UNIVERSIDAD ICESI
Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

PARCIAL I
ALGEBRA LINEAL
PROFESOR: OMAR JARAMILLO

I. (9 puntos)Decida el valor de verdad, falso o verdadero de cada una de las siguientes afirmaciones. Justifique plenamente sus respuestas.

(a) Los vectores $u = (2, a, -1)$ y $v = (3, 4, 6a)$ son ortogonales si $a = -3$.( )

(b) El vector $(3, 0, 2)$ es una combinación lineal de los vectores $(1, 0, 1)$ y $(2,0,0)$. ( )

(c) Si $A = PBP^{-1}$, entonces $A^3 = PB^3P^{-1}$. ( )

II. VECTORES

(a) (4 puntos)Determine todos los valores de ***x*** para los cuales el vector $u = \left(\frac{1}{3}, x, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ es unitario.

(b) (6 puntos)Suponga que un aeroplano vuela con una rapidez de $50^{km}/_{h}$, mientras el viento sopla hacia el este a$30^{km}/_{h}$. Calcular el vector dirección que debe seguir el aeroplano para volar directamente hacia el norte. ¿Cuál es la rapidez resultante? En un plano grafique los vectores que intervienen en la situación.

III. SISTEMAS

(a) (4 puntos)Una persona invierte $\$20.000$ en 3 inversiones al 6, 8 y 10%. El ingreso anual total fue de $\$1624$ y la inversión al 10% fue dos veces la inversión al 6%. Plantee un sistema lineal que le permita calcular de cuanto fue cada inversión. **(solo plantee el sistema, no lo resuelva)**

(b) (9 puntos)Dado el sistema lineal

$$\begin{cases} x + 7y - 2z + w = 0 \\ -2x - 12y + 10z - 10w = 12 \\ x + 7y - 2z + 6w = -15 \end{cases}$$

Encuentre la solución del sistema y la solución de su sistema homogéneo asociado.

(c) (6 puntos)Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & -3 \\ 2 & -4 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$, de existir, calcular A^{-1}.

IV. (a) (6 puntos) Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & -1 \end{bmatrix}$, calcular por cofactores el determinante de A.

V. (8 puntos)Demuestre **solo dos** de los siguientes enunciados.

(a) Demuestre que si $\boldsymbol{u}$ y $\boldsymbol{v}$ son soluciones del sistema $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$, $(\boldsymbol{u} - \boldsymbol{v})$ es una solución y $r\boldsymbol{u} + s\boldsymbol{v}$ es solución del sistema $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$, para cualquier par de escalares r y s.

(b) Dada A una matriz nxn, entonces $\det(adjA) = [\det(A)]^{n-1}$.

(c) Demuestre que $\|\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v}\|^2 - \|\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v}\|^2 = 4\boldsymbol{u}.\boldsymbol{v}$