

SUPLETORIO EXAMEN FINAL
CALCULO EN VARIAS VARIABLES
GRUPO 4 (M - V)

Profesor: Luis Fernando Azcárate Mesa
Mayo 23 de 2009

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: _____ CÓDIGO: _____

SE CALIFICA SOBRE 100 PUNTOS

1.
 - a. (15 Puntos) Use integración para encontrar la serie de Maclaurin de $f(x) = \text{ArcTan}(x)$ y use los primeros cuatro términos de la serie para aproximar el valor de $\text{ArcTan}\left(\frac{1}{3}\right)$.
 - b. (10 Puntos) Use una serie de potencias para aproximar el valor de la integral $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ con un error menor que 0.001.
2. (15 Puntos) Cuando $t = 0$, un objeto está en el punto $(3, 0)$ y tiene un vector velocidad $\vec{v}(0) = 2\mathbf{j}$. Si el objeto se mueve con aceleración $\vec{a}(t) = -3\text{Cost}\mathbf{i} - 2\text{Sent}\mathbf{j}$. Determine la función posición del objeto y dibuje la trayectoria que describe.
3. (18 Puntos) Considera la función $f(x, y) = \sqrt{4x^2 + y^2}$.
 - a. Identifique y dibuje el dominio de la función f . Construya la gráfica de f .
 - b. Dibuje la curva de nivel para $k = 2$ y use las propiedades del gradiente para hallar la ecuación de la recta tangente a ésta curva en el punto $\left(\frac{1}{2}, -\sqrt{2}\right)$.
 - c. Halle la derivada direccional de la función f en el punto $P(1, 1)$, en dirección del vector $\vec{v} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$.
4.
 - a. (10 Puntos) Considere la función $w = f(x, y)$ para la cual $x = r \text{Cos}\theta$, $y = r \text{Sen}\theta$. Muestre que

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial r} \text{Sen}\theta + \frac{\partial w}{\partial \theta} \frac{\text{Cos}\theta}{r}$$
 - b. (12 Puntos) Determine la distancia mínima del punto $(5, 5, 0)$ al paraboloides $z = x^2 + y^2$.
5.
 - a. (10 Puntos) Utilice coordenadas polares para evaluar la integral iterada $\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} (x^2 + y^2)^2 dy dx$.
 - b. (10 Puntos) Cambie el orden de integración a $dx dy dz$ para la integral iterada $\int_0^2 \int_{2x}^4 \int_0^{\sqrt{y^2-4x^2}} dz dy dx$.
 - c. (10 Puntos) Use coordenadas cilíndricas para evaluar la integral $\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^2 (x^2 + y^2) dz dy dx$.