

SUPLETORIO EXAMEN FINAL  
CALCULO EN VARIAS VARIABLES  
GRUPO 4 (M - V)

Profesor: Luis Fernando Azcárate Mesa  
Mayo 23 de 2009

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ CÓDIGO: \_\_\_\_\_

SE CALIFICA SOBRE 100 PUNTOS

1.
  - a. (15 Puntos) Use integración para encontrar la serie de Maclaurin de  $f(x) = \text{ArcTan}(x)$  y use los primeros cuatro términos de la serie para aproximar el valor de  $\text{ArcTan}\left(\frac{1}{3}\right)$ .
  - b. (10 Puntos) Use una serie de potencias para aproximar el valor de la integral  $\int_0^1 e^{-x^2} dx$  con un error menor que 0.001.
2. (15 Puntos) Cuando  $t = 0$ , un objeto está en el punto  $(3, 0)$  y tiene un vector velocidad  $\vec{v}(0) = 2\mathbf{j}$ . Si el objeto se mueve con aceleración  $\vec{a}(t) = -3\text{Cost}\mathbf{i} - 2\text{Sent}\mathbf{j}$ . Determine la función posición del objeto y dibuje la trayectoria que describe.
3. (18 Puntos) Considera la función  $f(x, y) = \sqrt{4x^2 + y^2}$ .
  - a. Identifique y dibuje el dominio de la función  $f$ . Construya la gráfica de  $f$ .
  - b. Dibuje la curva de nivel para  $k = 2$  y use las propiedades del gradiente para hallar la ecuación de la recta tangente a ésta curva en el punto  $\left(\frac{1}{2}, -\sqrt{2}\right)$ .
  - c. Halle la derivada direccional de la función  $f$  en el punto  $P(1, 1)$ , en dirección del vector  $\vec{v} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$ .
4.
  - a. (10 Puntos) Considere la función  $w = f(x, y)$  para la cual  $x = r \text{Cos}\theta$ ,  $y = r \text{Sen}\theta$ . Muestre que
 
$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial r} \text{Sen}\theta + \frac{\partial w}{\partial \theta} \frac{\text{Cos}\theta}{r}$$
  - b. (12 Puntos) Determine la distancia mínima del punto  $(5, 5, 0)$  al paraboloide  $z = x^2 + y^2$ .
5.
  - a. (10 Puntos) Utilice coordenadas polares para evaluar la integral iterada  $\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} (x^2 + y^2)^2 dy dx$ .
  - b. (10 Puntos) Cambie el orden de integración a  $dx dy dz$  para la integral iterada  $\int_0^2 \int_{2x}^4 \int_0^{\sqrt{y^2-4x^2}} dz dy dx$ .
  - c. (10 Puntos) Use coordenadas cilíndricas para evaluar la integral  $\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^2 (x^2 + y^2) dz dy dx$ .