

EXAMEN FINAL DE CÁLCULO DIFERENCIAL – mayo 21 de 2013

INSTRUCCIONES

LEA ANTES DE CONTESTAR

- Escriba su respuesta con todos los pasos y justificaciones necesarios, recuerde que esta es una prueba de desarrollo.
- Escriba en forma ordenada y clara.
- DURANTE LA REALIZACION DE LA PRUEBA NO SE ADMITEN PREGUNTAS.
- NO SE PERMITE EL USO DEL CELULAR, BLACKBERRY, IPAD. ETC
- El examen tiene un puntaje total de 50 puntos

NOMBRE: _____ CODIGO: _____

PARTE 1.

1. Dada la función $f(x) = \frac{1}{x-1}$
 - (a) **(Valor 3 puntos)** Determine la derivada de la función usando la definición
 - (b) **(Valor 2 puntos)** Determine la pendiente de la recta tangente a la función dada en el punto $x = 2$
 - (c) **(Valor 2 puntos)** Halle la ecuación de la recta tangente a la función dada en el punto $x = 2$

2. Encuentre
 - (a) **(Valor 3 puntos)** $f'(x)$ si $f(x) = x^2 \ln(x^2 + 1)$
 - (b) **(Valor 3 puntos)** y'' si $y = (x^2 + 1)e^{-x}$
 - (c) **(Valor 3 puntos)** y' si $xy^2 + yx^2 = 6$
 - (d) **(Valor 4 puntos)** $\frac{dy}{dx}$ si $y = \left(\frac{x^2+1}{x+1}\right)^3$

3. **(Valor 2 puntos)** Dada la función $y = \frac{-x^2+1}{x(x^2-1)}$ encuentre (si las hay) sus asíntotas tanto verticales como horizontales

PARTE 2

1. Dada $f(x) = x^3 - 3x + 2$
 - (a) **(Valor 2 puntos)** Halle los puntos críticos
 - (b) **(Valor 2 puntos)** Determine los intervalos donde la función es creciente o decreciente
 - (c) **(Valor 2 puntos)** Halle los valores máximos y mínimos de la función
 - (d) **(Valor 2 puntos)** Determine las concavidades de la función
 - (e) **(Valor 2 puntos)** Determine los puntos de inflexión
 - (f) **(Valor 5 puntos)** Haga un gráfico lo más aproximado posible de la función destacando los máximos, mínimos y puntos de inflexión
2. **(Valor 7 puntos)** Una pequeña empresa manufacturera puede vender todos los artículos que produce a un precio de \$6 cada uno. El costo de producir x artículos a la semana (en dólares) es

$$C(x) = 1000 + 6x - 0.003x^2 + 10^{-6}x^3$$

¿Qué valor de x debemos seleccionar con objeto de maximizar las utilidades?

3. **(Valor 6 puntos)** Empleando L unidades de mano de obra y K unidades de capital, una empresa puede elaborar P unidades de un producto, con

$$P(L, K) = 50L^{2/3}K^{1/3}$$

Le cuesta a la empresa \$100 por cada unidad de mano de obra y \$300 por cada unidad de capital empleado. La empresa dispone de una suma de \$45000 para propósitos de producción. Aplique el método de los multiplicadores de LaGrange y determine las unidades de mano de obra y de capital que la empresa debería utilizar con el objetivo de maximizar su producción. Determine la producción máxima