UNIVERSIDAD ICESI
Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

SUPLETORIO SEGUNDO PARCIAL CÁLCULO VARIAS VARIABLES
Octubre 29 de 2011
Nombre: ______________________________ **Código:** ________________

Instrucciones: Apague todo tipo de instrumento tecnológico no autorizado. **No** se responden preguntas que tengan que ver con el desarrollo del examen.

1. Sea $\gamma''(t) = (-3\cos t, -4\,\mathrm{sen}\, t) \quad t \in [0, 2\pi]$

   a) (8 %) Si $\gamma'(0) = (0, 4)$ y $\gamma(0) = (3, 0)$, determinar $\gamma(t)$.

   b) (6 %) Identifique y dibuje la curva representada por γ.

2. Sea $f(x, y) = (x^3 + y^3)^{1/3}$

   a) (12 %) Hallar $f_x(0, 0)$ y $f_y(0, 0)$.

   b) (10 %) Calcule la derivada direccional de f en $(0, 0)$ en la dirección de $\vec{u} = \hat{\imath} - \hat{\jmath}$.

3. *a*) (12 %) Dada la ecuación $xe^y + ye^z + 2\ln x = 2 + 3\ln 2$ que define a z como una función implícita de x e y. Determinar Z_x y Z_y.

   b) (16 %) Mostrar que si $H = f(x, y, z)$, con $x = u - v$, $y = v - w$ y $z = w - u$ entonces $\dfrac{\partial H}{\partial u} + \dfrac{\partial H}{\partial v} + \dfrac{\partial H}{\partial w} = 0$.

4. Complete la proposición para que sea verdadera. Justifique claramente su respuesta.

   i) (8 %) Si $f(x, y) = \dfrac{2y}{2x^2 + y^2 - 1}$, la curva de nivel en $c = 1$ es una __________ con centro en ________ y ecuación ______________.

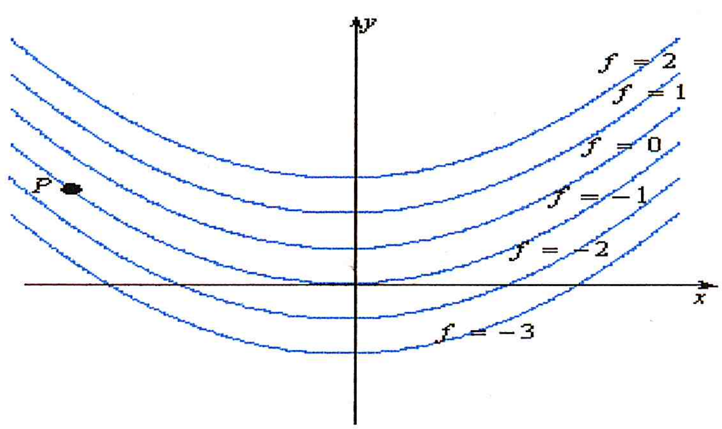
   ii) (8 %) Si $f(x, y) = \ln\sqrt{x^2 + y^2}$, entonces $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} =$________.

   iii) (8 %) Si f es diferenciable en (a, b) y $D_{\mathbf{u}}f(a, b) = k$, entonces $-D_{-\mathbf{u}}f(a, b) =$________.

   Responda *falso* o *verdadero*. En caso verdadero realice una demostración que argumente su afirmación, si es falso de un contraejemplo.

   iv) (8 %) Si $f(x, y) = x^2 - 4x + y^2$ es posible que exista una dirección $\vec{u}$ tal que $D_{\vec{u}}f(\frac{3}{2}, 1) = 5$.

5. (8 %) Algunas curvas de nivel de una función $z = f(x, y)$ se muestran en la siguiente figura:



   a) Dibuje la dirección de máximo crecimiento de f en el punto P.

   b) Ubique otro punto Q y dibuje desde dicho punto la dirección de decrecimiento más rápido de la función.