

Taller #4
Respuestas Sugeridas
Econometría 06169
Grupo 5

Profesor: Julio César Alonso

Nota: Este taller debe ser entregado en papel y escrito en computador. No se revisarán trabajos escritos a mano.

Función de Inversión

El departamento de Estudios Económicos de una empresa transnacional nos ha encargado la estimación de la función de inversión para Colombia. Dicha transnacional quiere entender como se comporta la inversión en Colombia para efectuar su plan de inversiones en ese país durante los próximos años. En la tabla adjunta (los datos están disponibles en la pagina Web en el archivo inversion.txt) se presentan los datos del PIB nominal en millones de pesos, inversión nominal en billones millones de pesos, el índices de precios al consumidor, y la tasa de interés para Colombia desde 1970 hasta 1984.

Datos Para la Estimación de la Función de Inversión

Año	PIB	Inversión	IPC	Tasa de int
1970	132,8	23,9	0,31	5.16
1971	155,9	27,3	0,34	5.87
1972	189,6	30,5	0,39	5.95
1973	243,2	38,4	0,44	4.88
1974	322,4	52,8	0,55	4.50
1975	405,1	62,1	0,69	6.44
1976	532,3	84,6	0,81	7.83
1977	716,0	104,0	1,02	6.25
1978	909,5	139,9	1,30	5.50
1979	1.188,8	183,3	1,57	5.46
1980	1.579,1	264,9	2,01	7.46
1981	1.982,8	350,0	2,52	10.28
1982	2.497,3	436,1	3,18	11.77
1983	3.054,1	524,8	3,92	13.42
1984	3.856,6	654,5	4,58	11.02

Fuente: DANE

Nota: El IPC para 1969 es 0,29

Para estimar la ecuación de inversión emplearemos los datos en términos reales, por tanto requerimos hacer las siguientes transformaciones:

- Dividir el PIB y la inversión por el IPC (para tener las variables en términos reales)
 - Dividir las series de PIB e inversión real obtenidas anteriormente por 10 para tener las series expresadas en trillones de pesos
- 1 Usando EasyReg o Excel, realice la transformación de las variables anteriormente descrita y cree dos nuevas variables. La primera variable, denotada por T, representará una tendencia en el tiempo, i.e. $T = 1, 2, \dots, 15$. La segunda nueva variable será la inflación (Recuerden que la inflación se calcula a partir del IPC, encontrando la variación porcentual del IPC, año a año en este caso.) Exprese la inflación como porcentajes y no como decimales. Presente los datos transformados en una tabla similar a la presentada arriba, es decir la tabla debe contener: 1) título, 2) Fuentes, 3) explicación de las transformaciones efectuadas como nota al pie. Además incluya un corto párrafo de no mas de 10 líneas que explique las transformaciones efectuadas y como se crearon las nuevas variables.

Los datos transformados y las nuevas variables creadas se reportan en la siguiente tabla

Tabla 1
Datos Transformados para la Estimación de la
Función de Inversión

Año	T	PIB Real*	Inversión Real*	Tasa de Inflación %**
1970	1	42.266	7.614	8.319
1971	2	45.834	8.027	8.273
1972	3	49.221	7.914	13.265
1973	4	55.386	8.750	13.966
1974	5	58.511	9.591	25.499
1975	6	58.359	8.950	25.989
1976	7	65.417	10.394	17.214
1977	8	70.061	10.180	25.606
1978	9	70.071	10.778	27.000
1979	10	75.507	11.644	21.301
1980	11	78.610	13.187	27.590
1981	12	78.539	13.866	25.675
1982	13	78.491	13.706	26.026
1983	14	77.995	13.403	23.075
1984	15	84.159	14.282	17.025

Calculos Propios.

*Trillones de dolares constantes de 1972. Las series nominales fueron deflactadas por medio del IPC.

**La tasas de inflación fue calculada a partir del IPC

Las series reales fueron deflactadas dividiendo las series nominales por el IPC; adicionalmente, las series fueron divididas por 10 para convertirlas a trillones de pesos constantes. La inflación fue calculada a partir del IPC. Además fue creada una nueva variable $T = 1, 2, \dots, 15$, que representa la tendencia en el tiempo.

Nota: Yo no esperaba que ustedes describieran los pasos que siguieron en Excel o en EasyReg para transformar y generar las variables. Normalmente, cuando se escribe un informe se describe los cálculos realizados, pero no se reportan los pasos seguidos en el programa empleado..

- 2 Uno de los requisitos del contrato firmado con la empresa transnacional es estimar un modelo lineal para la inversión (real) (I) que contenga como variables explicatorias una constante, una tendencia (T), el PIB real (G), la tasa de interés (R) y la tasa de inflación (P). Escriba el modelo a estimar y estímelo usando EasyReg. Reporte sus resultados en una tabla y escriba la ecuación estimada. Además, discuta cuales coeficientes son significativos o no. Y compruebe la hipótesis de que todos los coeficientes asociados a las pendientes son cero.

... escriba el modelo a estimar

El modelo a estimar es el siguiente:

$$I_t = b_0 + b_1 T_t + b_2 G_t + b_3 R_t + b_4 P_t + e_t, \quad (1)$$

donde I_t , T_t , G_t , R_t y P_t representan la inversión, una tendencia, el PIB real, la tasa de interés y la tasa de inflación, respectivamente. e_t denota una perturbación aleatoria con media cero y varianza constante.

Es importante notar que esperamos que el signo esperado de b_1 es positivo, dado que se espera que a medida que pase el tiempo la inversión crezca porque la economía y la población crece. Esperamos que $b_2 > 0$, porque a medida que aumenta el ingreso (PIB) la demanda agregada crece y por tanto la inversión crece para poder aumentar la oferta agregada en el siguiente período. Además esperamos que $b_3 < 0$ pues si la tasa de interés aumenta las

inversiones en capital físico se hacen relativamente mas caras. El signo esperado de b_4 no es muy claro.

... estímelo (el modelo) usando EasyReg. Reporte sus resultados en una tabla

El modelo (1) fue estimado empleando EasyReg, los resultados se reportan en la siguiente tabla (Ver la columna correspondiente a la Ecuación 1).

Tabla 2
Ecuaciones Estimadas

	VARIABLE DEPENDIENTE: I_t			
	Estadísticos t entre paréntesis			
	Ecuación 1 1968-1928 MCO	Ecuación 2 1968-1928 MCO	Ecuación 3 1968-1928 MCO	Ecuación 4 1968-1928 MCO
constante	0.7268 (0.18)	-0.2979 (-0.32)	-1.8034 (-1.10)	4.1931 (1.39)
T_t	0.0531 (0.17)	--	--	--
G_t	0.1309 (1.54)	0.1687 (12.11) ***	0.2038 (5.90) ***	0.0806 (1.29)
R_t	0.1929 (1.30)	--	--	--
P_t	-0.0194 (-0.59)	--	--	--
$D_t G_t$	--	--	-0.0153 (-1.11)	0.1313 (1.99) *
D_t	--	--	--	-7.7040 (-2.25) **
R^2	0.96043	0.91856	0.92614	0.94947
R^2 Ajustado	0.94460	0.91229	0.91383	0.93569
SSE	3.124138	6.430211	5.83178	3.98954
F	60.680 ***	146.620 ***	75.230 ***	68.900 ***
# de Obs.	15	15	15	15

(*) nivel de significancia: 10%

(**) nivel de significancia: 5%

(***) nivel de significancia: 1%

MCO: Mínimos Cuadrados Ordinarios

De acuerdo con los resultados reportados, la ecuación estimada es

$$\hat{I}_t = 0.72676 + 0.05308T_t + 0.13089G_t + 0.1929R_t - 0.01939P_t$$

... discuta cuales coeficientes son significativos o no

De acuerdo a nuestra estimación, ni el intercepto, ni los coeficientes asociados a los regresores son significativamente diferentes de cero. Además es importante notar que los signos de los coeficientes asociados al PIB y la tendencia son los esperados, mientras que el coeficiente asociado a la tasa de interés a no es el esperado.

...Y compruebe la hipótesis de que todos los coeficientes asociados a las pendientes son cero

La hipótesis que todos los coeficientes asociados con las pendientes son simultáneamente se puede rechazar con nivel de significancia del 1%. Así nuestro modelo aparentemente esta bien especificado.

Nota: Yo esperaba un análisis similar al anterior. El siguiente análisis no lo esperaba. Noten que el R^2 y el F de la regresión son relativamente altos; al mismo tiempo los t son relativamente bajos. Esto son síntomas de la presencia de multicolinealidad, pues el coeficiente de correlación entre las dos variables es de 0.97. Así esto puede explicar el signo no esperado en el coeficiente asociado a la tendencia y el R^2 y F estadístico tan alto. Lo mejor sería correr la misma regresión descartando la tendencia. Pero ustedes no necesitaban hacer esto.

- Ahora considere un modelo para la inversión que únicamente incluya como variables explicativas una constante y el PIB (Esta versión de la función de inversión es conocida como la teoría del acelerador de la inversión.) Escriba el modelo a estimar y estímelo usando EasyReg. Reporte sus resultados en una tabla y escriba la ecuación estimada. Adicionalmente, discuta cuales coeficientes son significativos o no. Y compruebe la hipótesis de que todos los coeficientes asociados a las pendientes son cero.

... escriba el modelo a estimar

El modelo a estimar es el siguiente:

$$I_t = b_0 + b_2^*G_t + e_t^*, \quad (2)$$

donde I_t y G_t , representan la inversión y el PIB real, respectivamente. e_t^* denota una perturbación aleatoria con media cero y varianza constante.

... estímelo (el modelo) usando EasyReg. Reporte sus resultados en una tabla

El modelo (2) fue estimado empleando EasyReg, los resultados se reportan en la Tabla 2. (Ver la columna correspondiente a la Ecuación 2).

De acuerdo con nuestras estimaciones, la ecuación estimada es

$$\hat{I}_t = -0.29787 + 0.16871G_t$$

... discuta cuales coeficientes son significativos o no. Y compruebe la hipótesis de que todos los coeficientes asociados a las pendientes son cero

Como se puede ver en la Tabla 2, el intercepto no es significativamente diferente de cero, mientras que el coeficiente asociado al PIB real es significativo a un nivel de significancia del 1%. Note que en este caso solamente existe una sola pendiente, así el estadístico t para la única pendiente y el test F global son equivalentes. De hecho $12.11 = t_c = \sqrt{F_{Global}} = \sqrt{146.620}$. Así el test F global también nos permite rechazar la hipótesis que el coeficiente asociado al PIB real es igual a cero.

Nota: En este modelo los problemas de multicolinealidad han desaparecido, aunque existe la posibilidad de una relación espuria entre las variables. Al final del curso estudiaremos esa posibilidad.

- 4 Ahora compare los modelos estimados en el punto 2 y 3. ¿Cuál es mejor? ¿Qué modelo reportaría usted en el informe final a presentar a la firma multinacional? ¿Por qué?

Deseamos comparar el modelo restringido $I_t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_2^*G_t + \mathbf{e}_t^*$ (R) con el modelo no restringido $I_t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1T_t + \mathbf{b}_2G_t + \mathbf{b}_3R_t + \mathbf{b}_4P_t + \mathbf{e}_t$ (U). Así nuestra hipótesis nula es que el modelo

restringido es cierto mientras que la hipótesis alterna es que el modelo es el modelo restringido es el adecuado. Esta hipótesis la podemos comprobar con el siguiente estadístico F (recuerde que existen 3 restricciones bajo la hipótesis nula):

$$F_c = \frac{\frac{(SSE_R - SSE_U)}{r}}{\frac{SSE_U}{n-k}} = \frac{\frac{(6.430211 - 3.124138)}{3}}{\frac{3.124138}{15-5}} = 3.527$$

Este F calculado lo tenemos que comparar con el F de la tabla con 3 grados de libertad en el numerador y 10 grados de libertad en el denominador. Para un nivel de significancia del 1% este valor de la tabla es 6.55, entonces No podemos rechazar la hipótesis nula que el modelo restringido es el más adecuado. En otras palabras, el modelo $I_t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_2^* G_t + \mathbf{e}_t^*$ es el más adecuado para describir los datos.

Nota: Ustedes podían llegar a la misma conclusión empleando el R^2 ajustado. Recuerden que emplear el R^2 no es correcto.

- 5 Existe una gran discusión en los países desarrollados de que la crisis del petróleo que terminó en 1974 provocó un cambio estructural en las economías desarrolladas. En especial algunos argumentan que la relación entre el PIB y la inversión cambio a partir de esa fecha. Formule un modelo que tenga esta hipótesis en cuenta. Escriba el modelo formulado y demuestre que este modelo captura correctamente esta hipótesis.

Queremos escribir un modelo que permita un cambio estructural en la relación entre el PIB y la inversión a partir de $t_0 = 1974$. Definamos la siguiente variable ficticia:

$$D_t = \begin{cases} 1 & \text{si } t \geq t_c \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$$

Consideremos el siguiente modelo

$$I_t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_2^* G_t + \mathbf{b}_3 (D_t G_t) + \mathbf{e}_t \quad (3)$$

Para verificar que este modelo si representa la hipótesis de que la relación entre el PIB y la inversión cambio a partir de 1974, calculemos el valor esperado del modelo (3).

$$E[I_t] = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_2^* G_t + \mathbf{b}_3 G_t E[D_t]$$

En caso de que estemos en el período después de la crisis del petróleo ($t \geq t_c$), entonces $E[D_t] = 1$, en caso contrario tenemos que $E[D_t] = 0$. Entonces

$$E[I_t] = \begin{cases} \mathbf{b}_0 + (\mathbf{b}_2^* + \mathbf{b}_5)G_t & \text{si } t \geq t_c \\ \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_2^*G_t & \text{o.w.} \end{cases}$$

Así el modelo (3) si representa una relación diferente entre el PIB y la inversión a partir de 1974, pues la sensibilidad a cambios en el PIB es diferente antes y depuse de 1974.

Nota: Ustedes también podían haber considerado un modelo en el cual no solo cambiara la pendiente respecto al PIB sino también el intercepto. Ambas respuestas son aceptables. En este caso el modelo sería:

$$I_t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_2^*G_t + \mathbf{b}_3(D_tG_t) + \mathbf{b}_6D_t + \mathbf{e}_t \quad (4)$$

- 6 Estime el modelo que usted planteo en el punto anterior. Es este modelo mejor que el escogido en el punto 4? ¿Por qué si o no? ¿Es valida la hipótesis expuesta en el punto 5? ¿por qué?

El modelo (3) fue estimado empleando EasyReg, los Resultado se reportan en la Tabla 2 (Ver Ecuación 3). Para comparar el modelo restringido dado por (2) y el modelo no restringido dado por (3) podemos emplear un test F. Pero en este caso especial como la diferencia entre uno y otro modelo es simplemente una restricción, en este caso especial el F calculado es equivalente a el cuadrado del t calculado para la hipótesis de que $\mathbf{b}_5 = 0$. En este caso, dicho t calculado es -1.11 y el F calculado es:

$$F_c = \frac{\frac{(SSE_R - SSE_U)}{r}}{\frac{SSE_U}{n-k}} = \frac{\frac{(6.430211 - 5.831780)}{1}}{\frac{5.831780}{15-2}} = 1.334$$

Empelando cualquiera de los dos estadísticos concluimos que el modelo restringido es más adecuado. Es decir el modelo $I_t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_2^*G_t + \mathbf{e}_t^*$ describe mejor los datos. En otras palabras no existe un cambio en la pendiente con respecto al PIB de la función de inversión después de

1974. Así la hipótesis de que existe un cambio en la relación entre PIB e Inversión después de la crisis del Petróleo de 1974 no es soportada por los datos.

Nota: Los resultados de estimar un modelo como el descrito en (4) se reportan en la tabla 2 (Ver Ecuación 4). En este caso, para comparar el modelo restringido $I_t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_2^* G_t + \mathbf{e}_t^*$ (R) con el modelo no restringido $I_t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_2^* G_t + \mathbf{b}_3 (D_t G_t) + \mathbf{b}_6 D_t + \mathbf{e}_t$ (U), necesitamos calcular el siguiente estadístico F (recuerde que existen 2 restricciones bajo la hipótesis nula):

$$F_c = \frac{\frac{(SSE_R - SSE_U)}{r}}{\frac{SSE_U}{n-k}} = \frac{\frac{(6.430211 - 3.98954)}{2}}{\frac{3.98954}{15-3}} = 3.671$$

Este F calculado lo tenemos que comparar con el F de la tabla con 2 grados de libertad en el numerador y 12 grados de libertad en el denominador. Para un nivel de significancia del 1% este valor de la tabla es 3.89, entonces no podemos rechazar la hipótesis nula de que el modelo restringido es el más adecuado. En otras palabras, el modelo $I_t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_2^* G_t + \mathbf{e}_t^*$ es el más adecuado para describir los datos. Y por tanto la hipótesis de que existe un cambio en la relación entre PIB e Inversión después de la crisis del Petróleo de 1974 no es soportada por los datos.