UNIVERSIDAD ICESI

Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

CURSO: Álgebra y funciones 2010-1

Listado de ejercicios No. 1 (Preparado por el profesor Jorge A. Martínez)

Operaciones con fracciones aritméticas. Propiedades de los números reales.

1. Simplifique cada expresión hasta obtener como resultado una fracción p/q :

a. $\frac{-5}{48}-\frac{8}{36}+\frac{-3}{12}$

b. $\frac{-10}{-2}-\frac{2}{-5}-\frac{4}{24}+\frac{23}{8}$

c. $\left(\frac{-1}{3}+3-\frac{2}{5}\right).\left(2+\frac{-1}{10}\right)$

d. $\left(\frac{5}{-7}+2-\frac{1}{6}\right)\div\left(\frac{2}{4}-3\left[\frac{3}{4}-5\right]+2\right)$

e. $$\frac{\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\left(\frac{2}{5}-\frac{6}{10}\right)\div\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{4}\right)}{\frac{3}{-2}-\frac{2}{9}\left[1-\frac{3}{5}\left(2+\frac{-3}{5}\right)-4\right]}$$

f. $$\frac{\frac{3}{-7}+\left[\frac{1}{5}+5\right]^{-2}}{\left(\frac{3}{8}-\frac{1}{5}\right)^{-3}\div 2\left(\frac{1}{4}-5\right)^{-1}}$$

g. $$\frac{\frac{3}{2}+\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}-\left[\frac{\frac{8}{3}}{8}-\frac{7}{3}+3\right]^{-7}}{\left(\frac{\frac{4}{9}}{9}-\frac{85}{81}\right)^{-3}\div\frac{1}{2}\left(\frac{\frac{7}{6}}{\frac{-7}{6}}-2+4\right)^{-6}}$$

h. $$\frac{\frac{-1}{-1}-\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right]^{-2}}{\left(\frac{1}{8}-\frac{9}{8}\right)^{-4}\div\left(\frac{-6}{17}-\frac{11}{17}\right)^{-2}}$$

2. Sean **Q** el conjunto de los números racionales e **I** el conjunto de los números irracionales. Califique como verdadera o como falsa cada afirmación siguiente. Justifique las respuestas de “falsa”.

a. **Q** es un subconjunto de **I**

b. La suma de dos números irracionales es siempre un número irracional

c. El producto pq de un racional p, por un irracional q es siempre un número irracional.

d. **Q** e **I** no tienen ningún elemento en común.

e. 2, 333333..... es un número irracional.
f. Todo número real o es racional, o es irracional.
g. π , $\sqrt{2}$, $\sqrt{9}$ son números irracionales.

h. La igualdad $\frac{p}{q}+\frac{r}{s}=\frac{ps+qr}{qs}$, permite asegurar que la suma de racionales es un racional.

3. En cada afirmación siguiente a y b representan números reales. Califique como verdadera o como falsa cada afirmación. Justifique su respuesta en cada caso.

a. Si $a < b$, entonces $a^2 < b^2$
b. Si $0 < a < 1$, entonces $a^2 < a$
c. Si $a < b$, entonces $-b < -a$
d. Si $a > 0$ y $b > 0$, entonces $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$
e. Si $a > 0$ y $b > 0$, entonces $\sqrt{(a+b)^2} = a + b$
f. Si a y b son reales cualesquiera , entonces $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$
g. $\frac{|x-3|}{x-3} = 1$ para todo valor de x >3 y solamente para tales valores de x.

4 Califique cada afirmación siguiente como verdadera o como falsa. No tiene que justificar la respuesta; solamente que como resultado del ejercicio reconozca, de memoria, propiedades de los números reales.

a. $a.0 = 0$
b. $a.(-b) = (-a).b = -(a.b)$
c. $(-a).(-b) = a.b$
d. $a.(b-c) = ab - ac$
e. Si $a < 0$ y $b < 0$, entonces $a.b > 0$
f. Si $a < 0$ y $b > 0$, entonces $ab < 0$
g. Si $a \neq 0$, entonces $a.a > 0$
h. Si $a > 0$ entonces $a^{-1} > 0$
i. Si $a < 0$ entonces $a^{-1} < 0$
j. $a.b = 0$ si y solamente si $a = 0$ ó $b = 0$
k. $\frac{a}{b} = 0$ si y solo si a = 0 y b $\neq$ 0, enseña que para que una fracción algebraica valga 0, debo hacer igual a 0 el numerador, y garantizar que el denominador no es 0.
l. Si $0 < a < b$, entonces $0 < \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$
m. Si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$
n. Si $c < 0$ y $a < b$, entonces $a.c > b.c$
o. Si $c > 0$ y $a < b$, entonces $a.c < b.c$

Escriba, como en el punto k, qué le enseñan los literales n y o anteriores. Dé por lo menos dos ejemplos para cada caso. Por lo menos en uno de ellos involucre números fraccionarios.