

Estudiante: _____ Código: _____

Responda claramente cada una de las siguientes preguntas. No se responden preguntas relacionadas con el desarrollo de ejercicios. No se permite el uso de aparatos electrónicos. **Tiempo:** 2 horas.

- [1,0pto] Demuestre los siguientes enunciados.
 - Sean m y c enteros tales que $\text{mcd}(m, c) = 1$. Si $d \in \mathbb{Z}$ es tal que $m|dc$, entonces $m|d$
 - Si $m > 0, a, b \in \mathbb{Z}$ son tales que $(c, m) = 1$ y $ac \equiv bc \pmod{m}$ entonces $a \equiv b \pmod{m}$.
- [1,0pto] Califique como falsa (F) o verdadera (V) los siguientes enunciados. *Justifique.*
 - La sucesión $a_n = n^2 4^n$ es solución de la relación de recurrencia $a_n = 8a_{n-1} - 16a_{n-2}$.
 - La solución general de la relación de recurrencia dada por $a_n = 8a_{n-2} - 16a_{n-4}$ es de la forma $a_n = \alpha_0 2^n + \alpha_1 n 2^n + \alpha_3 n^3 (2)^n + \alpha_4 (-2)^n$
- [1,0pto] Consideremos la sucesión S donde S_n denota el número de cadenas de longitud n formada solamente por 0's y 1's que no contienen la cadena 000. Encuentre una relación de recurrencia y condiciones iniciales para la sucesión $\{S_n\}$.
- [1,0pto] Use el algoritmo de la división para demostrar que el cuadrado de todo número entero es de la forma $4k$ ó $4k + 1$. (sugerencia: use algoritmo de la división con $d=4$)
- [1,0pto] Escribir un algoritmo recursivo para encontrar el máximo de una sucesión finita de números. Dar una prueba usando inducción matemática de que su algoritmo es correcto.