Facultad de Ingeniería Departamento de Matemáticas y Estadística **Algebra Lineal Grupo 02 /50puntos** **P**rofesor: Fernando Posso Gómez	**Parcial 1** **NOMBRE**________________________ **CODIGO**____________________

1. (7 puntos) Un sistema de ecuaciones lineales 4x4, A**x** = **b**, tiene una matriz

equivalente por filas a la matriz $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & \vdots & -5 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & \vdots & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & \vdots & -18 \\ 0 & 0 & -4 & -8 & \vdots & 2a^2 \end{bmatrix}$

¿Bajo qué condiciones sobre a, el sistema tiene soluciones infinitas? En ese caso, **<u>muestre una</u>** de tales soluciones.

2. (7 puntos) Encuentre, si es posible, la matriz inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

3. (7 puntos) Encuentre, si existen, todos los valores de λ para los cuales

$$\begin{vmatrix} \lambda & 0 & 1 \\ 1 & \lambda - 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda + 1 \end{vmatrix} = 0$$

4. (7 puntos) Se sabe que una matriz $A_{\mathbf{4x4}}$ es tal que $\mathbf{AA^t} = (\mathbf{a^2} + \mathbf{b^2} + \mathbf{c^2} + \mathbf{d^2})\mathbf{I_4}$ Use este información para hallar el determinante de A

5. (7 puntos) ¿Es el vector (4,1,1) una combinación lineal de los vectores (0,1,-1), (1,1,0) y (1,0,2)?

6. (18 puntos) <u>Demuestre</u> las proposiciones siguientes:

a) Si A es una matriz invertible entonces $\mathbf{det(A)} \neq \mathbf{0}$ **y** $\mathbf{det(A^{-1})} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{det\,(A)}}$

b) En R^n, si **u** es ortogonal a **w** y a **v**, entonces **u** es ortogonal a 2**v**+3**w**

c) Si A es una matriz nxn y si $\mathbf{A^t} = -\mathbf{A}$ entonces $\mathbf{det(A)} = \mathbf{0}$

d) Sea $\boldsymbol{\theta}$ el ángulo entre dos vectores no nulos **u** y **v** del plano. Muestre que si u y v son paralelos entonces $\mathbf{Cos\theta} = \pm\mathbf{1}$

e) Si P es una matriz invertible y si $\mathbf{B} = \mathbf{PAP^{-1}}$ entonces $\mathbf{det(B)} = \mathbf{det(A)}$

f) Si A es simétrica y no singular entonces $\mathbf{A^{-1}}$ es no singular