Universidad ICESI
Facultad de Ingenierías
Departamento de Matemáticas y Estadística
Primer examen parcial de Cálculo de varias Variables

Nombre: ______________________________________Código :___________

1. (32 ptos.) Decida sobre la convergencia de las siguientes series, aplicando los criterios vistos en clase, según sea el caso. Sea claro en sus justificaciones.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n^3}{3^n}$ b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n^3+3n^2+1}{\sqrt{5+n^9}}$ c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\operatorname{sen} n}{n^2}$ d) $1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{n}}+...$

2. (20 ptos.) Halle el intervalo de convergencia de la serie de potencias $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(2x-3)^n}{4^n\sqrt{n}}$. Analice los extremos del intervalo por separado.

3.

a) (5 ptos.) Escriba la representación en serie de potencias de la función $f(x)=\cos x$.

b) (7 ptos.) Utilice la serie del punto anterior para hallar la serie de potencias que representa a la función $g(x)=\sqrt[3]{x}\cos(2x)$.

c) (12 ptos.) Utilice el resultado anterior para calcular el valor aproximado de $\displaystyle\int_0^1 g(x)\,dx$ sumando los primeros tres términos de una serie apropiada. Determine la precisión de su aproximación.

4. (24 ptos.) Decida sobre el valor de verdad de las siguientes afirmaciones. Justifique su respuesta.

a) Si la serie $\sum a_n$es convergente, entonces la serie $\displaystyle\sum\frac{1}{1+a_n}$ es convergente.

b) La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n+5^n}{4^n}$es convergente.

d) Si la sucesión $\{a_n\}$ es convergente, entonces la serie $\sum a_n$ es convergente.

e) La suma de la serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{9^n\pi^{2n}}{16^n(2n)!}$ es $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.