Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

PARCIAL II
ALGEBRA LINEAL
PROFESOR: OMAR JARAMILLO

I. (10 puntos)Decida el valor de verdad, falso o verdadero de cada una de las siguientes afirmaciones:

(a) El punto de intercepto entre la recta $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+1}{5}$ y el plano $3x + 7y - z - 26 = 0$ es el punto $(5,0,-11)$. ( )

(b) $(4,6,-2) \times (-2,-3,1) = (0,0,0)$. ( )

(c) El conjunto $\boldsymbol{S} = \{(1,0,1), (0,1,0), (1,2,3), (2,-1,3)\}$ es una base para $\mathbb{R}^3$. ( )

II. (10 puntos)RECTAS Y PLANOS

(a) Encuentre la ecuación del plano que pasa por los puntos $(2,-3,2)$, $(0,4,3)$ y $(5,2,-1)$.
(b) Determine las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $(-4,3.2)$ y es paralela a el plano $3x - y + 5z + 10 = 0$.

III. (12 puntos)SUBESPACIOS VECTORIALES
Determine si cada uno de los siguientes subconjuntos $\boldsymbol{W}$ es subespacio del espacio vectorial $\boldsymbol{V}$.

(a) Sea $\boldsymbol{W}$ el conjunto de los vectores (a,b,c), donde $a = 2b + c$. $\boldsymbol{V} = \mathbb{R}^3$.

(b) Sea $\boldsymbol{W}$ el conjunto de polinomios $p(t) = a_2t^2 + a_1t + a_0$, donde $a_1 + 3a_0 = 2$. $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{P_2}$.

(c) Sea $\boldsymbol{W} = \{A_{nxn} | A\ simetrica\}$, $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{M_{nxn}}$.

IV. (10 puntos)BASES Y DIMENSION

(a) Dado el conjunto $\boldsymbol{S} = \{(1,-2,3), (3,-5,10), (1,-4,1))\}$, ¿$\boldsymbol{S}$ es linealmente independiente? ¿ $\boldsymbol{S}$ genera a $\mathbb{R}^3$?

(b) Encuentre una base para el espacio $\boldsymbol{W} = gen\, \boldsymbol{S}$, donde $\boldsymbol{S} = \{t^2 + 2\,t + 3,\ 2t^2 + 4t + 6,\ 4t^2 + 9t + 15,\ 5t^2 + 7t + 7\}$ y determine la dimensión de $\boldsymbol{W}$.

V. (8 puntos)Demuestre los siguientes enunciados.

(a) Suponga que $\boldsymbol{S} = \{\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2}, \boldsymbol{v_3}\}$ es linealmente dependiente de vectores en un espacio vectorial V. ¿Es el conjunto $\boldsymbol{T} = \{\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2}, \boldsymbol{v_3}\}$, donde $\boldsymbol{w_1} = \boldsymbol{v_1} + \boldsymbol{v_2}$, $\boldsymbol{w_2} = \boldsymbol{v_1} + \boldsymbol{v_3}$ y $\boldsymbol{w_3} = \boldsymbol{v_2} + \boldsymbol{v_3}$ linealmente dependiente o independiente? Justifique su respuesta.

(b) Sea $\boldsymbol{x_0}$ un vector fijo en un espacio vectorial $\boldsymbol{V}$. Muestre que el conjunto $\boldsymbol{W}$ formado que consta de todos los múltiplos escalares $c\boldsymbol{x_0}$ de $\boldsymbol{x_0}$ es un subespacio de $\boldsymbol{V}$.