NOTAS DE CLASE: ECONOMÍA INTERNACIONAL

OSCAR ALBERTO GÓMEZ ALDANA

PROYECTO DE GRADO II

Tutor: GERMAN DANIEL LAMBARDI, Ph.D.

UNIVERSIDAD ICESI
FACULTAD DE CIENCIAS ADMINISTRATIVAS Y ECONOMICAS
PROGRAMA DE ECONOMÍA Y NEGOCIOS INTERNACIONALES
SANTIAGO DE CALI
JUNIO DE 2006

CONTENIDO

RESUMEN
1. **El modelo ricardiano de comercio internacional………………1**
2. **El modelo de proporciones factoriales…………………………17**

RESUMEN

El siguiente trabajo comprende un solucionario de ejercicios prácticos de los temas relacionados al Modelo Ricardiano y al Modelo de Proporciones factoriales del curso Economía Internacional. La solución de cada ejercicio contiene el marco teórico, el proceso algebraico y las graficas que ilustran la situación.

Palabras Clave: Economía internacional, ventaja absoluta, ventaja relativa, proporciones factoriales, patrón de comercio internacional, términos de intercambio, oferta y demanda relativa.

1. El modelo Ricardiano de comercio internacional

1. Suponga que el requerimiento de trabajo local para producir C es 3 y para producir V es 2. Asimismo el requerimiento extranjero para producir C es 9 y para producir V es 3. Suponga que la dotación de trabajo local es 30 y la extranjera es 60 y que las preferencias en ambos países vienen dadas por $U = C^{\frac{1}{2}} V^{\frac{1}{2}}$.

   a) Halle la curvas de oferta relativa y la demanda relativa de ***trabajo***.
   En una economía como la descrita, la oferta relativa de trabajo $(\frac{L}{L^*})^o$ es fija y equivale a las dotaciones relativas de trabajo para los países, es decir:

   $$\left(\frac{L}{L^*}\right)^o = \frac{\bar{L}}{\bar{L}^*} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$$

   Para hallar la demanda relativa de trabajo se debe tener en cuenta que el país local solo producirá el bien i si se cumple la condición $\frac{w}{w^*} \leq \frac{a_i{}^*}{a_i}$, de lo contrario la producción del bien i se hara en el extranjero. De forma general la demanda relativa de trabajo $(\frac{L}{L^*})^d$ esta definida por la función:

   $$\left(\frac{L}{L^*}\right)^d = \frac{\delta}{1-\delta} \frac{1}{w/w^*}$$

   Donde δ representa la propensión marginal mundial a consumir[1] bienes producidos localmente. Con los datos suministrados obtenemos que:

   $$\frac{a_c{}^*}{a_c} = 3$$
   $$\frac{a_v{}^*}{a_v} = \frac{3}{2}$$

   De esta forma si:

   1) $\frac{w}{w^*} > 3$ no habrá incentivos para que la producción de alguno de los bienes se haga localmente puesto que $\frac{w}{w^*} > \frac{a_c{}^*}{a_c} > \frac{a_v{}^*}{a_v}$. Si no se producen bienes localmente $\delta = 0$, por tanto:

   $$\left(\frac{L}{L^*}\right)^d = 0$$

   2) $\frac{w}{w^*} = 3$ la producción de C se puede hacer indiferentemente en el país local o en el extranjero, mientras que V se sigue produciendo solo en el extranjero puesto que $\frac{w}{w^*} = \frac{a_c{}^*}{a_c} > \frac{a_v{}^*}{a_v}$. Si C puede ser producido en el país local, en el extranjero o en ambos, $0 \leq \delta \leq \frac{1}{2}$, por tanto:

   $$\left(\frac{L}{L^*}\right)^d = \frac{\delta}{1-\delta}\frac{1}{3} \in \left[0, \frac{1}{3}\right]$$

   3) $3 > \frac{w}{w^*} > \frac{3}{2}$ existirán suficientes incentivos para que los países se especialicen, realizando toda la producción de C en el local y la de V en el extranjero puesto que $\frac{a_c{}^*}{a_c} > \frac{w}{w^*} > \frac{a_v{}^*}{a_v}$, en este sentido $\delta = \frac{1}{2}$, por tanto:

   $$\left(\frac{L}{L^*}\right)^d = \frac{1}{w/w^*} \in \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$$

[1] La PMC se deriva de la función de utilidad de los individuos

4) $\frac{w}{w^*} = \frac{3}{2}$ el bien C será producido exclusivamente por el país local mientras que la producción de V se puede realizar indiferentemente en el local o en el extranjero puesto que $\frac{{a_c}^*}{a_c} > \frac{w}{w^*} = \frac{{a_v}^*}{a_v}$, así $\frac{1}{2} \leq \delta \leq 1$, por tanto:

$$\left(\frac{L}{L^*}\right)^d = \frac{\delta}{1-\delta}\frac{2}{3} \in \left[\frac{1}{3}, \infty\right)$$

b) Halle el salario relativo de equilibrio y represente el equilibrio en un gráfico.

En el equilibrio se debe cumplir que:

$$\left(\frac{L}{L^*}\right)^o = \left(\frac{L}{L^*}\right)^d$$

Por tanto:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{w/w^*}^2$$

De donde se deriva que:

$$\frac{w}{w^*} = 2$$

La figura 1 muestra una representación gráfica de este equilibrio.

c) Utilizando la relación entre salarios relativos y precios relativos, halle el precio relativo de equilibrio de los bienes.

Dado que $w = p_i/a_i$, entonces debe ser cierto, dado que el local se especializa en la producción de C y el extranjero en la producción de V, que:

$$\frac{w}{w^*} = \frac{p_c/a_c}{p_v/{a_v}^*}$$

Por lo tanto:

$$\frac{p_c}{p_v} = \frac{w}{w^*}\frac{a_c}{{a_v}^*} = 2\frac{3}{3} = 2$$

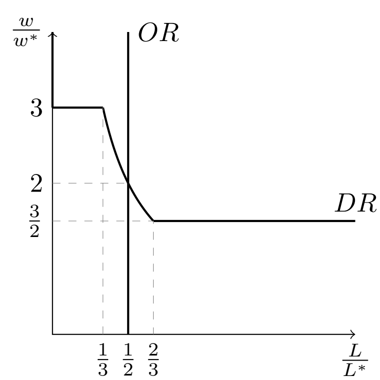


Figura 1: Mercado de trabajo

2. La siguiente tabla muestra las horas de trabajo requeridas para producir 1 unidad de cada bien en país local (L) y extranjero (E)

[2] Note que este es el único sector donde $\left(\frac{L}{L^*}\right)^d = \frac{1}{2}$

	Café	Vino
L	6 horas	2 horas
E	15 horas	3 horas

Asuma que la demanda relativa en cada país es $\left(\frac{C}{V}\right)^d = \frac{1}{(p_c/p_v)}$ y las dotaciones de trabajo vienen dadas por $t_L = 450$ y $t_E = 600$

a) ¿Cuál es el precio relativo de equilibrio con comercio? Grafique.

Para analizar el patrón de comercio internacional se debe tener en cuenta que un país se especializará en la producción del bien i si $\frac{p_i}{p_j} > \frac{a_i}{a_j}$, de lo contrario ($\frac{p_i}{p_j} < \frac{a_i}{a_j}$) se especializará en la producción del bien j. Note que si $\frac{p_i}{p_j} = \frac{a_i}{a_j}$ el país producirá indiferentemente cualquiera de los dos bienes.

Con los datos suministrados:

$$\frac{a_c}{a_v} = 3$$
$$\frac{{a_c}^*}{{a_v}^*} = 5$$

Por lo tanto el país local tiene *ventaja comparativa* en la producción de Café mientras que el extranjero en la producción de Vino.

En este sentido, la oferta relativa mundial $\left(\frac{C}{V}\right)^o = \frac{C+C^*}{V+V^*}$ se comportará como sigue:

1) si $\frac{p_c}{p_v} < 3$ no existen incentivos para producir C en los países puesto que $\frac{p_c}{p_v} < \frac{a_c}{a_v} < \frac{{a_c}^*}{{a_v}^*}$, de esta forma $C = C^* = 0$, $V = \frac{t_L}{a_v} = 225$ y $V^* = \frac{t_E}{{a_v}^*} = 200$, por lo tanto:

$$\left(\frac{C}{V}\right)^o = 0$$

2) si $\frac{p_c}{p_v} = 3$ entonces el país local será indiferente entre producir C o V, mientras que el extranjero sigue especializado en la producción de V puesto que $\frac{p_c}{p_v} = \frac{a_c}{a_v} < \frac{{a_c}^*}{{a_v}^*}$, de esta forma la oferta relativa variará entre los puntos donde ambos países solo producen V ($C = C^* = 0$, $V = \frac{t_L}{a_v} = 225$ y $V^* = \frac{t_E}{{a_v}^*} = 200$) hasta el punto donde el local ha cambiado toda su producción de V por C ($C = \frac{t_L}{a_c} = 75$, $C^* = 0$, $V = 0$ y $V^* = \frac{t_E}{{a_v}^*} = 200$), por lo tanto:

$$\left(\frac{C}{V}\right)^o \in \left[0, \frac{3}{8}\right]$$

3) si $3 < \frac{p_c}{p_v} < 5$ entonces existirán suficientes incentivos para que el país local se especialice en la producción de C y el extranjero en la producción de V puesto que $\frac{a_c}{a_v} < \frac{p_c}{p_v} < \frac{{a_c}^*}{{a_v}^*}$, de esta forma $C = \frac{t_L}{a_c} = 75$, $C^* = 0$, $V = 0$ y $V^* = \frac{t_E}{{a_v}^*} = 200$, por lo tanto:

$$\left(\frac{C}{V}\right)^o = \frac{3}{8}$$

4) si $\frac{p_c}{p_v} = 5$ el país local continuará especializado en la producción de C mientra que ahora, el extranjero es indiferente entre producir C o V, de esta forma la oferta relativa variará entre el punto donde los países están especializados ($C = \frac{t_L}{a_c} = 75$, $C^* = 0$, $V = 0$ y $V^* = \frac{t_E}{{a_v}^*} = 200$) hasta que el punto donde el extranjero cambia toda su producción de V por C ($C = \frac{t_L}{a_c} = 75$, $C^* = \frac{t_E}{{a_c}^*} = 40$ y $V = V^* = 0$, por lo tanto:

$$\left(\frac{C}{V}\right)^o \in \left[\frac{3}{8}, \infty\right)$$

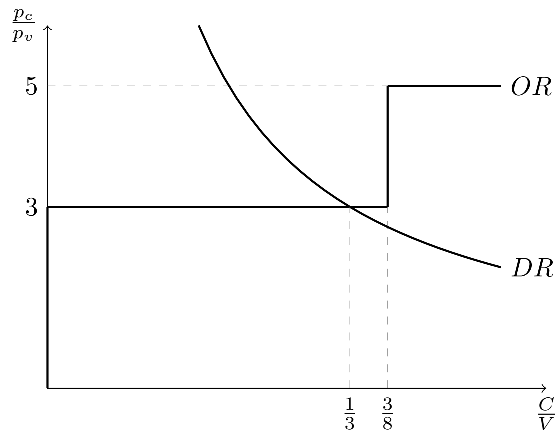


Figura 2: Mercado relativo de bienes

En resumen:

$$\left(\frac{C}{V}\right)^o = \begin{cases} 0, \; \frac{p_c}{p_v} < 3 \\ [0, 3/8]\,, \; \frac{p_c}{p_v} = 3 \\ 3/8, \; 3 < \frac{p_c}{p_v} < 5 \\ [3/8, \infty)\,, \; \frac{p_c}{p_v} = 5 \end{cases}$$

En el equilibrio se debe cumplir que:

$$\left(\frac{C}{V}\right)^o = \left(\frac{C}{V}\right)^d \tag{1}$$

Note que dado que la oferta relativa esta definida por partes, se debe igualar la demanda a cada uno de los sectores hasta llegar a un resultado consistente. Analizando cada sector:

- si $\frac{p_c}{p_v} = 5$ entonces $\left(\frac{C}{V}\right)^d = \frac{1}{5}$, pero $\left(\frac{C}{V}\right)^o \in \left[\frac{3}{8}, \infty\right)$, lo cual es inconsistente con la condición (1).
- si $3 < \frac{p_c}{p_v} < 5$ entonces $\left(\frac{C}{V}\right)^o = \frac{3}{8}$, sin embargo $\left(\frac{C}{V}\right)^d \in \left[\frac{1}{5}, \frac{1}{3}\right]$, lo cual es inconsistente con la condición (1).
- si $\frac{p_c}{p_v} = 3$ entonces $\left(\frac{C}{V}\right)^d = \frac{1}{3}$, dado que $\left(\frac{C}{V}\right)^o \in \left[0, \frac{3}{8}\right]$, este equilibrio es consistente con la condición (1).

La figura 2 muestra una representación gráfica del equilibrio.

b) ¿Ganan ambos países con el comercio?

No, en este caso solo el país extranjero ganaría con el libre comercio, note que $\frac{p_c}{p_v} = \frac{a_c}{a_v}$ y $\frac{p_v}{p_c} > \frac{a_v{}^*}{a_v{}^*}$, por lo tanto el país local estaría igual que en autarquía, mientras que el extranjero obtendría ganancias al poder comprar mas unidades de C de las que podría producir.

c) Si el extranjero se vuelve mas productivo en el sector del vino y su requerimiento pasa a ser 2, ¿qué sucede con el precio de equilibrio? ¿qué sucede con el bienestar local? ¿Qué nombre le daría a este crecimiento de la productividad en el extranjero?

Note que si el extranjero se vuelve mas productivo en el mercado del vino, podrá producir mas vino que antes, $V^* = \frac{t_E}{a_v{}^*} = 300$, si solo se dedica a producir este bien, además su costo relativo de C en términos de V aumenta hasta $\frac{a_c{}^*}{a_v{}^*} = 7{,}5$, esto generará dos cambios en el mercado mundial:

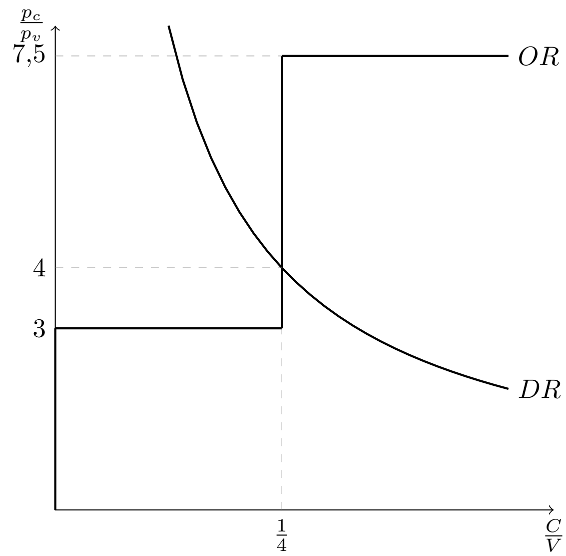


Figura 3: Mercado relativo de bienes

por un lado, el rango de precios para el cual los paises se pueden especializar crece, mientras que las cantidades relativas de la zona de especialización decrecen, en este sentido la oferta relativa sería:

$$\left(\frac{C}{V}\right)^o = \begin{cases} 0, \ \frac{p_c}{p_v} < 3 \\ [0, 1/4]\,, \ \frac{p_c}{p_v} = 3 \\ 1/4, \ 3 < \frac{p_c}{p_v} < 7,5 \\ [1/4, \infty)\,, \ \frac{p_c}{p_v} = 7{,}5 \end{cases}$$

Para hallar el equilibrio nuevamente se debe probar la condición (1):

- si $\frac{p_c}{p_v} = 7{,}5$ entonces $\left(\frac{C}{V}\right)^d = \frac{2}{15}$, pero $\left(\frac{C}{V}\right)^o \in \left[\frac{1}{4}, \infty\right)$, lo cual es inconsistente con la condición (1).
- si $3 < \frac{p_c}{p_v} < 7{,}5$ entonces $\left(\frac{C}{V}\right)^o = \frac{1}{4}$, y además $\left(\frac{C}{V}\right)^d \in \left[\frac{2}{15}, \frac{1}{3}\right]$, lo cual es consistente con la condición (1). Por tanto los precios relativos de equilibrio serían $\frac{p_c}{p_v} = \frac{1}{C/V} = 4$. La figura 3 muestra una representación gráfica de este equilibrio.

Note que los nuevos precios de equilibrio son mejores para el mercado local, pero dado que el extranjero exporta V, los percibe como inferiores, esto implica un crecimiento empobrecedor, es decir, el extranjero mejoro su productividad y ahora puede producir mas, pero su producción perdió valor en comparación con la producción del resto del mundo.

d) ¿Ganan ambos países con el comercio?

En este caso sí, gracias a que ambos países están especializados, la diferencia entre los precios relativos de equilibrio del mercado mundial y el costo de oportunidad de producir el bien en el que estan especializados, les permitirá derivar ganancias del libre comercio. Note que $\frac{p_c}{p_v} > \frac{a_c}{a_v}$ y $\frac{p_v}{p_c} > \frac{a_v{}^*}{a_v{}^*}$

3. Suponga que en el país local se necesitan 2 horas de trabajo para producir una unidad de vino y 2 horas de trabajo para producir una unidad de café, mientras que en el extranjero se necesitan respectivamente 2 para el vino y 6 para el café. Asuma que la demanda relativa en cada país es $c/v = 2/(pc/pv)$ y

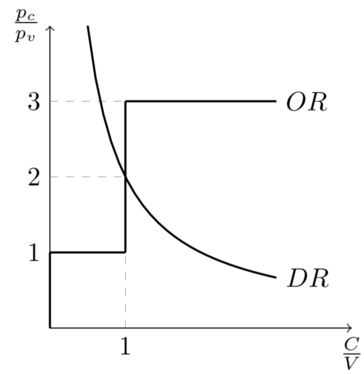


Figura 4: Mercado relativo de bienes

la dotación de trabajo en el país local es $t_L = 200$. Si los países están actualmente comerciando a un precio $pc/pv = 2$ ¿Cual es la dotación de trabajo en el país extranjero? Grafíque la OR y DR.

Dado que:

$$1 = \frac{a_c}{a_v} < \left(\frac{p_c}{p_v}\right)^E < \frac{{a_c}^*}{{a_v}^*} = 3$$

Se puede inferir que los países se encuentran especializados en presencia del libre comercio. Por tanto todo el café lo produciría en su totalidad el país local, mientras que el vino se produciría en el país extranjero. Además si $pc/pv = 2$, entonces se cumple que $c/v = 2/(pc/pv) = 2/2 = 1$, por tanto:

$$\frac{C}{V} = \frac{t_L/a_c}{t_E/{a_v}^*} = \frac{t_L}{t_E}\frac{{a_v}^*}{a_c}$$

Despejando t_E:

$$t_E = t_L \frac{{a_v}^*}{a_c}\frac{1}{C/V} = 200\frac{2}{2}\frac{1}{1} = 200$$

La figura 4 muestra una representación gráfica de este equilibrio.

4. Su país (L) tiene la posibilidad de firmar acuerdos comerciales con dos países extranjeros (E1 y E2). Asuma por simplicidad que actualmente no comercia con ninguno de ellos. La firma del acuerdo implicara superar numerosos obstáculos y arduas negociaciones por lo que el país a decidido focalizar sus esfuerzos en negociar un solo acuerdo. El mundo consta de dos bienes, alimentos y manufacturas y un solo factor, trabajo. La siguiente tabla muestra las horas de trabajo requeridas para producir 1 unidad de cada bien.

	alimentos	manufacturas
L	2 horas	4 horas
E1	4 horas	2 horas
E2	6 horas	4 horas

Asuma que la demanda relativa en cada país es $a/m = 1/(p_a/p_m)$ y que su país posee 300 horas de trabajo, el país E1 posee 400 y el país E2 600.

a) ¿Que bien exportaría el país L en cada acuerdo?

En cada acuerdo el país L exportaría los alimentos note que:

$$\left(\frac{a_a}{a_m}\right)^L = \frac{1}{2} < \left(\frac{a_a}{a_m}\right)^{E2} = \frac{3}{2} < \left(\frac{a_a}{a_m}\right)^{E1} = 2$$

Por tanto el país L tiene *ventaja comparativa* en la producción de alimentos en el mundo.

$b)$ Halle los precios relativos de equilibrio con cada acuerdo y muestre que ambos son beneficiosos para el país L.

Acuerdo $L - E1$**:** Dado que $\left(\frac{a_a}{a_m}\right)^L = \frac{1}{2} < \left(\frac{a_a}{a_m}\right)^{E1} = 2$, el país local tiene *ventaja comparativa* en la producción de alimentos, por tanto la **oferta relativa** será:

$$\left(\frac{A}{M}\right)^o = \begin{cases} 0; \frac{p_a}{p_m} < 1/2 \\ [0, 3/4]; \frac{p_a}{p_m} = 1/2 \\ 3/4; 1/2 < \frac{p_a}{p_m} < 2 \\ [3/4, \infty); \frac{p_a}{p_m} = 2 \end{cases}$$

Y en el equilibrio se cumple que:

$$\left(\frac{A}{M}\right)^o = \left(\frac{A}{M}\right)^d \Longrightarrow \frac{A}{M} = \frac{3}{4} \Longrightarrow \frac{p_a}{p_m} = \frac{4}{3}$$

Acuerdo $L - A2$**:** Dado que $\left(\frac{a_a}{a_m}\right)^L = \frac{1}{2} < \left(\frac{a_a}{a_m}\right)^{E2} = \frac{3}{2}$, el país local tiene *ventaja comparativa* en la producción de alimentos, por tanto la **oferta relativa** será:

$$\left(\frac{A}{M}\right)^o = \begin{cases} 0; \frac{p_a}{p_m} < 1/2 \\ [0, 1]; \frac{p_a}{p_m} = 1/2 \\ 1; 1/2 < \frac{p_a}{p_m} < 3/2 \\ [1, \infty); \frac{p_a}{p_m} = 3/2 \end{cases}$$

Y en el equilibrio se cumple que:

$$\left(\frac{A}{M}\right)^o = \left(\frac{A}{M}\right)^d \Longrightarrow \frac{A}{M} = 1 \Longrightarrow \frac{p_a}{p_m} = 1$$

Note que en ambos acuerdos se cumple que $\frac{a_a}{a_m} < \frac{p_a}{p_m}$ para el país local, dado que este en los dos acuerdos exportaría *alimentos*, con los dos podría derivar ganancias del libre comercio.

$c)$ ¿Con que país debería negociar el acuerdo? Explique utilizando un gráfico de la FPP.

El país L debería negociar con el país E1, note en la figura 5, que la FPC del acuerdo con el país E1 es superior que la FPC con el país E2, en otras palabras, firmar el acuerdo con el primer país le permitirá unas posibilidades de consumo más altas y por lo tanto un mejor bienestar.

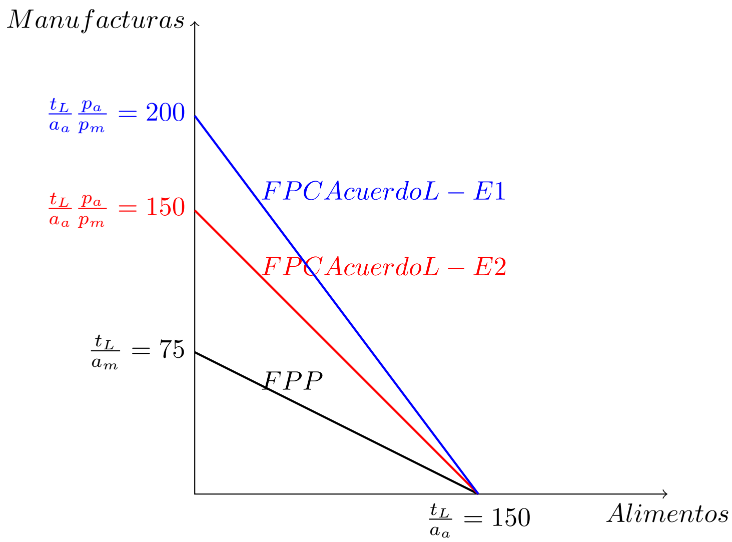


Figura 5: FPP vs FPC

5. Suponga que el requerimiento de trabajo doméstico para producir X es 2 y para producir Y es 3. Asimismo el requerimiento extranjero para producir X es 4 y para producir Y es 3. Suponga que la dotación de trabajo local es 200 y la extranjera es 900 y que las preferencias en ambos países vienen dadas por $U = XY^2$.

   a) Halle matemáticamente la curvas de oferta relativa y la demanda relativa de ***trabajo***.
   La oferta relativa viene dada por:

$$\left(\frac{L}{L^*}\right)^o = \frac{\bar{L}}{\bar{L}^*} = \frac{200}{900} = \frac{2}{9}$$

   Con los datos suministrados obtenemos que:

$$\frac{{a_x}^*}{a_x} = 2$$
$$\frac{{a_y}^*}{a_y} = 1$$

   De esta forma si:

   1) $\frac{w}{w^*} > 2$ no habrá incentivos para que la producción de alguno de los bienes se haga localmente puesto que $\frac{w}{w^*} > \frac{{a_x}^*}{a_x} > \frac{{a_y}^*}{a_y}$. Si no se producen bienes localmente $\delta = 0$, por tanto:

$$\left(\frac{L}{L^*}\right)^d = 0$$

   2) $\frac{w}{w^*} = 2$ la producción de X se puede hacer indiferentemente en el país local o en el extranjero, mientras que Y se sigue produciendo solo en el extranjero puesto que $\frac{w}{w^*} = \frac{{a_x}^*}{a_x} > \frac{{a_y}^*}{a_y}$. Si X puede ser producido en el país local, en el extranjero o en ambos, $0 \leq \delta \leq \frac{1}{3}$, por tanto:

$$\left(\frac{L}{L^*}\right)^d = \frac{\delta}{1-\delta}\frac{1}{2} \in \left[0, \frac{1}{4}\right]$$

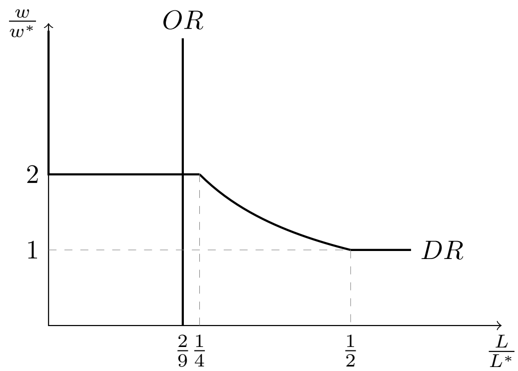


Figura 6: Mercado de trabajo

3) $2 > \frac{w}{w^*} > 1$ existirán suficientes incentivos para que los países se especialicen, realizando toda la producción de X en el local y la de Y en el extranjero puesto que $\frac{a_x{}^*}{a_x} > \frac{w}{w^*} > \frac{a_y{}^*}{a_y}$, en este sentido $\delta = \frac{1}{3}$, por tanto:

$$\left(\frac{L}{L^*}\right)^d = \frac{1}{2}\frac{1}{w/w^*} \in \left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$$

4) $\frac{w}{w^*} = 1$ el bien X será producido exclusivamente por el país local mientras que la producción de Y se puede realizar indiferentemente en el local o en el extranjero puesto que $\frac{a_x{}^*}{a_x} > \frac{w}{w^*} = \frac{a_y{}^*}{a_y}$, así $\frac{1}{3} \leq \delta \leq 1$, por tanto:

$$\left(\frac{L}{L^*}\right)^d = \frac{\delta}{1-\delta} \in \left[\frac{1}{2}, \infty\right)$$

b) Halle el salario relativo de equilibrio y represente el equilibrio en un gráfico. ¿Que bienes produce cada país?

Dado que la *oferta relativa de trabajo* es constante e igual a 2/9 se puede inferir que los salarios relativos son $w/w^* = 2$[3]. En este sentido el país local producirá solamente unidades del bien X, mientras que el extranjero producirá unidades de ambos bienes. La figura 6 muestra una representación gráfica del equilibrio.

c) Comparado los salarios reales en autarquía y con comercio explique que sucede con el bienestar en el país local.

Dado que el país local esta especializado en la producción del bien X:

$$\left(\frac{w}{p_x}\right)^{AUT} = \left(\frac{w}{p_x}\right)^{CCIO} = \frac{1}{a_x} = \frac{1}{2}$$

Sin embargo:

$$\left(\frac{w}{p_y}\right)^{AUT} \neq \left(\frac{w}{p_y}\right)^{CCIO} = \frac{w}{p_x}\left(\frac{p_x}{p_y}\right)^{E}$$

Para hallar el salario real en términos de Y, entonces se debe derivar primero los precios relativos de equilibrio:

$$\frac{w}{w^*} = \frac{p_x/a_x}{p_y/a_y{}^*} \Longrightarrow \left(\frac{p_x}{p_y}\right)^{E} = \frac{w}{w^*}\frac{a_x}{a_y{}^*} = 2\frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

[3] Note que tan solo en el sector 2), la *demanda relativa de trabajo* podría tomar este valor.

Por tanto:

$$\left(\frac{w}{p_y}\right)^{CCIO} = \frac{1}{2}\frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

En este sentido, el salario real en términos de Y se duplica[4], se puede inferir entonces que el bienestar local mejora con el comercio internacional pues ahora puede adquirir con su salario mas unidades de Y que antes.

6. La siguiente tabla muestra las horas de trabajo requeridas para producir una 1 unidad de cada bien en el país local (L) y el extranjero (E).

	Computadores	Vino
Local	3 horas	2 horas
Extranjero	9 horas	3 horas

Asuma que la demanda relativa en cada país es $c/v = 1/(p_c/p_v)$.

a) ¿Cual es el precio relativo de equilibrio en el país L y E?
Cuando un país esta en autarquía, en equilibrio se iguala la relación de precios con el costo de oportunidad:

$$\left(\frac{p_c}{p_v}\right)^{L} = \frac{3}{2}$$
$$\left(\frac{p_c}{p_v}\right)^{E} = 3$$

b) Si la cantidad de trabajo en cada país es $t_L = 30$ y $t_E = 30$, ¿Cual es el precio de equilibrio con comercio? Grafique.
Para hallar el equilibrio se debe encontrar la curva de oferta relativa e igualarla con la demanda relativa:

1) si $\frac{p_c}{p_v} < \frac{3}{2}$ no existen incentivos para producir C en los países puesto que $\frac{p_c}{p_v} < \frac{a_c}{a_v} < \frac{{a_c}^*}{{a_v}^*}$, de esta forma $C = C^* = 0$, $V = \frac{t_L}{a_v} = 15$ y $V^* = \frac{t_E}{{a_v}^*} = 10$, por lo tanto:

$$\left(\frac{C}{V}\right)^{o} = 0$$

2) si $\frac{p_c}{p_v} = \frac{3}{2}$ entonces el país local será indiferente entre producir C o V, mientras que el extranjero sigue especializado en la producción de V puesto que $\frac{p_c}{p_v} = \frac{a_c}{a_v} < \frac{{a_c}^*}{{a_v}^*}$, de esta forma la oferta relativa variará entre los puntos donde ambos países solo producen V ($C = C^* = 0$, $V = \frac{t_L}{a_v} = 15$ y $V^* = \frac{t_E}{{a_v}^*} = 10$) hasta el punto donde el local ha cambiado toda su producción de V por C ($C = \frac{t_L}{a_c} = 10$, $C^* = 0$, $V = 0$ y $V^* = \frac{t_E}{{a_v}^*} = 10$), por lo tanto:

$$\left(\frac{C}{V}\right)^{o} \in [0, 1]$$

3) si $\frac{3}{2} < \frac{p_c}{p_v} < 3$ entonces existirán suficientes incentivos para que el país local se especialice en la producción de C y el extranjero en la producción de V puesto que $\frac{a_c}{a_v} < \frac{p_c}{p_v} < \frac{{a_c}^*}{{a_v}^*}$, de esta forma $C = \frac{t_L}{a_c} = 10$, $C^* = 0$, $V = 0$ y $V^* = \frac{t_E}{{a_v}^*} = 10$, por lo tanto:

$$\left(\frac{C}{V}\right)^{o} = 1$$

[4] Tenga en cuenta que en autarquía el salario real de Y es $w/p_y = 1/a_y = 1/3$

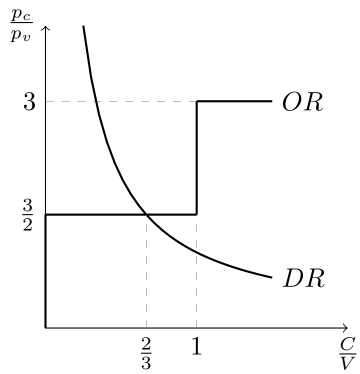


Figura 7: Mercado relativo de bienes

4) si $\frac{p_c}{p_v} = \frac{3}{2}$ el país local continuará especializado en la producción de C mientra que ahora, el extranjero es indiferente entre producir C o V, de esta forma la oferta relativa variará entre el punto donde los países están especializados ($C = \frac{t_L}{a_c} = 10$, $C^* = 0$, $V = 0$ y $V^* = \frac{t_E}{a_v{}^*} = 10$) hasta que el punto donde el extranjero cambia toda su producción de V por C ($C = \frac{t_L}{a_c} = 10$, $C^* = \frac{t_E}{a_c{}^*} = \frac{10}{3}$ y $V = V^* = 0$, por lo tanto:

$$\left(\frac{C}{V}\right)^o \in [1, \infty)$$

En resumen:

$$\left(\frac{C}{V}\right)^o = \begin{cases} 0, & \frac{p_c}{p_v} < \frac{3}{2} \\ [0,1]\,, & \frac{p_c}{p_v} = \frac{3}{2} \\ 1, & \frac{3}{2} < \frac{p_c}{p_v} < 3 \\ [1,\infty)\,, & \frac{p_c}{p_v} = 3 \end{cases}$$

En el equilibrio se debe cumplir que:

$$\left(\frac{C}{V}\right)^o = \left(\frac{C}{V}\right)^d \tag{2}$$

La figura 7 muestra una representación gráfica de este equilibrio. Note que en este caso los precios de equilibrio son $\frac{p_c}{p_v} = \frac{3}{2}$ en este sentido la demanda relativa de equilibrio será $\frac{2}{3}$

c) ¿Ganan ambos países con el comercio?

NO. En este caso solo el país extranjero gana con el libre comercio, mientras que el país local se encuentra igual que en autarquía, dado que:

$$\frac{a_c}{a_v} = \left(\frac{p_c}{p_v}\right)^{eq} < \frac{a_c^*}{a_v^*}$$

d) ¿Que sucede con las ganancias del comercio si la cantidad de trabajo en el extranjero crece a $t_E = 60$? ¿Cual es el mínimo valor de t_E tal que las ganancias locales de comercio son máximas?

En este caso si la cantidad de trabajo en el extranjero crece a $t_E = 60$ entonces:

1) si $\frac{p_c}{p_v} < \frac{3}{2}$ no existen incentivos para producir C en los países puesto que $\frac{p_c}{p_v} < \frac{a_c}{a_v} < \frac{a_c{}^*}{a_v{}^*}$, de esta forma $C = C^* = 0$, $V = \frac{t_L}{a_v} = 15$ y $V^* = \frac{t_E}{a_v{}^*} = 20$, por lo tanto:

$$\left(\frac{C}{V}\right)^o = 0$$

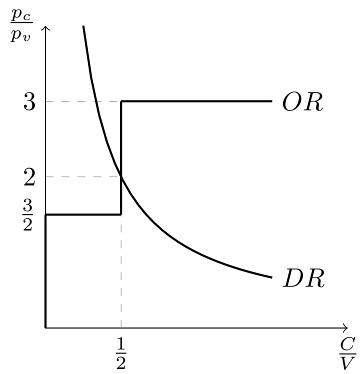


Figura 8: Mercado relativo de bienes

2) si $\frac{p_c}{p_v} = \frac{3}{2}$ entonces el país local será indiferente entre producir C o V, mientras que el extranjero sigue especializado en la producción de V puesto que $\frac{p_c}{p_v} = \frac{a_c}{a_v} < \frac{a_c{}^*}{a_v{}^*}$, de esta forma la oferta relativa variará entre los puntos donde ambos países solo producen V ($C = C^* = 0$, $V = \frac{t_L}{a_v} = 15$ y $V^* = \frac{t_E}{a_v{}^*} = 20$) hasta el punto donde el local ha cambiado toda su producción de V por C ($C = \frac{t_L}{a_c} = 10$, $C^* = 0$, $V = 0$ y $V^* = \frac{t_E}{a_v{}^*} = 20$), por lo tanto:

$$\left(\frac{C}{V}\right)^o \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$$

3) si $\frac{3}{2} < \frac{p_c}{p_v} < 3$ entonces existirán suficientes incentivos para que el país local se especialice en la producción de C y el extranjero en la producción de V puesto que $\frac{a_c}{a_v} < \frac{p_c}{p_v} < \frac{a_c{}^*}{a_v{}^*}$, de esta forma $C = \frac{t_L}{a_c} = 10$, $C^* = 0$, $V = 0$ y $V^* = \frac{t_E}{a_v{}^*} = 20$, por lo tanto:

$$\left(\frac{C}{V}\right)^o = \frac{1}{2}$$

4) si $\frac{p_c}{p_v} = \frac{3}{2}$ el país local continuará especializado en la producción de C mientra que ahora, el extranjero es indiferente entre producir C o V, de esta forma la oferta relativa variará entre el punto donde los países están especializados ($C = \frac{t_L}{a_c} = 10$, $C^* = 0$, $V = 0$ y $V^* = \frac{t_E}{a_v{}^*} = 20$) hasta que el punto donde el extranjero cambia toda su producción de V por C ($C = \frac{t_L}{a_c} = 10$, $C^* = \frac{t_E}{a_c{}^*} = \frac{20}{3}$ y $V = V^* = 0$, por lo tanto:

$$\left(\frac{C}{V}\right)^o \in \left[\frac{1}{2}, \infty\right)$$

En resumen:

$$\left(\frac{C}{V}\right)^o = \begin{cases} 0, & \frac{p_c}{p_v} < \frac{3}{2} \\ \left[0, \frac{1}{2}\right], & \frac{p_c}{p_v} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2}, & \frac{3}{2} < \frac{p_c}{p_v} < 3 \\ \left[\frac{1}{2}, \infty\right), & \frac{p_c}{p_v} = 3 \end{cases}$$

En el equilibrio se debe cumplir que:

$$\left(\frac{C}{V}\right)^o = \left(\frac{C}{V}\right)^d \tag{3}$$

La figura 8 muestra una representación gráfica de este equilibrio. Note que en este caso la demanda relativa es $\frac{1}{2}$ en este sentido los precios relativos de equilibrio son $\frac{p_c}{p_v} = 2$. En este caso ambos países ganan con el libre comercio dado que:

$$\frac{a_c}{a_v} < \left(\frac{p_c}{p_v}\right)^{eq} < \frac{a_c^*}{a_v^*}$$

Para que el país local gane estrictamente con el libre comercio se debe cumplir que $\frac{p_c}{p_v} > \frac{3}{2}$, tomando en cuenta la demanda relativa entonces:

$$\frac{1}{\frac{C}{V}} > \frac{3}{2}$$

Tomando en cuenta que la oferta relativa en la zona de especialización es:

$$\frac{C}{V} = \frac{t_L/a_c}{t_E/a_v^*} = \frac{30}{t_E}$$

Reemplazando:

$$\frac{1}{\frac{30}{t_E}} > \frac{3}{2}$$

Por lo tanto para que el local gane estrictamente con el libre comercio se debe cumplir que $t_E > 45$.

7. Balassa-Samuelson. En el mundo existen dos países (D y E) y tres bienes (Q, V, y S). Mientras que Q y V son bienes transables, el bien S es no transable. Suponga que los requerimientos por unidad de producto vienen dados por:

	Q	V	S
D	6	9	2
E	12	12	2

Si las preferencias de ambos países vienen representadas por la misma función de utilidad $U = QVS^2$ y las dotaciones de trabajo son $L^D = 1200$ y $L^E = 6000$

a) Halle el precio relativo de equilibrio de los transables (p_Q/p_V) y el salario relativo de equilibrio (w^D/w^E). Halle el precio relativo de los no transables (p_S^D/p_S^D).

Para hallar el precio relativo de equilibrio de los bienes transables se pueden igualar la oferta y demanda relativa para los mismos:

- Demanda Relativa:
  Tomando en cuenta que las CPOs del problema de maximización del individuo representativo $max\,[U(x)]$ $s.a.$ $px < wL$ están dadas por $Umg_i - \lambda p_i = 0$, $\forall i \in \{Q, V, S\}$, entonces el ratio para los bienes V y S esta dado por:

$$\frac{Umg_V}{Umg_Q} = \frac{p_V}{p_Q} \Longrightarrow \frac{QS^2}{VS^2} = \frac{p_V}{p_Q} \Longrightarrow \left(\frac{Q}{V}\right)^d = \frac{1}{p_Q/p_V}$$

- Oferta Relativa:
  Para hallar la oferta relativa de Q (Q/V) se debe tener en cuenta que el país local tiene una ventaja comparativa en la producción de este bien ya que $a_Q^D/a_V^D < a_Q^E/a_V^E$, por lo tanto se tiene que:

$$\left(\frac{Q}{V}\right)^o = \begin{cases} 0, & \frac{p_Q}{p_V} < \frac{2}{3} \\ \left[0, \frac{2}{5}\right], & \frac{p_Q}{p_V} = \frac{2}{3} \\ \frac{2}{5}, & \frac{2}{3} < \frac{p_Q}{p_V} < 1 \\ \left[\frac{2}{5}, \infty\right), & \frac{p_Q}{p_V} = 1 \end{cases}$$

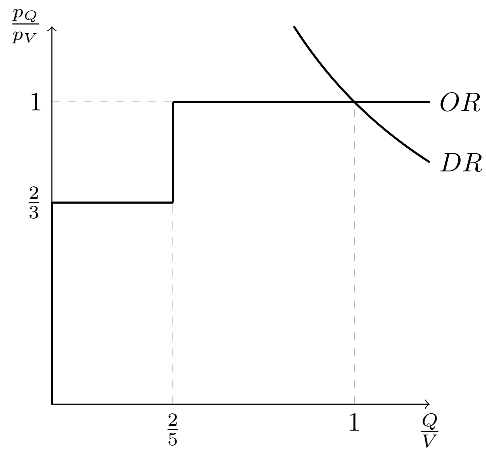


Figura 9: Mercado relativo de bienes

- Equilibrio
  Note que si el precio relativo de equilibrio p_Q/p_V es 1, entonces la demanda relativa Q/V también será 1. Ademas precios inferiores implicarían demandas mayores que no cubriría la oferta, por tanto el precio relativo de equilibrio es: $p_Q/p_V = 1$. La figura 9 muestra una representación gráfica del equilibrio.

En este caso el país local se especializará en la producción de Q mientras que el extranjero producirá ambos bienes, por tanto debe ser cierto que:

$$\frac{w^D}{w^E} = \frac{\frac{p_Q}{a_Q^D}}{\frac{p_V}{a_V^E}} = \frac{\frac{p_Q}{a_Q^D}}{\frac{p_Q}{a_Q^E}} = 2$$

Dado que los transables se producen en ambos países entonces:

$$\frac{w^D}{w^E} = \frac{\frac{p_S^D}{a_S^D}}{\frac{p_S^E}{a_S^E}} \Longrightarrow \frac{p_S^D}{p_S^E} = 2$$

b) Designe como numerario el precio w^E. Halle el precio p_S^D.

$$w^E = 1 \Longrightarrow \frac{p_S^E}{a_S^E} = 1 \Longrightarrow p_S^E = 2 \Longrightarrow p_S^D = 4$$

c) Suponga que los requerimientos de Q en el país D se reducen a 3. Halle el nuevo precio (w^D/w^E) de equilibrio. Suponga nuevamente que $w^E = 1$. Halle el nuevo precio p_S^D. Concluya.

Para hallar el precio relativo de equilibrio de los bienes transables se pueden igualar la oferta y demanda relativa para los mismos:

- Demanda Relativa:
  Tomando en cuenta que las CPOs del problema de maximización del individuo representativo $max\,[U(x)]\ s.a.\ px < wL$ están dadas por $Umg_i - \lambda p_i = 0$, $\forall i \in \{Q, V, S\}$, entonces el ratio para los bienes V y S esta dado por:

$$\frac{Umg_V}{Umg_Q} = \frac{p_V}{p_Q} \Longrightarrow \frac{QS^2}{VS^2} = \frac{p_V}{p_Q} \Longrightarrow \left(\frac{Q}{V}\right)^d = \frac{1}{p_Q/p_V}$$

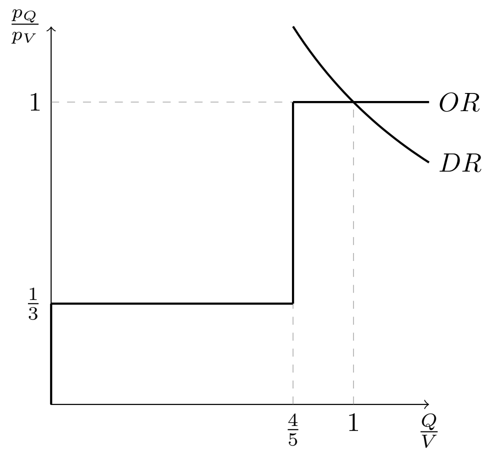


Figura 10: Mercado relativo de bienes

- Oferta Relativa:
  Para hallar la oferta relativa de Q (Q/V) se debe tener en cuenta que el país local tiene una ventaja comparativa en la producción de este bien ya que $a_Q^D/a_V^D < a_Q^E/a_V^E$, por lo tanto se tiene que:

$$\left(\frac{Q}{V}\right)^o = \begin{cases} 0, & \frac{p_Q}{p_V} < \frac{1}{3} \\ \left[0, \frac{4}{5}\right], & \frac{p_Q}{p_V} = \frac{1}{3} \\ \frac{4}{5}, & \frac{1}{3} < \frac{p_Q}{p_V} < 1 \\ \left[\frac{4}{5}, \infty\right), & \frac{p_Q}{p_V} = 1 \end{cases}$$

- Equilibrio
  Note que si el precio relativo de equilibrio p_Q/p_V es 1, entonces la demanda relativa Q/V también será 1. Ademas precios inferiores implicarían demandas mayores que no cubriría la oferta, por tanto el precio relativo de equilibrio es: $p_Q/p_V = 1$. La figura 10 muestra una representación gráfica del equilibrio.

En este caso el país local se especializará en la producción de Q mientras que el extranjero producirá ambos bienes, por tanto debe ser cierto que:

$$\frac{w^D}{w^E} = \frac{\frac{p_Q}{a_Q^D}}{\frac{p_V}{a_V^E}} = \frac{\frac{p_Q}{a_Q^D}}{\frac{p_Q}{a_Q^E}} = 4$$

Dado que los transables se producen en ambos países entonces:

$$\frac{w^D}{w^E} = \frac{\frac{p_S^D}{a_S^D}}{\frac{p_S^E}{a_S^E}} \Longrightarrow \frac{p_S^D}{p_S^E} = 4$$

Si el salario del extranjero es numerario $w^E = 1$.

$$w^E = 1 \Longrightarrow \frac{p_S^E}{a_S^E} = 1 \Longrightarrow p_S^E = 2 \Longrightarrow p_S^D = 8$$

Note que a medida que aumenta la productividad del país domestico, el precio interno del bien no transable aumente, es decir que el precio de este bien no lo determina su misma productividad, sino que es determinado por la productividad de los bienes transables.

8. Suponga que la función de utilidad para el país local y el extranjero viene dada por $u(A,B,C) = ABC$, el stock de trabajo de cada país es $\bar{L} = 100$ y $\bar{L}^* = 600$, y los requerimientos de trabajo por unidad de producto vienen dados por:

	A	B	C
Local	3	6	12
Extranjero	12	12	9

   a) Halle matemáticamente las funciones de oferta y demanda relativas de trabajo. En una economía como la descrita, la oferta relativa de trabajo $(\frac{L}{L^*})^o$ es fija y equivale a las dotaciones relativas de trabajo para los países, es decir:

$$\left(\frac{L}{L^*}\right)^o = \frac{\bar{L}}{\bar{L}^*} = \frac{100}{600} = \frac{1}{6}$$

De forma general la demanda relativa de trabajo $(\frac{L}{L^*})^d$ esta definida por la función:

$$\left(\frac{L}{L^*}\right)^d = \frac{\delta}{1-\delta}\frac{1}{w/w^*}$$

Donde δ representa la propensión marginal mundial a consumir[5] bienes producidos localmente. Con los datos suministrados obtenemos que:

$$\frac{{a_A}^*}{a_A} = 4$$
$$\frac{{a_B}^*}{a_B} = 2$$
$$\frac{{a_C}^*}{a_C} = \frac{3}{4}$$

De esta forma si:

1) $\frac{w}{w^*} > 4$ no habrá incentivos para que la producción de alguno de los bienes se haga localmente puesto que $\frac{w}{w^*} > \frac{{a_A}^*}{a_A} > \frac{{a_B}^*}{a_B} > \frac{{a_C}^*}{a_C}$. Si no se producen bienes localmente $\delta = 0$, por tanto:

$$\left(\frac{L}{L^*}\right)^d = 0$$

2) $\frac{w}{w^*} = 4$ la producción de A se puede hacer indiferentemente en el país local o en el extranjero, mientras que B y C se siguen produciendo solo en el extranjero puesto que $\frac{w}{w^*} = \frac{{a_A}^*}{a_A} > \frac{{a_B}^*}{a_B} > \frac{{a_C}^*}{a_C}$. Si A puede ser producido en el país local, en el extranjero o en ambos, $0 \leq \delta \leq \frac{1}{3}$, por tanto:

$$\left(\frac{L}{L^*}\right)^d = \frac{\delta}{1-\delta}\frac{1}{4} \in \left[0, \frac{1}{8}\right]$$

3) $4 > \frac{w}{w^*} > 2$ existirán suficientes incentivos para que los países se especialicen, realizando toda la producción de A en el local y la de B y C en el extranjero puesto que $\frac{{a_A}^*}{a_A} > \frac{w}{w^*} > \frac{{a_B}^*}{a_B} > \frac{{a_C}^*}{a_C}$, en este sentido $\delta = \frac{1}{3}$, por tanto:

$$\left(\frac{L}{L^*}\right)^d = \frac{1}{2}\frac{1}{w/w^*} \in \left[\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right]$$

[5]La PMC se deriva de la función de utilidad de los individuos

4) $\frac{w}{w^*}=2$ el bien A será producido exclusivamente por el país local, la producción de B se puede realizar indiferentemente en el local o en el extranjero y el bien C será producido exclusivamente por el país extranjero puesto que $\frac{a_A{}^*}{a_A}>\frac{w}{w^*}=\frac{a_B{}^*}{a_B}>\frac{a_C{}^*}{a_C}$, así $\frac{1}{3}\leq\delta\leq\frac{2}{3}$, por lo tanto:

$$\left(\frac{L}{L^*}\right)^d=\frac{\delta}{1-\delta}\frac{1}{2}\in\left[\frac{1}{4},1\right]$$

5) $2>\frac{w}{w^*}>\frac{3}{4}$ existirán suficientes incentivos para que los países se especialicen, realizando toda la producción de A y de B en el local y C en el extranjero puesto que $\frac{a_A{}^*}{a_A}>\frac{a_B{}^*}{a_B}>\frac{w}{w^*}>\frac{a_C{}^*}{a_C}$, en este sentido $\delta=\frac{2}{3}$, por tanto:

$$\left(\frac{L}{L^*}\right)^d=2\frac{1}{w/w^*}\in\left[1,\frac{8}{3}\right]$$

6) $\frac{w}{w^*}=\frac{3}{4}$ el bien A y el bien B serán producidos exclusivamente por el país local, la producción de C se puede realizar indiferentemente en el local o en el extranjero $\frac{a_A{}^*}{a_A}>\frac{a_B{}^*}{a_B}>\frac{w}{w^*}=\frac{a_C{}^*}{a_C}$, así $\frac{2}{3}\leq\delta\leq 1$, por lo tanto:

$$\left(\frac{L}{L^*}\right)^d=\frac{\delta}{1-\delta}\frac{4}{3}\in\left[\frac{8}{3},\infty\right]$$

En resumen:

$$\left(\frac{L}{L^*}\right)^d=\begin{cases} 0, \ \frac{w}{w^*}>4 \\ [0,1/8]\,, \ \frac{w}{w^*}=4 \\ [1/8,1/4]\,, \ 4>\frac{w}{w^*}>2 \\ [1/4,1]\,, \ \frac{w}{w^*}=2 \\ [1,8/3]\,, \ 2>\frac{w}{w^*}>\frac{3}{4} \\ [8/3,\infty]\,, \ \frac{w}{w^*}=\frac{3}{4} \end{cases}$$

b) Halle el salario relativo de equilibrio.

En el equilibrio se debe cumplir que:

$$\left(\frac{L}{L^*}\right)^o=\left(\frac{L}{L^*}\right)^d$$

Por tanto:

$$\frac{1}{6}=\frac{1}{2}\frac{1}{w/w^*}{}^{6}$$

De donde se deriva que:

$$\frac{w}{w^*}=3$$

c) Realice un gráfico del equilibrio.

La figura 11 muestra el gráfico de este equilibrio.

2. El modelo de proporciones factoriales

1. Desarrollo del modelo:

[6]Note que este es el único sector donde $\left(\frac{L}{L^*}\right)^d=\frac{1}{6}$

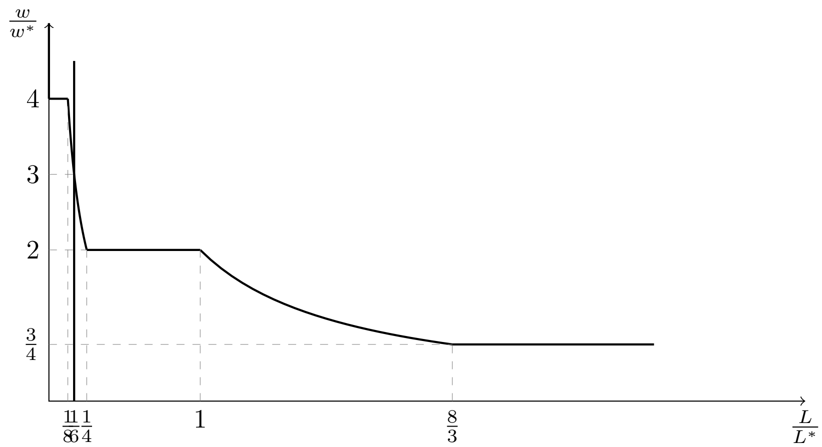


Figura 11: Mercado relativo de trabajo

a) Suponga que el consumidor representativo de la economía posee la siguiente función de utilidad: $U(x,y) = xy$. Encuentre la demanda relativa.

Cada consumidor resuelve el problema de maximización de utilidad:

$$max\,[U(x,y) = xy] \;\; s.a. \; p_x x + p_y y \leq w\bar{l} + r\bar{t}$$

Las demandas que maximizan la utilidad son:

$$x = \frac{w\bar{l} + r\bar{t}}{2p_x}$$
$$y = \frac{w\bar{l} + r\bar{t}}{2p_y}$$

Por lo tanto:

$$\frac{x}{y} = \frac{p_y}{p_x} \tag{4}$$

b) Si la empresa productora de x tiene la siguiente función de producción: $f(l_x, t_x) = l_x^{\frac{1}{4}} t_x^{\frac{3}{4}}$, y la empresa productora de y tiene la siguiente función de producción: $g(l_y, t_y) = l_y^{\frac{3}{4}} t_y^{\frac{1}{4}}$, ¿Qué bien es l intensivo y que bien es t intensivo?. Muestre lo hallado en un grafico.

Para la industria de x:

$$max\Pi_x = p_x x - wl_x - rt_x$$

Reemplazando la función de producción:

$$max\Pi_x = p_x l_x^{\frac{1}{4}} t_x^{\frac{3}{4}} - wl_x - rt_x$$

Por lo tanto las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial \Pi_x}{\partial l_x} = \frac{1}{4} p_x l_x^{-\frac{3}{4}} t_x^{\frac{3}{4}} - w = \frac{1}{4} p_x \frac{t_x^{\frac{3}{4}}}{l_x^{\frac{3}{4}}} \frac{l_x^{\frac{1}{4}}}{l_x^{\frac{1}{4}}} - w = \frac{1}{4} \frac{p_x x}{l_x} - w = 0 \Longrightarrow \frac{1}{4} \frac{x}{l_x} = \frac{w}{p_x} \tag{5}$$

$$\frac{\partial \Pi_x}{\partial t_x} = \frac{3}{4} p_x l_x^{\frac{1}{4}} t_x^{-\frac{1}{4}} - r = \frac{3}{4} p_x \frac{l_x^{\frac{1}{4}}}{t_x^{\frac{1}{4}}} \frac{t_x^{\frac{3}{4}}}{t_x^{\frac{3}{4}}} - r = \frac{3}{4} \frac{p_x x}{t_x} - r = 0 \Longrightarrow \frac{3}{4} \frac{x}{t_x} = \frac{r}{p_x} \tag{6}$$

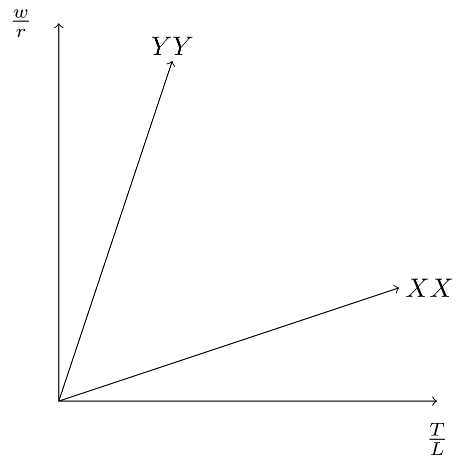


Figura 12: Intensidad relativa

Dividiendo (5) con (6) se obtiene que:

$$\frac{1}{3}\frac{t_x}{l_x} = \frac{w}{r} \tag{7}$$

Para la industria de y:

$$max\Pi_y = p_y y - wl_y - rt_y$$

Reemplazando la función de producción:

$$max\Pi_y = p_y l_y^{\frac{3}{4}} t_y^{\frac{1}{4}} - wl_y - rt_y$$

Por lo tanto las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial \Pi_y}{\partial l_y} = \frac{3}{4}p_y l_y^{-\frac{1}{4}} t_y^{\frac{1}{4}} - w = \frac{3}{4}p_y \frac{t_y^{\frac{1}{4}}}{l_y^{\frac{1}{4}}}\frac{l_y^{\frac{3}{4}}}{l_y^{\frac{3}{4}}} - w = \frac{3}{4}\frac{p_y y}{l_y} - w = 0 \Longrightarrow \frac{3}{4}\frac{y}{l_y} = \frac{w}{p_y} \tag{8}$$

$$\frac{\partial \Pi_y}{\partial t_y} = \frac{1}{4}p_y l_y^{\frac{3}{4}} t_y^{-\frac{3}{4}} - r = \frac{1}{4}p_y \frac{l_y^{\frac{3}{4}}}{t_x^{\frac{3}{4}}}\frac{t_y^{\frac{1}{4}}}{t_y^{\frac{1}{4}}} - r = \frac{1}{4}\frac{p_y y}{t_y} - r = 0 \Longrightarrow \frac{1}{4}\frac{y}{t_y} = \frac{r}{p_y} \tag{9}$$

Dividiendo (8) con (9) se obtiene que:

$$3\frac{t_y}{l_y} = \frac{w}{r} \tag{10}$$

De las ecuaciones (7) y (10) se puede deducir que el bien x es t intensivo y el bien y es l intensivo. El gráfico 12 representa dicha situación.

c) Si el equilibrio del mercado de trabajo y tierra exige que $l_x + l_y = \bar{l}$ y $t_x + t_y = \bar{t}$ respectivamente, halle las asignaciones de factores de la economía.

Dividiendo (5) con (8) se obtiene que:

$$\frac{1}{3}\frac{x}{y}\frac{l_y}{l_x} = \frac{p_y}{p_x}$$

Tomando en cuenta la demanda relativa (4):

$$\frac{1}{3}\frac{l_y}{l_x} = 1$$

Por tanto:

$$ly = 3l_x \tag{11}$$

Reemplazando (11) en la condición de equilibrio del mercado de trabajo:

$$l_x + l_y = \bar{l} \Longrightarrow l_x + 3l_x = \bar{l}$$

Despejando y usando nuevamente la condición (11) obtenemos:

$$l_x = \frac{1}{4}\bar{l} \tag{12}$$

$$l_y = \frac{3}{4}\bar{l} \tag{13}$$

Dividiendo (6) con (9) se obtiene que:

$$3\frac{x}{y}\frac{t_y}{t_x} = \frac{p_y}{p_x}$$

Tomando en cuenta la demanda relativa (4):

$$3\frac{t_y}{t_x} = 1$$

Por tanto:

$$3ty = t_x \tag{14}$$

Reemplazando (14) en la condición de equilibrio del mercado de trabajo:

$$t_x + t_y = \bar{t} \Longrightarrow 3t_y + t_y = \bar{t}$$

Despejando y usando nuevamente la condición (11) obtenemos:

$$t_x = \frac{3}{4}\bar{t} \tag{15}$$

$$t_y = \frac{1}{4}\bar{t} \tag{16}$$

d) Halle el precio relativo de los bienes ($\frac{p_x}{p_y}$), el precio relativo de los factores ($\frac{w}{r}$) y la relación existente entre ambos.
Tomando la demanda relativa (4) y reemplazando las funciones de producción se obtiene:

$$\frac{l_x^{\frac{1}{4}} t_x^{\frac{3}{4}}}{l_y^{\frac{3}{4}} t_y^{\frac{1}{4}}} = \frac{p_y}{p_x} \tag{17}$$

Reemplazando (12), (13), (15) y (16) en (17):

$$\frac{\left(\frac{1}{4}\bar{l}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{3}{4}\bar{t}\right)^{\frac{3}{4}}}{\left(\frac{3}{4}\bar{l}\right)^{\frac{3}{4}} \left(\frac{1}{4}\bar{t}\right)^{\frac{1}{4}}} = \frac{p_y}{p_x}$$

Simplificando:

$$\frac{p_y}{p_x} = \left(\frac{\bar{t}}{\bar{l}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{18}$$

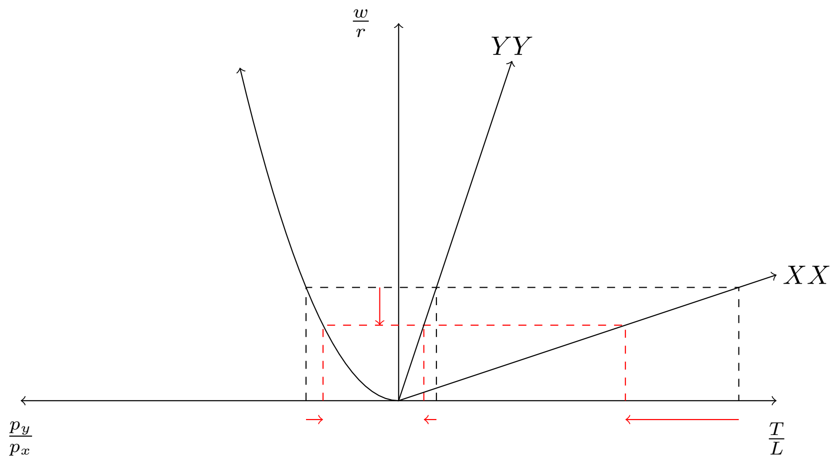


Figura 13: Teorema Stolper-Samuelson

Ahora, reemplazando (12) y (15) en (7) se obtiene:

$$\frac{1}{3}\frac{\frac{3}{4}\bar{t}}{\frac{1}{4}\bar{l}} = \frac{w}{r}$$

Simplificando:

$$\frac{w}{r} = \frac{\bar{t}}{\bar{l}} \tag{19}$$

Asociando (18) y (19):

$$\frac{w}{r} = \left(\frac{p_y}{p_x}\right)^2 \tag{20}$$

e) ¿Qué sucede con el precio relativo w/r si cae py/px? ¿Qué sucede con la relación tx/lx y la relación ty/ly? ¿Qué sucede con el salario real en términos del bien x y del bien y? ¿Que teorema acaba de verificar?

Note que si los precios relativos py/px caen, entonces la relación w/r también cae (20), esto implica que ahora los trabajadores son mas baratos relativamente respecto a la tierra, por lo tanto los productores usarán mas trabajo y menos tierra, generando que el ratio tierra-trabajo tanto para la industria de x (t_x/l_x) como para la industria de y (t_y/l_y) caigan (7)(10). Como ahora se usa mas trabajo, la productividad marginal del mismo desciende, dado esto, el salario relativo en términos de x (w/p_x) y en términos de y (w/p_y) también disminuyen (5)(8). La figura (13) muestra una representación gráfica de esta situación, conocida como el *teorema de Stolper-Samuelson*.

f) Halle la oferta relativa.

De (5), (6), (8) y (9) se despejan los insumos:

$$l_x = \frac{1}{4}\frac{p_x x}{w} \tag{21}$$

$$t_x = \frac{3}{4}\frac{p_x x}{r} \tag{22}$$

$$l_y = \frac{3}{4}\frac{p_y y}{w} \tag{23}$$

$$t_y = \frac{1}{4}\frac{p_y y}{r} \tag{24}$$

Reemplazando (21) y (23) en la condición de equilibrio del mercado del trabajo:

$$l_x + l_y = \bar{l} \Longrightarrow \frac{1}{4}\frac{p_x x}{w} + \frac{3}{4}\frac{p_y y}{w} = \bar{l} \Longrightarrow p_x x + 3p_y y = 4w\bar{l} \tag{25}$$

Reemplazando (22) y (24) en la condición de equilibrio del mercado de la tierra:

$$t_x + t_y = \bar{t} \Longrightarrow \frac{3}{4}\frac{p_x x}{r} + \frac{1}{4}\frac{p_y y}{r} = \bar{t} \Longrightarrow 3p_x x + p_y y = 4r\bar{t} \tag{26}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones para (25) y (26), se halla que:

$$p_x x = \frac{3}{2}r\bar{t} - \frac{1}{2}w\bar{l} \tag{27}$$

$$p_y y = \frac{3}{2}w\bar{l} - \frac{1}{2}r\bar{t} \tag{28}$$

Note que a partir de los resultados (27) y (28) se puede verificar el *teorema de Rybczynski*: A precios p_x y p_y constantes, un aumento en la cantidad de tierra ($\bar{t}$) implica que la producción del bien x *tierra intensivo* aumente en detrimento de la producción del bien y *trabajo intensivo*. Caso contrario cuando aumenta la cantidad de trabajo ($\bar{l}$).
Dividiendo (27) y (28) se deriva que:

$$\frac{p_x x}{p_y y} = \frac{\frac{3}{2}r\bar{t} - \frac{1}{2}w\bar{l}}{\frac{3}{2}w\bar{l} - \frac{1}{2}r\bar{t}} \Longrightarrow \frac{x}{y} = \frac{p_y}{p_x}\frac{3\bar{t} - \frac{w}{r}\bar{l}}{3\frac{w}{r}\bar{l} - \bar{t}} \tag{29}$$

Reemplazando (20) en (29) se obtiene la *oferta relativa*:

$$\frac{x}{y} = \frac{p_y}{p_x}\frac{3\bar{t} - \left(\frac{p_y}{p_x}\right)^2\bar{l}}{3\left(\frac{p_y}{p_x}\right)^2\bar{l} - \bar{t}}$$

2. En un gráfico de ***caja de Edgeworth*** represente el bien X trabajo intensivo y el bien Y capital intensivo. Muestre en ese mismo gráfico cuál es el efecto de un aumento de la cantidad de trabajo sobre la asignación de recursos de la economía asumiendo precios relativos constantes. Muestre el efecto sobre las cantidades producidas en un gráfico de ***frontera de posibilidades de producción***.

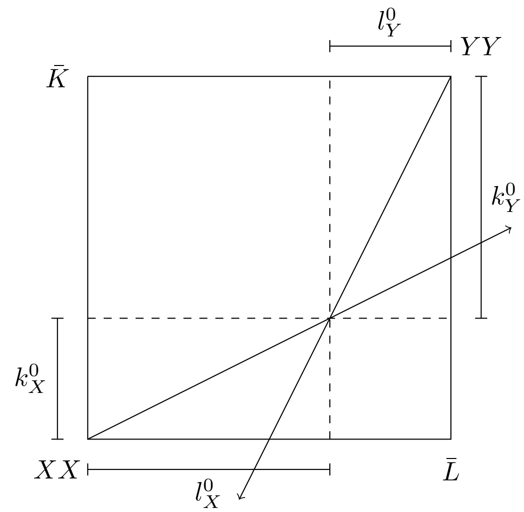
   Teorema 1. *(Rybczynski, 1955): En una economía donde no existe reversión en la intensidad factorial y no existe especialización, un aumento de la dotación de un factor (por ejemplo la cantidad de trabajo) dados unos precios relativos fijos reduce la producción del bien que no lo utiliza intensivamente y aumenta mas que proporcionalmente la producción del bien que lo usa intensivamente.*

   Note que en la *Caja de Edgeworth* (figura 14) de esta economía, la asignación de recursos para x, el bien *trabajo intensivo*, aumenta cuando la cantidad de trabajo disponible en la economía ($\bar{L}$) aumenta, mientras que la asignación de recursos para y, el bien *capital intensivo*, cae.

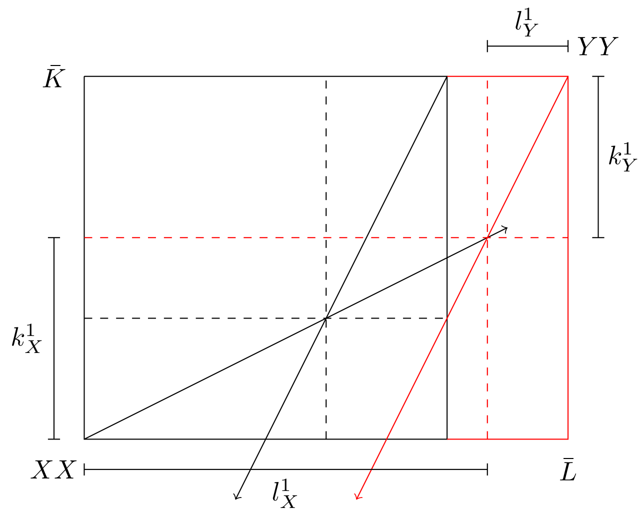
   El crecimiento de la cantidad total de trabajo ($\bar{L}$) se refleja en el aumento de las posibilidades de producción tanto para el bien x como para el bien y, sin embargo el crecimiento es sesgado hacia el bien *trabajo intensivo* (x). En la FPP (figura 15) se puede observar que si los precios se mantienen constantes, este crecimiento implica un aumento en la cantidad producida de x en detrimento de la cantidad producida de y.

3. Suponga una economía en autarquía con las siguientes características:

   - Función de utilidad del consumidor representativo: $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$



(a) Situación inicial de la economía



(b) Aumenta la cantidad de trabajo

Figura 14: Caja de Edgeworth de insumos

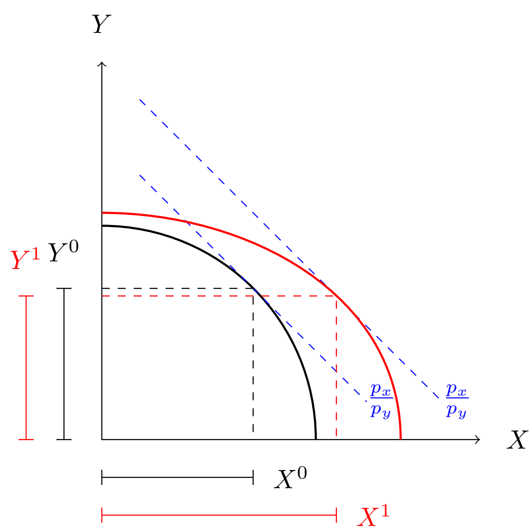
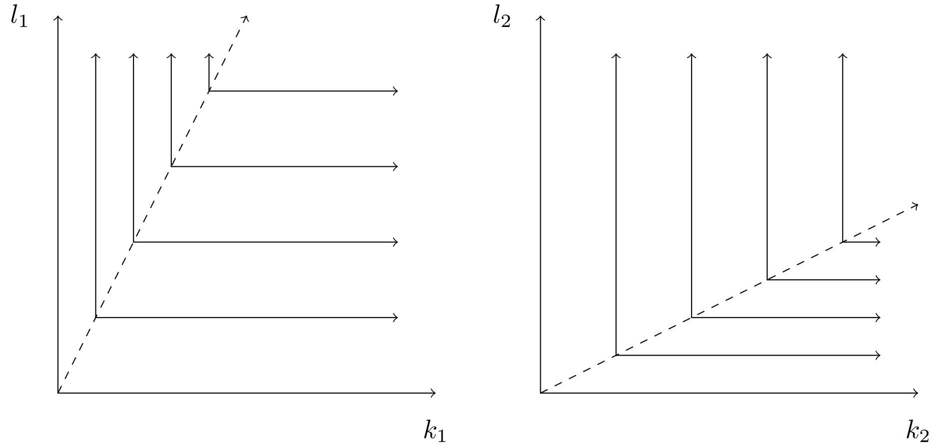


Figura 15: Frontera de posibilidades de producción



(a) Bien x_1

(b) Bien x_2

Figura 16: Tecnologías de producción

- Funciones de producción: $x_1 = f(k_1, l_1) = min\left[k_1, \frac{l_1}{2}\right]$; $x_2 = f(k_2, l_2) = min\left[\frac{k_2}{2}, l_2\right]$
- Dotación de recursos: $\bar{k} = 16$; $\bar{l} = 14$

a) Halle las funciones de demanda de cada bien y la función de demanda relativa.
Cada consumidor resuelve el problema de maximización de utilidad:

$$max\,[U(x_1, x_2) = x_1 x_2] \;\; s.a. \; p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq w\bar{l} + r\bar{k}$$

Las demandas que maximizan la utilidad son:

$$x_1 = \frac{w\bar{l} + r\bar{k}}{2p_1}$$
$$x_2 = \frac{w\bar{l} + r\bar{k}}{2p_2}$$

Por lo tanto:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{p_2}{p_1}$$

b) ¿Qué bien es capital intensivo y qué bien es trabajo intensivo? Realice un gráfico de las isocuantas.
Note que las funciones de producción descritas representan tecnologías que usan proporciones fijas de insumos, $k_1 = l_1/2$ para la producción del bien 1, y $k_2/2 = l_2$, la figura 16 muestra las isocuantas asociadas a dichas tecnologías. Con las proporciones derivamos que:

$$\frac{k_1}{l_1} = \frac{1}{2}$$
$$\frac{k_2}{l_2} = 2$$

Con lo cual podemos concluir que el bien x_1 es *trabajo intensivo* mientras que el bien x_2 es *capital intensivo.*

c) Halle las cantidades x_1 y x_2 de equilibrio. Suponga que todos los recursos se utilizan. Represente la frontera de posibilidades de producción.

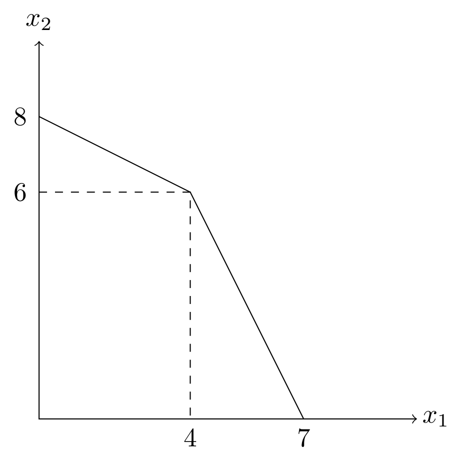


Figura 17: Frontera de posibilidades de producción

Si todos los recursos se utilizan:

$$l_1 + l_2 = 14$$
$$k_1 + k_2 = 16$$

Teniendo en cuenta que la empresa usa las proporciones fijas de insumos $k_1 = l_1/2$ y $k_2/2 = l_2$:

$$l_1 + l_2 = 14$$
$$\frac{l_1}{2} + 2l_2 = 16$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenemos que:

$$\begin{aligned} l_1 &= 8 \\ k_1 &= 4 \\ l_2 &= 6 \\ k_2 &= 12 \end{aligned}$$

Por lo tanto las cantidades producidas serán:

$$x_1 = f(4,8) = min\left[4, \frac{8}{2}\right] = 4$$
$$x_2 = f(12,6) = min\left[\frac{12}{2}, 6\right] = 6$$

d) Halle los precios relativos de equilibrio. Halle el salario y la renta real en términos de ambos bienes. Dado que la economía esta en autarquía las cantidades producidas, equivalen a las cantidades consumidas, por tanto:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Para hallar los salarios y rentas reales tomamos la función de beneficios de cada productor:

$$\Pi_1 = p_1x_1 - wl_1 - rk_1 \implies \Pi_1 = 4p_1 - 8w - 4r$$
$$\Pi_2 = p_2x_2 - wl_2 - rk_2 \implies \Pi_2 = 6p_2 - 6w - 12r$$

Dado que $\Pi_i = 0$, $\forall_i \in \{1,2\}$:

$$0 = p_1 x_1 - w l_1 - r k_1 \Longrightarrow p_1 = 2w + r$$
$$0 = p_2 x_2 - w l_2 - r k_2 \Longrightarrow p_2 = w + 2r$$

Dividiendo cada expresión por w y r:

$$\begin{aligned}
\frac{p_1}{w} &= 2 + \frac{r}{w} \\
\frac{p_2}{w} &= 1 + 2\frac{r}{w} \\
\frac{p_1}{r} &= 2\frac{w}{r} + 1 \\
\frac{p_2}{r} &= \frac{w}{r} + 2
\end{aligned}$$

Dividiendo de estas expresiones las dos primeras:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{2 + \frac{r}{w}}{1 + 2\frac{r}{w}}$$

Dado que $p_1/p_2 = 3/2$ entonces:

$$\frac{3}{2} = \frac{2 + \frac{r}{w}}{1 + 2\frac{r}{w}} \Longrightarrow 3 + 6\frac{r}{w} = 4 + 2\frac{r}{w} \Longrightarrow \frac{r}{w} = \frac{1}{4}$$

Reemplazando:

$$\begin{aligned}
\frac{p_1}{w} = 2 + \frac{1}{4} \quad &\Longrightarrow \quad \frac{w}{p_1} = \frac{4}{9} \\
\frac{p_2}{w} = 1 + 2\frac{1}{4} \quad &\Longrightarrow \quad \frac{w}{p_2} = \frac{2}{3} \\
\frac{p_1}{r} = 2(4) + 1 \quad &\Longrightarrow \quad \frac{r}{p_1} = \frac{1}{9} \\
\frac{p_2}{r} = (4) + 2 \quad &\Longrightarrow \quad \frac{r}{p_2} = \frac{1}{6}
\end{aligned}$$