicos reales el Consumo es el componente más grande del total del PIB de un país. Este componente también es el más volátil, pues está sujeto al deseo de los individuos de suavizar su consumo a lo largo de su vida. Este capítulo se centrará en el consumo de los bienes no durables y los servicios. Primero se comenzará con un modelo básico de dos periodos, para posteriormente generalizarlo a un horizonte infinito[11].

3.1.1. Modelo de dos periodos

El problema para este modelo consistirá en la maximización, por parte de los consumidores, del valor presente del consumo con un horizonte de dos periodos. Si asumimos que las preferencias son separables, la utilidad a lo largo de la vida queda así:

$$\sum_{t=0}^{1} \beta^t u(c_t) = u(c_0) + \beta u(c_1) \tag{1}$$

Done $\beta \in [0,1]$ es un factor de descuento intertemporal. El individuo tiene una dotación inicial en el periodo 0 y cuenta con un ingreso y_t en $t = 0, 1$, que será exógeno. El individuo puede ahorra o pedir prestado entre los dos periodos a una tasa de interés r_t. De esta forma el individuo cuenta con un par de restricciones a lo largo de su vida:

$$a_1 = r_0(a_0 + y_0 - c_0) \qquad a_2 = r_1(a_1 + y_1 - c_1)$$

Donde a_t es la dotación del consumidor en el periodo t. La posibilidad de endeudarse infinitamente y morir endeudado no es factible en el modelo y apelando a la racionalidad, tendremos que el agente no dejará ahorros para el momento de su muerte, por lo que podremos decir que $a_2 = 0$. Combinando as dos restricciones tenemos que:

$$\frac{c_1}{r_0} + c_0 = (a_0 + y_0) + \frac{y_1}{r_1} equiv w_0 \tag{2}$$

[11]Para mayor detalle puede ver el capítulo 6 de Adda and Cooper (2002). Ahí podrá encontrar diferentes extensiones del modelo aquí presentado, como la presencia de un ingreso estocástico, más de un tipo de interés y la presencia de restricciones en el mercado de capitales.

La parte izquierda de la ecuación 2 es el valor presente del consumo del agente a lo largo de su vida, mientras que el derecho es el valor presente de los recursos del individuo en toda su vida, que podemos expresar como w_0.

Maximizando 1 sujeto a 2 tenemos que:

$$u'(c_0) = \lambda = \beta r_0 u'(c_1) \tag{3}$$

Esta es la condición de primer orden intertemporal, también llamada **Ecuación de Euler**. La ecuación dice, básicamente, que una reducción en el consumo presente, incrementará el consumo futuro. Entonces claramente la elección óptima dependerá del nivel de dotación del agente, w_0, y el nivel de interés del mercado, r_0. De lo anterior podemos concluir que ante ausencia de restricciones en el mercado de capitales, la elección óptima de los agentes no dependerá del periodo en el que se encuentren.

3.1.2. Horizonte infinito: Teoría y evidenia empírica

Teniendo claro el modelo de dos periodos explicado anteriormente, es muy fácil extrapolar el conocimiento a un modelo con un horizonte infinito[12].

Considere una familia con una dotación A, un ingreso corriente y y un retorno a sus inversiones del periodo pasado de R_{-1}. De esta forma el problema del consumidor se puede resumir en una ecuación de Bellman así:

$$\nu(A, y, R_{-1}) = max_c u(c) + \beta E_{y',R|R_{-1}y} \nu(A', y', R)$$

Para todo (A, Y, R_{-1}), donde la ecuación de transición de la dotación es:

$$A' = R(A + y - c)$$

Como vimos en la sección anterior el óptimo no dependerá del periodo en el que se encuentre, por lo que el problema podrá ser resuelto como un problema estacionario. El modelo requiere que tanto el ingreso como la tasa de retorno sigan un proceso aleatorio estacionario, donde la distribución de (y', R),

[12] Para tener mayor claridad sobre el tema, puede consultar Adda and Cooper (2002) capítulo 2

solo dependa de (y, R_{-1}). El resultado del modelo es el mismo que en dos periodos: un descenso en el consumo actual, incrementará el futuro.

3.2. Overlapping Generations Models

Este modelo introduce la heterogeneidad de los agentes. Ahora cada agente contará con una productividad y un nivel de riqueza diferente, pero más importante aún, habrá diferencias en la edad. El modelo básico considera que cada generación puede ser representada como una familia homogénea. El tiempo de vida es finito, una nueva generación nace, mientras una vieja muere. Los modelos OLG sirven para analizar los problemas de la provisión de pensiones públicas, la fertilidad, y la acumulación de capital humano y riqueza.

3.2.1. Life-cycle Model

Esta sección será explicada por medio de un ejemplo. El modelo estará basado en 60 periodos, que corresponden a un año por periodo. Habrán tres sectores importantes: los hogares, firmas y gobierno.

Hogares

Cada año nace una nueva generación del mismo tamaño. Para simplificar el modelo cada generación será normalizada a uno. El superíndice s denota la edad de cada generación y el subíndice t el periodo en el que se encuentran. Esto quiere decir que c_t^s es el consumo de la generación con s años en el periodo t.

Los hogares viven 60 años repartidos en dos partes importantes. En la primera parte, que dura 40 años, los individuos trabajaran, mientras que en la segunda, que dura 20 años, estarán retirados y sin ninguna posibilidad de trabajar. La primera parte se le denominará T y la segunda T^R, de tal forma que $T + T^R = 60$[13]. Los agentes ofrecerán su mano de obra en la primera parte de forma n_t^s y gozarán de ocio en $l_t^s = 1 - n_t^s$. En la segunda parte $n_t^s = 0$, donde $s > T$, ya que el retiro es obligatorio. De esta forma los individuos maximizan la utilidad a lo largo de la vida en el año 1 y periodo t:

$$\sum_{s=1}^{T+T^R} \beta^{s-1} u(c_{t+s-1}^s, l_{t+s-1}^s) \tag{4}$$

[13]Observe que esto quiere decir que el tamaño de cada generación es de $\frac{1}{60}$, debido a que al llegar a los 60 años los individuos mueren.

Donde β es el factor de descuento. Note que el factor de descuento no necesariamente debe ser menor a uno, debido a que la utilidad a lo largo de la vida es finita. La función de utilidad de los consumidores viene dada por:

$$u(c,l) = \frac{((c+\psi)l^{\gamma})^{1-\eta} - 1}{1-\eta} \tag{5}$$

La variable $\psi = 0{,}001$ es adicionada para asegurar que aún con consumo cero, cuando no hay ingreso, la utilidad va a ser finita[14]. Los agentes nacen sin capital, $k_t^1 = 0$ y no dejan herencia, $k^6 1_t = 0$. Los agentes reciben rendimientos sobre el capital, r_t y un salario por su trabajo, w_t. Esto hace que la restricción del individuo venga dada por:

$$k_{t+1}^{s+1} = (1+r_t)k_t^s + (1-\tau_t)w_t n_t^s - c_t^s, \quad s = 1, ..., T \tag{6}$$

El salario es gravado a una tasa τ_t. Esto quiere decir que $\tau_t w_t n_t^s$ son las contribuciones a seguridad social. Las condiciones de primer orden de los hogares son:

$$\frac{u_l'(c_t^s, l_t^s)}{u_c'(c_t^s, l_t^s)} = \gamma \frac{c_t^s + \psi}{l_t^s} = (1-\tau_t)w_t \tag{7}$$

$$\frac{1}{\beta} = \frac{u_c'(c_{t+1}^{s+1}, l_{t+1}^{s+1})}{u_c'(c_t^s, l_t^s)} [1 + r_{t+1}] \tag{8}$$

$$= \frac{(c_{t+1}^{s+1} + \psi)^{-\eta} (l_{t+1}^{s+1})^{\gamma(1-\eta)}}{(c_t^s + \psi)^{-\eta} (l_t^s)^{\gamma(1-\eta)}} [1 + r_{t+1}] \tag{9}$$

Durante el retiro, los individuos reciben una pensión pública b independiente del historial de trabajo. La restricción presupuestaria para los retirados será:

$$k_{t+1}^{s+1} = (1+r_t)k_t^s + b - c_t^s, \quad s = T+1, ..., T + T^R \tag{10}$$

Lo único que cambia en la condición de primer orden dada por la ecuación 8 es que $l_t^s = 1$.

Firmas

La función de producción es la tradicional en los modelos neoclásicos. Las firmas producen un output Y_t con trabajo N_t Y capital K_t. El trabajo es pagado a un salario w_t, mientras que el capital es alquilado por una tasa r_t y se deprecia a razón de δ. La función de producción tiene retornos constantes a escala y productividades marginales decrecientes:

[14]Esto servirá al momento de realizar un análisis empírico.

$$Y_t = K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha} \tag{11}$$

Donde el salario y el retorno del capital son pagados por la productividad marginal del trabajo y el capital, respectivamente.

$$w_t = (1-\alpha) K_t^{\alpha} N_t^{-\alpha}, \tag{12}$$

$$r_t = \alpha K_t^{\alpha-1} N_t^{1-\alpha} - \delta \tag{13}$$

Gobierno

El gobierno usa el recaudo de los impuestos para financiar la seguridad social de los retirados.

$$\tau_t w_t N_t = \frac{T^R}{T + T^R} b \tag{14}$$

Con esta formula, el gobierno sigue la regla de un presupuesto balanceado. Cambios en el monto de la seguridad social, b, o el ingreso laboral, $w_t N_t$, harán cambiar la tasa impositiva τ_t.

Equilibrio

El concepto de equilibrio de esta sección se basa en el problema del consumidor seguido por STOKEY and LUCAS (1989). La solución del problema dinámico viene dado por la función valor $V^s(k_t^s, K_t, N_t)$:

$$V^s(k_t^s, K_t, N_t) = \begin{cases} max_{k_{t+1}^{s+1}, c_t^s, n_t^s} \left[u(c_t^s, l_t^s) + \beta V^{s+1}(k_{t+1}^{s+1}, K_{t+1}, N_{t+1} \right], s = 1, ..., T \\ \\ max_{k_{t+1}^{s+1}, c_t^s} \left[u(c_t^s, 1) + \beta V^{s+1}(k_{t+1}^{s+1}, K_{t+1}, N_{t+1} \right], s = T+1, ..., T + T^{R-1} \end{cases} \tag{15}$$

sujeto a 6 y 10, respectivamente, y

$$V^{T+T^R}(k_t^{T+T^R}, K_t^{T+T^R}, N_t^{T+T^R}) = u(c^{T+T^R}, 1) \tag{16}$$

En el equilibrio tendremos que:

- El comportamiento individual es consistente con el agregado:

$$N_t = \sum_{s=1}^{T} \frac{n_t^s}{T + T^R}, \tag{17}$$

$$\tag{18}$$

$$K_t = \sum_{s=1}^{T+T^R} \frac{k_t^s}{T + T^R} \tag{19}$$

- Los precios relativos $\{w_t, r_t\}$ resuelven el problema de la empresa y satisfacen las ecuaciones 11, 12 y 13.
- Dado los precios relativos $\{w_t, r_t\}$ y la política del gobierno b, las decisiones $c_t^s(.)$, $n_t^s(.)$ y k_{t+1}^s resuelven el proceso de maximización 15 y 16.
- Los mercados se vacían:

$$K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha} = \sum_{s=1}^{T+T^R} \frac{c_t^s}{T + T^R} + K_{t+1} - (1-\delta)K_t \tag{20}$$

- El gobierno tiene un presupuesto balanceado siguiendo la ecuación 14

3.3. Risk matters: The Real Effects of Volatility Shocks

No es un misterio que las economías emergentes son muy vulnerables a los acontecimientos del sector externo, pues en la mayoría de ellas se vive en una situación de dependencia en las tendencias de las economías más desarrolladas. En el mismo sentido, los países en vía de desarrollo se basan en la deuda externa para suavizar el consumo y protegerse contra shocks idiosindráticos, debido a su poca acumulación de capital. Así, cuando la tasa de interés real aumenta, las pequeñas economías ven aumentar su riesgo y para evitarlo disminuyen la deuda, mediante la reducción del consumo. De esta forma, las economías emergentes son altamente sensibles a la volatibilidad de la tasa de interés, donde el cambio en esta tiene grandes repercusiones en el consumo, el producto, la inversión, las horas trabajadas y la cuenta corriente.

El siguiente modelo mide la sensibilidad de una economía pequeña y abierta ante la variabilidad de la tasa de interés real, basandose en Fernández, Guerrón, Rubio & Uribe (2009).

3.3.1. Modelo

Se formula una economía pequeña y abierta con el mercado de activos incompletos, en base a Mendoza(1991), Correia (1995), Neumeyer and Perri (2005), and Uribe and Yue (2006). La sociedad está poblada por un individuo característico, con la siguiente función de utilidad.

$$\mathbb{E}_{\not{\vdash}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^{t} \frac{\left[C_t - \omega^{-1} H^{\omega}\right]^{1-\nu} - 1}{1-\nu} \tag{21}$$

Donde $\mathbb{E}_{\not{\vdash}}$ es un operador condicional de las expectativas, C_t corresponde al consumo, H_t a las horas trabajadas y $\beta \in (0,1)$ corresponde al factor de descuento. Con este tipo de modelo, la oferta de trabajo tiene un efecto renta inexistente[15], por lo que dependerá solo del salario real y podrá generar contracciones en el consumo, ante cambios en el nivel de interés real.

La tasa de interés real estará definida de la siguiente forma: $r_t = r + e_{tb,t} + e_{r,t}$, donde r es la tasa de interés internacional libre de riesgo más la media del spread de la economía evaluada. El término $e_{tb,t}$ es la tasa de interés real internacional restada de su media, mientras que $e_{r,t}$ es el spread restado de la media de la economía. Los términos $e_{tb,t}$ y $e_{r,t}$ siguen un proceso $AR(1)$ de esta forma:

$$e_{tb,t} = \rho_{tb} e_{tb,t-1} + e^{\sigma_{tb,r}} u_{tb,t} \tag{22}$$

$$e_{r,t} = \rho_{r} e_{r,t-1} + e^{\sigma_{r,t}} u_{r,t} \tag{23}$$

Donde $u_{r,t}$ y utb,t son shocks distribuidos normales con media cero y varianza unitaria. σ representa la desviación estándar de cada término y se caracteriza por no ser constante y seguir un proceso $AR(1)$ también:

$$\sigma_{tb,t} = (1 - \rho_{sigma_{tb}})\sigma_{tb} + \rho_{\sigma_{tb}} \sigma_{tb,t-1} + \eta_{tb} u_{\sigma_{tb,t}} \tag{24}$$

$$\sigma_{r,t} = (1 - \rho_{sigma_{r}})\sigma_{r} + \rho_{\sigma_{r}} \sigma_{r,t-1} + \eta_{r} u_{\sigma_{r,t}} \tag{25}$$

Los parámetros σ_{tb} y η_{tb} implican el tamaño de la volatibilidad media de la tasa real internacional libre de riesgo y el grado de incertidumbre en ella, respectivamente. La misma lógica es utilizada para σ_r y η_r.

[15] Esto quiere decir que el efecto predominante siempre será el sustitución, por lo que el individuo trasladará horas de trabajo al futuro o al presente, dependiendo de en que periodo el salario real sea más alto.

Los hogares pueden invertir en dos tipos de activos: el stock físico de capital, K_t, y los bonos internacionales, D_t[16]. La restricción presupuestaria de los hogares será:

$$\frac{D_{t+1}}{1+r_t} = D_t - W_t H_t - R_t K_t + C_t + I_t + \frac{\phi_D}{2}(D_{t+1} - D)^2 \tag{26}$$

Donde W_t es el salario real, R_t denota la rentabilidad del capital, I_t representa la inversión bruta doméstica, ϕ_D es un parámetro que controla el costo de mantener una posición de activos extranjeros neto y D es el promedio de la deuda. El costo de la deuda es pagado o cobrado por cualquier institución bancaria.

Se deben hacer dos aclaraciones antes de seguir. En el primer periodo los hogares tienen acceso a los bonos, sin ningún tipo de contingente, representando así la incapacidad de los países de mantener deudas a largo plazo. Luego del primer periodo los bonos solo son aceptados por el mercado con un factor de descuento. Esto impide la reestructuración de la deuda para minimizar los efectos de la volatibilidad, por parte de los agentes. Se asume que los agentes se enfrentan al costo de mantener una posición neta de activos extranjeros con el fin de eliminar las dinámicas de una economía pequeña y abierta a las que se enfrentaría de otro modo.

La ecuación de movimiento del capital es la siguiente:

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + \left(1 - \frac{\phi}{2}\left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1\right)^2\right) I_t$$

Donde δ es la tasa de depreciación del capital. Se debe dar que $\phi > 0$, que controla el tamaño de los costos. Estos costos de ajuste son convenientes para evitar la inversión excesiva ante la volatibilidad de la tasa real de interés. La condición de no-ponzi esta vigente[17].

Al igual que para los hogares, las decisiones de las firmas se pueden resumen en una función de producción representativa:

$$Y_t = K_t^{\alpha}(e^{X_t} H_t)^{1-\alpha}$$

X_t corresponde a shocks en la productividad laboral, que sigue un proceso $AR(1)$.

$$X_t = \rho_x X_{t-1} + e^{\sigma_x} u_{x,t} \tag{27}$$

Donde $u_{x,t}$ es un shock con distribución normal, con media cero y viarianza unitaria.

[16] Valores positivos de D_t significa deuda.

[17] No se pueden dejar activos al final de la vida de los agentes

Las firmas maximizan igualando los precios de los factores a su productividad marginal. De esta forma, teniendo en cuenta 26 se obtienen las exportaciones netas (NX_t):

$$NX_t = Y_T - C_T - I_T = D_T - \frac{D_{t+1}}{1+r_t} + \frac{\phi_D}{2}(D_{t+1} - D)^2$$

Donde también se puede inferir la cuenta corriente: $CA_t = D_T - D_{t+1}$. Combinando las dos anteriores ecuaciones se puede obtener:

$$CA_t = (1+r_t)NX_t - r_t D_t - (1+r_t)\frac{\phi_D}{2}(D_{t+1} - D)^2$$

El estado estacionario viene descrito por las siguientes ecuaciones:

$$\left[C - \frac{H^\omega}{\omega}\right]^{-\nu} = \lambda, \tag{28}$$

$$\beta\left[(1-\delta)\varphi + \alpha\frac{Y}{K}\lambda\right] = \varphi, \tag{29}$$

$$H^{\omega-1}\left[C - \frac{H^\omega}{\omega}\right]^{-\nu} = (1-\alpha)\delta\frac{Y}{H}, \tag{30}$$

$$\lambda = \varphi, \tag{31}$$

$$\frac{D}{1+r} = D - Y + C + I, \tag{32}$$

$$Y = K^\alpha H^{1-\alpha}, \tag{33}$$

$$I = \delta K \tag{34}$$

3.3.2. Calibración

El proceso de calibración de un modelo consiste en darle valores a los parámetros exógenos, dependiendo de estudios y estimaciones anteriores, para lograr llegar a una solución analítica del modelo. La opción de calibrar surge como una necesidad ante la dificultad de poder encontrar resultados matemáticamente es algunos modelos, debido a su dificultad. Este es el caso de los modelos CER. Entonces la calibración consiste en estimar las condiciones de una economía, bajo los supuestos en ciertos parámetros, que pueden ser fácilmente estimados por separado.

En este tipo de estudios se maneja un "benchmark case", que indica la opción más viable de la economía o la más probable. Una vez planteado este caso estándar se prosigue a realizar una serie de análisis de sensibilidad, cambiando parámetros con el fin de observar como se comporta el modelo y hacia donde se puede dirigir la economía ante un choque externo.

El benchmark case de este modelo es el siguiente:

$$\omega = 1{,}455$$

$$\delta = 0{,}1$$

$$\alpha = 0{,}32$$

$$\nu = 2$$

$$\rho = 0{,}356$$

$$\phi = 0{,}025$$

$$r = 0{,}04$$

$$\beta = 0{,}11$$

$$\sigma_r = 0{,}0129$$

Los valores fueron sacados de Mendoza(1991), Schmitt-Grohé and Uribe (2003), y Aguiar and Gopinath (2007).

El modelo consiste dar pequeños shocks a la tasa real de interés, con una desviación estándar de 0.0129 y media 0 y analizar el impacto en los agregados macroeconómicos mediante dos momentos en el tiempo. El primer momento muestra el promedio y la desviación estándar de la Producción, el Consumo, el Capital, el Trabajo y los Activos Extranjeros Netos a través del tiempo, mientras que en el segundo momento se muestran las mismas variables ante el choque en la volatibilidad de la tasa de interés internacional. Es decir, el modelo estima el impacto y las repercusiones en los agregados macroeconómicos ante la variabilidad de la tasa de interés internacional libre de riesgo. Los resultados del benchmark case se muestran a continuación:

Los resultados arrojados para este caso van acorde a la teoría planteada por el modelo. El producto, consumo, capital y trabajo disminuyeron en 1.64 %, 2.78 %, 2.71 % y 1.13 %, respectivamente. La intuición detrás de la disminución en los agregados es que cuando aumenta la volatibilidad de la tasa de interés internacional las economías pequeñas deben disminuir su financiación externa, por el mayor riesgo, y de esta forma con la menor liquidez debe caer el consumo y el resto de variables antes mencionadas. La deuda con el resto del mundo, definida por la variable Activos Extranjeros Netos, aumenta ante el shock en r, esto debido al mayor costo de ella y la incapacidad de reestruturarla. También hay que resaltar el aumento de la variabilidad en los agregados. La desviación del capital, el trabajo y los activos extranjeros netos aumento considerablemente, mientras que la del producto disminuyó un

Figura 8: Bechmark Case

	Media M1	Media M2	Des.Est M1	Des.Est M2
Producción	1.4867	1.4623	0.02804223	0.01948814
Consumo	1.1231	1.0919	0.02441443	0.3951546
Capital	3.3984	3.3062	0.04224815	0.06544787
Trabajo	1.0075	0.99613	0.005172142	0.008014919
Activos Extranjeros Netos	-0.59365	-0.99511	0.1635008	0.2963358
AEN por PIB	-0.39932	-0.6805	NaN	NaN

poco, pero el aumento increíble de la volatibilidad del consumo (1516 %) es algo fuera de lo común. Esto indica que no solo el consumo tuvo que disminuir por la menor financiación externa, sino que causó grandes problemas para la suavización del consumo e incapacidad por adaptarse rápido ante el cambio en factores externos.

El siguiente ejercicio consistió en disminuir la tasa de depreciación del capital a $\delta = 0{,}05$, para poner a prueba el comportamiento del modelo, ante choques exógenos. Los resultados se muestran en la figura 9.

Figura 9: Aumento en δ

	Media M1	Media M2	Des.Est M1	Des.Est M2
Producción	1.5288	1.4747	0.01972186	0.01736924
Consumo	1.294	1.2652	0.03677621	0.5646036
Capital	3.56	3.353	4.535299e-06	0.03775207
Trabajo	1.027	1.0019	5.415325e-07	0.0046417951
Activos Extranjeros Netos	-1.42	-1.0465	2.061418e-05	0.4063328
AEN por PIB	-0.92886	-0.70965	NaN	NaN

Ante la disminución de la tasa de depreciación se observa todos los resultados esperados. Con respecto al momento 1 del benchmark case la producción, el consumo, el capital y el trabajo aumentaron, debido a la mayor efectividad del capital, pues al depreciarse menos, el capital se puede acumular más, incentivando el trabajo, la producción y por este medio el consumo. En cuanto al análisis ante el choque en la tasa de interés internacional se puede observar que el producto disminuyó 3,54 %, el consumo

2,23 %, el capital 5,81 % y el trabajo 2,44 %. La mayor variación en los agregados macroeconómicos se deben a la misma razón por la cual ellas mimas aumentaron respecto al primer momento. Al tener una menor tasa de depreciación se incentivo la acumulación de los factores y de esta forma, se incentivó la deuda con el mercado externo, por lo cual ante una coyuntura adversa la economía se vio más golpeada que en un caso el modelo estándar.

Por último se evaluó un aumento en los costos de mantener los activos extranjeros netos ($\phi = 0{,}028$). Los resultados se muestran en la tabla

Figura 10: Aumento en ϕ

	Media M1	Media M2	Des.Est 1	Des.Est 2
Producción	1.4864	1.4703	0.0276178	0.01738527
Consumo	1.123	1.0929	0.0243587	0.2956604
Capital	3.3973	3.3364	0.04118608	0.05711281
Trabajo	1.0074	0.99987	0.005043014	0.006992552
Activos Extranjeros Netos	-0.59178	-1.095	0.1638573	0.1860371
AEN por PIB	-0.39813	-0.74476	NaN	NaN

Para este caso el impacto del ciclo fue menor. En el primer momento se ve una disminución marginal en todas las variables, debido a que el modelo asegura que los agentes querrán invertir en el extranjero para evitar la incertidumbre de una economía pequeña, además de que los costos de mantener activos extranjeros solo aumento 0.003 puntos. El producto disminuyó 1.08 %, el consumo aumentó 2.68 %, el capital disminuyó 1.79 % y el trabajo 0.75 %. La deuda con el extranjero sufrió un aumento de 85.03 %. La volatibilidad de las variables tuvo también una menor variación que en el benchmark case. El menor impacto que sufren los agregados económicos cuando el costo de mantener activos extranjeros es más alto tiene una intuición muy sencilla. Las economías emergentes dependen mucho del sector externo y ante mayores costos de mantener financiación en el exterior, deciden suavizar sus decisiones y arriesgarse menos, por lo que ante los cambios en la tasa de interés, los agentes no cambiaran tanto sus decisiones, como en el primer momento, debido al aumento de los costos que acarrearía ese cambio.

4. Resultados y Conclusiones

Los resultados del proyecto fueron los siguientes:

- Las economías con menor tasa de depreciación son más sensibles antes choques en el escenario internacional, pues a medida que baja la tasa de depreciación se incentiva más el endeudamiento con el extranjero.

- Las economías con costos de mantener activos extranjeros altos son menos sensibles antes choques externos, puesto que los grandes costos que deben asumir, les impide hacer endeudarse o realizar acciones riesgosas en el campo internacional.

- El modelo tipo CER evaluado se ajusta a la realidad y no tiene resultados contra-intuitivos o alejados de la teoría planteada por los autores.

- Este trabajo se deja como un manual para estudiantes de pre-grado interesados en ver como los modelos teóricos se comportan empíricamente y que utilidad tienen en el campo de la economía.

- También se deja esta investigación como puente a futuras cohortes de estudiantes, para que continúen con la investigación, puedan realizar más calibraciones de modelos económicos y realicen una ampliación del campo del manual.

- Por último, y como reflexión, este manual les deja a los estudiantes herramientas para y soportes empíricos que verifican, muestran y enseñan que el estudio de la economía por medio de modelos y su interpretación simplificada tiene objetivos racionales y que sirven para poder analizar efectivamente la realidad.

Bibliografía

Adda, J., & Cooper, R. (2002). Dynamic Economics: Quantitative Methods and Applications.

Akin, S. N. (2012). Immigration, Fiscal Policy, and Welfare in an Aging Population. The B.E. Journal of Macroeconomics, Article 23.

Christiano, L. J., & Fisher, J. (1994). Algorithms for Solving Dynamic Models With Occasionally Binding Constraints. Federal Reserve Bank of Minneapolis.

Fernández Villaverde, J., Guerrón Quintana, P., Rubio Ramírez, J., & Uribe, M. (2009). Risk Matters: The Real Efects of Volatility Shocks.

GitHub. (Octubre de 2015). Obtenido de Writing a Dynare model file for a basic OLG model: https://github.com/davidrpugh/pyeconomics/wiki/OLG-Models

Heer, B., & Maubner, A. (2005). Dynamic General Equilibrium Modelling. Germany: Springer.

Hviding, K., & Mérette, M. (1998). MACROECONOMIC EFFECTS OF PENSION REFORMS IN THE CONTEXT OF AGEING POPULATIONS: OVERLAPPING GENERATIONS MODEL SIMULATIONS FOR SEVEN OECD COUNTRIES. Organisation for Economic Co-operation and Development.

IDEAS. (2015). Obtenido de https://ideas.repec.org/

Marc P. B. Klemp, Dept. of Economics, University of Copenhagen, Nov. 2009.

Mendoza, E. G. (1991). Real Business Cycle in Small Open Economy. The American Economic Review, 787-818.

Miranda, M. J., & Fackler, P. L. (s.f.). Applied Computational Economics and Finance.

Moro, D. (2007). Modeling Economic Effects of International Retirement Migration Within The European Union.

Rankin, N., & Roffia, B. (1999). Maximum Sustainable Government Debt in the Overlapping Generations Model.

Rincón, L. (2012). Introducción a los Introducción a los. Facultad de Ciencias UNAM.

Rojas, G. (1989). Economía Dinámica Y el Enfoque Recursivo. Universidad Autónoma de Barcelona.

Rojo, H., & Miranda, M. (2009). Cadenas de Markov. Buenos Aires: Universidad de Buenos Aires.

Sargent, T. J., & Ljungqvist, L. (2000). Recursive Macroeconomic Theory Second edition. Massachusetts Institute of Technology.

Seitani, H. (2013). Matlab Toolkit for Simulating Dynamic Stochastic General Equilibrium Models.

Stokey, N., & Robert Lucas, J. (1989). Recursive Methods in Economic Dynamic. Harvard College.