

**EXAMEN FINAL CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES GRUPO 02 24 DE MAYO DE 2012**

**PROFESOR:** Fernando Posso Gomez.

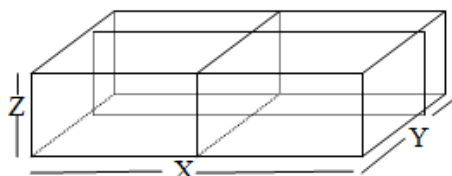
**EL EXAMEN SE CALIFICA SOBRE 100 PUNTOS**

**NOMBRE** \_\_\_\_\_ **CÓDIGO** \_\_\_\_\_

1. Utilice los dos primeros términos de una serie de potencias apropiada para encontrar un valor

aproximado de las integrales: a. (8 puntos)  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^6}$     b. (10 puntos)  $\int_0^1 \int_1^{\sqrt{x}} e^{(xy)} dy dx$

2. (12 puntos) Encuentre y clasifique los puntos críticos de la función  $f(x, y) = 4xy^2 - x^2y^2 - xy^3$   
 3. (12 puntos) Encuentre las dimensiones de un paquete rectangular de máximo volumen si se sabe que la suma de sus perímetros transversales es 144 pulgadas.



4. (14 puntos) Considere la función  $f(x, y) = \sqrt{16 - x^2 + y}$ . Determine cuál es el mínimo valor de la derivada direccional de  $f$  en el punto  $p(1,4)$  en la dirección de  $q(2,5)$ .  
 5. (14 puntos) Sea  $w = f(x, y)$  una función en dos variables y sean  $x = r\cos\theta$ ,  $y = r\sin\theta$ :  
 a) Expresé  $\frac{dw}{d\theta}$  y  $\frac{dw}{dr}$  en términos de  $\frac{df}{dx}$  y de  $\frac{df}{dy}$

b) Evalúe  $\frac{dw}{d\theta}$   $(x, y) = (1, 1)$ , si  $f(x, y) = yx^{-1}$

6. (14 puntos) Use coordenadas polares para calcular la integral

$$\int_0^2 \int_0^x \sqrt{x^2 + y^2} dy dx + \int_0^{2\sqrt{2}} \int_0^{\sqrt{8-x^2}} \sqrt{x^2 + y^2} dy dx$$

7. (8 puntos) Escriba una integral triple en coordenadas cartesianas que exprese el volumen del

sólido que se encuentra bajo la esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  y sobre el cono  $z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}$

No tiene que evaluar la integral

8. Considere la integral  $I = \int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{x^2+y^2}^{\sqrt{20-x^2-y^2}} (x^2 + y^2 + z^2) dz dy dx$

- a) (4 puntos) Dibuje el dominio de integración.  
 b) (12 puntos) Escriba la integral  $I$  en coordenadas cilíndricas y en coordenadas esféricas. No tiene que evaluar las integrales