Econometría 06169
Examen Parcial #2
Cali, Martes 12 de Octubre de 2004

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante:______________________
Código:____________________

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de ***7*** páginas; además, deben tener 1 página de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
8. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.
****

1 Falso o Verdadero (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

a) Si todas las correlación parcial entre dos variables explicativas (ρ_{X_i,X_j}) es cercana a cero, esto revela la no existencia de ***Multicolinealidad*** en la muestra empleada.

b) Un R^2 de 0.5 para el siguiente modelo estimado $y_i = \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$ implica que el 50% de la variación de y es explicada por el modelo.

c) Después de estimar el siguiente modelo $y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$, publiqué en mi página web la siguiente Tabla Anova. Un estudiante me envió un correo con la siguiente afirmación: "La tabla Anova tiene un error". ¿Es esta afirmación falsa o verdadera?

Fuente de variación	*SS*	*G de L*	*MS*
Regresión	400	8	50
Error	625	125	5
TOTAL	1025	133	

2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

2.1 Lo ideal es que todos los regresores de un modelo de regresión lineal múltiple sean ortogonales entre sí, es decir sean linealmente independientes. La razón de esto es que:

a) los coeficientes asociados a las variables incluidas serán insensibles a la inclusión o exclusión de variables.
b) los coeficientes asociados a las variables incluidas serán insensibles a la inclusión o exclusión de observaciones.
c) el efecto de cada una de los regresores sobre la variable explicativa es estimado de una manera más exacta.
d) Todas las anteriores

2.2 Si empleamos un modelo cuyas variables todas están expresadas en logaritmos, y además incluimos variables dummy, a las variables dummy nunca se le calcula el logaritmo. La razón para no calcular el logaritmo de las dummy es:

a) ln(1)= 0 y ln(0) no está definido.
b) Sólo se calculará el logaritmo si la teoría económica lo indica así.
c) ln(1)= 0 y ln(0)= 1 y por tanto da lo mismo sacar el logaritmo o no.
d) Ninguna de las anteriores.

2.3 Cambiar las unidades en que se mide la variable Y afectará a todas las siguientes cantidades a excepción de:

a) El valor estimado para el vector de los β .
b) El SST (Suma Cuadrada Total de la regresión).
c) El R^2.
d) S^2

3 (35 puntos)

Una empresa de autobuses intermunicipales desea estimar la demanda de sus tiquetes (D_t en miles de pasajeros), en función de su precio (p_t en miles de pesos) y de la calidad del servicio, evaluada a través de los gastos que la empresa realiza para la mejora del mismo (M_t en millones de pesos). Para ello dispone de datos de los últimos 50 trimestres que se encuentran en el archivo de la compañía. El asistente de gerencia de la firma efectuó los cálculos reportados al final, pero al momento de imprimir los resultados, algunos valores no fueron impresos de manera clara de tal forma que fueron remplazados por “XXXXX”. A partir de estos resultados conteste las siguientes preguntas:

a) Escriba el modelo empleado por el asistente en sus cálculos (4 puntos).
b) Interprete el significado de los coeficientes estimados (3 puntos (1punto cada uno))).
c) A partir de los resultados obtenidos, encuentre o ***deje indicados*** las cantidades que han sido remplazadas por “XXXXX”. (8 puntos (4putnos cada uno)).
d) El asistente sospecha que esta regresión posee problemas de Multicolinealidad. ¿Por qué? Brinde la mayor evidencia que permita llegar a esta conclusión. (7 puntos).
e) Estudios previos en la industria permiten asegurar con mucha confianza que el parámetro correspondiente a p_t posee un valor poblacional de -0.5. A partir de esta información y del modelo de la parte a), plantee una forma para encontrar estimadores del modelo por medio del método MCO. (5 puntos)
f) El asistente cree que una reforma implementada a partir del tercer trimestre del tercer año de la muestra implicó un aumento en el comportamiento de los pasajeros. En especial, la nueva sobre-tasa a la gasolina impuesta después del período indicado se espera halla provocado un aumento en la demanda media de viajes por de tiquetes ceteris paribus. Escriba un modelo que permita capturar esta hipótesis. Compruebe que su modelo si recoge esta hipótesis y muestre claramente como comprobaría si el asistente tiene o no razón. (8 puntos)

4 (35 puntos)

Una firma de consultarías lo ha contratado a usted para estimar un modelo econométrico que permita predecir la tasa de cambio en un país caribeño. Después de una revisión bibliográfica usted ha llegado a la conclusión que el mejor modelo es el siguiente:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \varepsilon_t \qquad t = 1, 2, ..., 20$$

donde X_{2t} representa el logaritmo del gasto público en millones de dólares, X_{3t} representa el logaritmo del saldo de la balanza comercial en millones de dólares del país, y_t es el logaritmo de la tasas de cambio (cantidad de moneda local por un dólar), y ε_t representa una perturbación aleatoria.

Además usted cuenta con las siguientes observaciones recolectados por su asistente de investigación:

$$\sum_{t=1}^{n} X_{2t} = 0 \quad \sum_{t=1}^{n} X_{3t} = 0 \quad \sum_{t=1}^{n} y_t = 20 \quad \sum_{t=1}^{n} (y_t)^2 = 196 \quad \sum_{t=1}^{n} (X_{2t})^2 = 30$$

$$\sum_{t=1}^{n} (X_{3t})^2 = 20 \quad \sum_{t=1}^{n} y_t \cdot X_{3t} = 10 \quad \sum_{t=1}^{n} y_t \cdot X_{2t} = 10 \quad \sum_{t=1}^{n} X_{2t} \cdot X_{3t} = 10$$

a) ¿Cuáles propiedades que se deben cumplir, para obtener estimadores MELI (BLUE) para los parámetros β por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? **(5 puntos)**
b) Encuentre la matriz $X^T X$. **(5 puntos)**

c) Calcule el vector de los estimadores para β por medio del método de máxima verosimilitud. **(10 Puntos)**

d) Explique el significado de los coeficientes estimados **(3 puntos (1 punto cada uno))**

e) Estime σ^2 y la matriz de varianzas y covarianzas de los estimadores de β empleando el método de MCO. **(5 Puntos)**

f) Explique como probaría la hipótesis de que la elasticidad de la tasa de cambio con respecto al gasto público y a la balanza comercial son iguales. Simplemente escriba la hipótesis nula y la alterna, muestre la fórmula que emplearía para calcular el estadístico y que números remplazaría en dicha fórmula. Además explique como tomaría la decisión. **(7 Puntos)**

Resultados de las estimaciones por medio de EasyReg.

```
Dependent variable:
Y = D
Characteristics:
D
  First observation = 1(=1.1)
  Last observation  = 50(=13.2)
  Number of usable observations: 50
  Minimum value: 4.4740260E+003
  Maximum value: 8.2042350E+003
  Sample mean:   6.4242750E+003

X variables:
X(1) = P
X(2) = M
X(3) = 1

Model:
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3)  + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.

OLS estimation results
Parameters    Estimate      t-value    H.C. t-value
                            (S.E.)     (H.C. S.E.)
                            [p-value]  [H.C. p-value]
b(1)          3.12416       XXXX       7.962
                            (0.41423)  (0.39236)
                            [0.00000]  [0.00000]
b(2)          0.01552       0.511      2.857
                            (0.03037)  (0.00543)
                            [0.60923]  [0.00427]
b(3)          1319.94131    3.639      2.281
                            (362.75697)  (578.73690)
                            [0.00027]  [0.02256]

Effective sample size (n):                  50
Variance of the residuals:              202157.603128
Standard error of the residuals (SER):      449.619398
Residual sum of squares (RSS):          9501407.347035
(Also called SSR = Sum of Squared Residuals)
Total sum of squares (TSS):             51136623.42404
R-square:                               XXXX
Adjusted R-square:                      0.8063

Overall F test: F(2,47) = 102.98
p-value = 0.00000
Significance levels:     10%      5%
Critical values:         2.42     3.2
Conclusions:             reject   reject

Test for first-order autocorrelation:
Durbin-Watson test = 2.231774
```

Resultados de las estimaciones por medio de EasyReg. (Cont.)

```
Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 1864.649328
Null hypothesis:   The errors are normally distributed
Null distribution: Chi-square(2))
p-value = 0.00000
Significance levels:       10%        5%
Critical values:          4.61       5.99
Conclusions:            reject     reject

Breusch-Pagan test = 41.496588
Null hypothesis:   The errors are homoskedastic
Null distribution: Chi-square(2)
p-value = 0.00000
Significance levels:       10%        5%
Critical values:          4.61       5.99
Conclusions:            reject     reject

Information criteria:
Akaike:          1.22749E+01
Hannan-Quinn:    1.23186E+01
Schwarz:         1.23896E+01

If the model is correctly specified, in the sense that the conditional
expectation of the model error U relative to the X variables and all
lagged dependent (Y) variables and lagged X variables equals zero, then
the OLS parameter estimators b(1),..,b(3), minus their true values,
times the square root of the sample size n, are (asymptotically)
jointly normally distributed with zero mean vector and variance matrix:

 8.57940965E+00 -5.23035900E-01 -4.44093177E+03
-5.23035900E-01  4.61179483E-02  2.98087647E+01
-4.44093177E+03  2.98087647E+01  6.57963103E+06

provided that the conditional variance of the model error U is constant
(U is homoskedastic), or

 7.69731590E+00 -1.00620634E-01 -1.13534010E+04
-1.00620634E-01  1.47620583E-03  1.48115341E+02
-1.13534010E+04  1.48115341E+02  1.67468202E+07

if the conditional variance of the model error U is not constant
(U is heteroskedastic).

**************************
Variables:
X(1)=M
X(2)=P
First chosen observation: t = 1 (=1.1)
Last chosen observation: t = 50 (=13.2)

Variable    Sample mean Sample standard error
X(1)     16929.2000000       3807.2030764
X(2)      1549.7000000        279.1337365
```

Resultados de las estimaciones por medio de EasyReg. (Cont.)

```
Sample variance matrix
1.44947953E+07 8.83662000E+05
8.83662000E+05 7.79156429E+04
Eigenvalues:
14548756.0931465 23954.8150167
Orthogonal matrix of eigenvectors:
 0.9981407 -0.0609515
 0.0609515  0.9981407
Standardized eigenvectors:
 1.0000000 -0.0610650
 0.0610650  1.0000000


Sample correlation matrix
1.0000000 0.8315106
0.8315106 1.0000000
Eigenvalues:
1.8300000 0.1600000
Orthogonal matrix of eigenvectors:
 0.7071068  0.7071068
 0.7071068 -0.7071068
Standardized eigenvectors:
 1.0000000  1.0000000
 1.0000000 -1.0000000
```

$$Var(b)=\begin{bmatrix} 1 & -.8315 & .05411 \\ & 1 & -.5911 \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

Econometría 06169, Examen Parcial #2

Prof: Julio César Alonso C

Fórmulas

$$X^TX=\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} X_{1i} & \sum_{i=1}^{n} X_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} X_{ki} \\ & \sum_{i=1}^{n} X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^{n} X_{1i}X_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} X_{1i}X_{ki} \\ & & \sum_{i=1}^{n} X_{2i}^2 & \ddots & \sum_{i=1}^{n} X_{2i}X_{ki} \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & \sum_{i=1}^{n} X_{ki}^2 \end{bmatrix}$$

$$X^Ty=\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} y_i \\ \sum_{i=1}^{n} y_iX_{1i} \\ \sum_{i=1}^{n} y_iX_{2i} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{n} y_iX_{ki} \end{bmatrix} \qquad y^Ty=\sum_{i=1}^{n} y_i^2$$

$$\hat{\beta}=\left(X^TX\right)^{-1}X^Ty \qquad s^2=\frac{SSE}{n-k}=\frac{y^Ty-\hat{\beta}^TX^Ty}{n-k}$$

$$Var\left[\hat{\beta}\right]=\sigma^2\left(X^TX\right)^{-1} \qquad SST=y^Ty-n\overline{Y}^2$$

$$SSR=\hat{\beta}^TX^Ty-n\overline{Y}^2 \qquad t=\frac{\hat{\beta}_i-c}{s_{\hat{\beta}_i}}$$

$$F_c=\frac{\left(c-R\hat{\beta}\right)^T\left(R\left(X^TX\right)^{-1}R^T\right)^{-1}\left(c-R\hat{\beta}\right)\big/r}{SSE/n-k}$$

$$F_C=\frac{R^2\big/(k-1)}{\left(1-R^2\right)\big/(n-k)}=\frac{MSR}{MSE}$$

$$F_c=\frac{\left(SSE_R-SSE_U\right)\big/r}{SSE_U\big/(n-k)} \qquad R^2=\frac{SSR}{SST}$$

$$\hat{\beta}_i\pm t_{\frac{\alpha}{2},n-k}\,s_{\hat{\beta}_i} \qquad \overline{R}^2=1-\left(1-R^2\right)\frac{n-1}{n-k}$$

$$\hat{y}_p=x_p^T\hat{\beta}\ ,\quad x_p^T=\begin{pmatrix}1 & x_{1p} & x_{2p} & \ldots & x_{kp}\end{pmatrix}$$

$$\hat{y}_p\pm t_{\frac{\alpha}{2},n-k}\sqrt{\sigma^2x_p^T\left(X^TX\right)^{-1}x_p}$$

$$\hat{y}_p\pm t_{\frac{\alpha}{2},n-k}\sqrt{\sigma^2\left[1+x_p^T\left(X^TX\right)^{-1}x_p\right]}$$

$$\hat{\beta}_j^E=\hat{\beta}_j\frac{s_{X_j}}{s_y}\ ,\quad j=2,3,\ldots,k \qquad E_j=\hat{\beta}_j\frac{\overline{X}_j}{\overline{y}}$$

$$s_{X_j}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_{ji}-\overline{X}_J\right)^2}{n-1}=\frac{\sum_{i=1}^{n}X_{ji}^2-n\overline{X}_J^2}{n-1}$$

Cantidades Importantes

$\sqrt{2}=1.414$ $\sqrt{3}=1.732$ $\sqrt{5}=2.236$ $\sqrt{7}=2.646$ $\sqrt{10}=3.162$

Econometría 06169
Examen Parcial #2
Respuestas Sugeridas
Cali, Martes 12 de Octubre de 2004

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante:______________________
Código:____________________

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **5** páginas; además, deben tener 3 páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
8. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.
****

1 Falso o Verdadero (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

a) Si todas las correlación parcial entre dos variables explicativas (ρ_{X_i,X_j}) es cercana a cero, esto revela la no existencia de ***Multicolinealidad*** en la muestra empleada.

Falso, pues la correlación parcial entre dos variables explicativas (ρ_{X_i,X_j}) solamente detecta la presencia de una relación lineal entre dos variables y no la posibilidad de una relación lineal entre una combinación de variables explicativas y otra.

b) Un R^2 de 0.5 para el siguiente modelo estimado $y_i = \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$ implica que el 50% de la variación de y es explicada por el modelo.

Falso, Si el intercepto es omitido, entonces SSE + SSR no es igual al SST. Así el R^2 no puede ser interpretado de la manera tradicional.

c) Después de estimar el siguiente modelo $y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$, publiqué en mi página web la siguiente Tabla Anova. Un estudiante me envió un correo con la siguiente afirmación: "La tabla Anova tiene un error". ¿Es esta afirmación falsa o verdadera?

Fuente de variación	*SS*	*G de L*	*MS*
Regresión	400	8	50
Error	625	125	5
TOTAL	1025	133	

Verdadero, pues los grados de libertad de la regresión son incorrectos pues deberían ser k-1 =3-1=2.

2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

2.1 Lo ideal es que todos los regresores de un modelo de regresión lineal múltiple sean ortogonales entre sí, es decir sean linealmente independientes. La razón de esto es que:

a) los coeficientes asociados a las variables incluidas serán insensibles a la inclusión o exclusión de variables.
b) los coeficientes asociados a las variables incluidas serán insensibles a la inclusión o exclusión de observaciones.
c) el efecto de cada una de los regresores sobre la variable explicativa es estimado de una manera más exacta.
d) Todas las anteriores

Respuesta: d)

La mejor respuesta es d) pues como lo discutimos en clase, todas las otras afirmaciones son verdaderas.

2.2 Si empleamos un modelo cuyas variables todas están expresadas en logaritmos, y además incluimos variables dummy, a las variables dummy nunca se le calcula el logaritmo. La razón para no calcular el logaritmo de las dummy es:

a) ln(1)= 0 y ln(0) no está definido.
b) Sólo se calculará el logaritmo si la teoría económica lo indica así.
c) ln(1)= 0 y ln(0)= 1 y por tanto da lo mismo sacar el logaritmo o no.
d) Ninguna de las anteriores.

Respuesta: a)

Claramente a) es verdadero. Es fácil mostrar que c) es falso. En cuanto a la opción b), normalmente las variables dummy no son incluidas por razones teóricas. Y claramente a) es verdadero, luego la opción d) no es válida.

2.3 Cambiar las unidades en que se mide la variable Y afectará a todas las siguientes cantidades a excepción de:

a) El valor estimado para el vector de los β.
b) El SST (Suma Cuadrada Total de la regresión).
c) El R^2.
d) S^2

Respuesta: c

Noten que esto se puede demostrar fácilmente, pues $R^2 = \frac{SSR}{SST}$ y tenemos que $SST = y^T y - n\overline{Y}^2$ y $SSR = \hat{\beta}^T X^T y - n\overline{Y}^2$ (donde $\hat{\beta} = \left(X^T X\right)^{-1} X^T y$). Ahora, multiplicando cada observación del vector y por una constante c (para cambiar las unidades en que está es medida), tendremos:

$$SST_1 = (c\cdot y)^T (c\cdot y) - n\left(c\cdot \overline{Y}\right)^2 = c^2 SST$$

$$SSR_1 = \left[\left(\left(X^T X\right)^{-1} X^T (c\cdot y)\right)^T X^T (c\cdot y)\right] - n\left(c\cdot \overline{Y}\right)^2 = c^2\left[\hat{\beta}^T X^T y - n\overline{Y}^2\right] = c^2 SSR$$

y por tanto tenemos que $R_1^2 = \frac{c^2 SSR}{c^2 SST} = \frac{SSR}{SST} = R^2$.

Q.E.D.

3 (35 puntos)

Una empresa de autobuses intermunicipales desea estimar la demanda de sus tiquetes (D_t en miles de pasajeros), en función de su precio (p_t en miles de pesos) y de la calidad del servicio, evaluada a través de los gastos que la empresa realiza para la mejora del mismo (M_t en millones de pesos). Para ello dispone de datos de los últimos 50 trimestres que se encuentran en el archivo de la compañía. El asistente de gerencia de la firma efectuó los cálculos reportados al final, pero al momento de imprimir los resultados, algunos valores no fueron impresos de manera clara de tal forma que fueron remplazados por "XXXXX". A partir de estos resultados conteste las siguientes preguntas:

a) Escriba el modelo empleado por el asistente en sus cálculos (4 puntos).

El modelo a estimado es:

$$D_t = \gamma_0 + \gamma_1 p_t + \gamma_2 M_t + \varepsilon_t.$$

b) Interprete el significado de los coeficientes estimados (3 puntos (1punto cada uno))).

La interpretación de los coeficientes estimados son:

$\hat{\gamma}_0 = 1319.94131$ son las unidades demandadas que no dependen ni del precio ni del gasto en para mejorar el servicio.

$\hat{\gamma}_1 = 3.12416$. Un aumento en mil pesos de los precios provocará un aumento de la demanda en 3124 pasajeros. (Noten que esto no es lo que se espera según la teoría económica, pero de acuerdo a la significancia individual este coeficiente no es estadísticamente diferente de cero)

$\hat{\gamma}_2 = 0.01552$. Un aumento en 1 millón de pesos en el gasto en mejoramiento del servicio implicará un aumento en 15 pasajeros.

c) A partir de los resultados obtenidos, encuentre o ***deje indicados*** las cantidades que han sido remplazadas por "XXXXX". (8 puntos (4putnos cada uno)).

- t-calculado para b(1):

$$t_c = \frac{\hat{\beta}_1}{S_{\hat{\beta}_1}} = \frac{3.12416}{\sqrt{\frac{8.57940965}{50}}}$$ (Esto era suficiente para obtener crédito por la respuesta)

$$t_c = 7.542$$

- R^2

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{51136623.42404\text{-}9501407.347035}{51136623.42404} = 1 - \frac{9501407.347035}{51136623.42404}$$

(Esto era suficiente para obtener crédito por la respuesta)

Si se deseaba el cálculo exacto corresponde a $R^2 = 0.8142$. Pero se podía aproximar el cálculo por medio de: $R^2 \approx 1 - \frac{9{,}500{,}000}{50{,}000{,}000} \approx 1 - 0.19 \approx 0.81$

d) El asistente sospecha que esta regresión posee problemas de Multicolinealidad. ¿Por qué? Brinde la mayor evidencia que permita llegar a esta conclusión. (7 puntos).

Noten que los t calculados en general no son pequeños, pero si tenemos que

$$|R| = \left| \begin{bmatrix} 1 & 0.8315 \\ 0.8315 & 1 \end{bmatrix} \right| = 0.3086$$

Noten que este determinante es relativamente cercano a cero, mostrando indicios de multicolinealidad, al igual es importante notar que existe una fuerte correlación entre las dos variables dependientes (0.83).

Además podemos constatar este resultado observando la matriz de correlaciones entre los parámetros estimados. En este caso tenemos que esta matriz de correlación es:

$$\begin{bmatrix} 1 & -.8315 & .05411 \\ & 1 & -.5911 \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

donde la primera columna y fila corresponde al estimador de γ_2, y la segunda fila y columna corresponde al estimador de γ_1. Claramente existe una fuerte correlación entre los estimadores de γ_1 y γ_2. Así, existe suficiente evidencia para concluir que existe multicolinelalidad en el modelo.

e) Estudios previos en la industria permiten asegurar con mucha confianza que el parámetro correspondiente a p_t posee un valor poblacional de -0.5. A partir de esta información y del modelo de la parte a), plantee una forma para encontrar estimadores del modelo por medio del método MCO. (5 puntos)

Conociendo esta información, el modelo se puede rescribir como $D_t + 0.5p_t = \gamma_0 + \gamma_2 M_t + \varepsilon_t$, es decir el nuevo modelo será $w_t = \gamma_0 + \gamma_2 M_t + \varepsilon_t$, donde $w_t = D_t + 0.5p_t$. Este nuevo modelo estimado por mínimos cuadrados ordinarios creando una nueva variable. Noten que esto es equivalente a emplear los mínimos cuadrados restringidos donde $R = [0 \quad 1 \quad 0]$ y $C = [-0.5]$. Así el método empleado es el Mínimos Cuadrados Restringidos.

f) El asistente cree que una reforma implementada a partir del tercer trimestre del tercer año de la muestra implicó un aumento en el comportamiento de los pasajeros. En especial, la nueva sobre-tasa a la gasolina impuesta después del período indicado se espera halla provocado un aumento en la demanda media de viajes por de tiquetes ceteris paribus. Escriba un modelo que permita capturar esta hipótesis. Compruebe que su modelo si recoge esta hipótesis y muestre claramente como comprobaría si el asistente tiene o no razón. (8 puntos)

Noten que se espera un "aumento en la demanda media de viajes por de tiquetes ceteris paribus", por tanto no se espera que exista un cambio en las pendientes. Así el modelo será:

$$D_t = \gamma_0 + \gamma_1 p_t + \gamma_2 M_t + \alpha R_t + \varepsilon_t$$

donde

$$R_t = \begin{cases} 1 & si\ t > trimestre\ 15 \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

Por tanto tendremos que;

$$E[D_t] = \begin{cases} (\gamma_0 + \alpha) + \gamma_1 p_t + \gamma_2 M_t & si\ t > trimestre\ 15 \\ \gamma_0 + \gamma_1 p_t + \gamma_2 M_t & o.w. \end{cases}$$

Entonces, para probar la hipótesis del asistente, debemos comprobar la siguiente hipótesis nula que $\alpha \le 0$ versus la hipótesis alterna que $\alpha > 0$. En este caso se rechazará la hipótesis nula si el t-calculado es mayor que el t de la tabla con 47 grados de libertad.

4 (35 puntos)

Una firma de consultorias lo ha contratado a usted para estimar un modelo econométrico que permita predecir la tasa de cambio en un país caribeño. Después de una revisión bibliográfica usted ha llegado a la conclusión que el mejor modelo es el siguiente:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \varepsilon_t \qquad t = 1, 2, ..., 20$$

donde X_{2t} representa el logaritmo del gasto público en millones de dólares, X_{3t} representa el logaritmo del saldo de la balanza comercial en millones de dólares del país, y_t es el logaritmo de la tasas de cambio (cantidad de moneda local por un dólar), y ε_t representa una perturbación aleatoria.

Además usted cuenta con las siguientes observaciones recolectados por su asistente de investigación:

$$\sum_{t=1}^{n} X_{2t} = 0 \quad \sum_{t=1}^{n} X_{3t} = 0 \quad \sum_{t=1}^{n} y_t = 20 \quad \sum_{t=1}^{n} (y_t)^2 = 196 \quad \sum_{t=1}^{n} (X_{2t})^2 = 30$$

$$\sum_{t=1}^{n} (X_{3t})^2 = 20 \quad \sum_{t=1}^{n} y_t \cdot X_{3t} = 10 \quad \sum_{t=1}^{n} y_t \cdot X_{2t} = 10$$

$$\sum_{t=1}^{n} X_{2t} \cdot X_{3t} = 10$$

a) ¿Cuáles propiedades que se deben cumplir, para obtener estimadores MELI (BLUE) para los parámetros β por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? **(5 puntos)**

Se debe cumplir:

Relación lineal entre la variable dependiente y los regresores.

Los regresores deben ser no estocásticos y linealmente independientes entre si

Los errores deben:

- Tener media cero
- Varianza constante
- Y no estar autocorrelacionados

b) Encuentre la matriz $X^T X$. **(5 puntos)**

En este caso tenemos que:

$$X^T X = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \qquad X^T y = \begin{pmatrix} 10 \\ 32 \\ 4 \end{pmatrix}$$

c) Calcule el vector de los estimadores para β por medio del método de máxima verosimilitud. **(10 Puntos)**

Sabemos que $\hat{\beta} = \left(X^T X\right)^{-1} X^T y$ correponde al estimador de los parámetros tanto para el caso del método MCO como para el de máxima verosimilitud. Entonces, dado que:

$$X^T X = \begin{pmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 10 \\ 0 & 10 & 20 \end{pmatrix} \text{ y } \quad X^T y = \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}$$

tendremos que:

$$\left[\begin{array}{ccc|c|ccc} 20 & 0 & 0 & 20 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 10 & 10 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 10 & 20 & 10 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{20} & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 10 & 10 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 10 & 20 & 10 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1/20 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2/10 & 0 & 4/100 & -2/100 \\ 0 & 0 & 1 & 4/10 & 0 & -2/100 & 6/100 \end{array}\right]$$

Y por tanto

$$\left(X^T X\right)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{20} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4}{100} & -\frac{2}{100} \\ 0 & -\frac{2}{100} & \frac{6}{100} \end{pmatrix}$$

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{2}{10} \\ \frac{4}{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} \end{bmatrix}$$

d) Explique el significado de los coeficientes estimados **(3 puntos (1 punto cada uno))**

$\beta hat_2 = \frac{1}{5}$

un aumento del 1% en el gasto público provocará un aumento del 0.2% en la tasa de cambio.

$\beta hat_3 = \frac{2}{5}$

un aumento del 1% en la balanza comercial provocará un aumento del 0.4% en la tasa de cambio.

$\beta hat_1 = 1$,

no tiene interpretación económica clara en este modelo.

e) Estime σ^2 y la matriz de varianzas y covarianzas de los estimadores de β empleando el método de MCO. **(5 Puntos)**

Recuerden que

$$s^2 = \frac{y^T \cdot y - \beta hat^T \cdot X^T \cdot y}{n - k}$$

En este caso $y^T y = 19$€, entonces

$$s^2 = \frac{196 - \left(1 \quad \frac{2}{10} \quad \frac{4}{10}\right) \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}}{20 - 3} = \frac{196 - (26)}{17} = \frac{170}{17} = 1($$

Y la matriz de varianzas y covarianzas de los estimadores MCO es

$$s^2 \cdot \left(X^T X\right)^{-1} = 10 \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{20} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4}{100} & -\frac{2}{100} \\ 0 & -\frac{2}{100} & \frac{6}{100} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4}{10} & -\frac{2}{10} \\ 0 & -\frac{2}{10} & \frac{6}{10} \end{pmatrix}$$

f) Explique como probaría la hipótesis de que la elasticidad de la tasa de cambio con respecto al gasto público y a la balanza comercial son iguales. Simplemente escriba la hipótesis nula y la alterna, muestre la fórmula que emplearía para calcular el estadístico y que números remplazaría en dicha fórmula. Además explique como tomaría la decisión. **(7 Puntos)**

Noten que esto equivale a probar la hipótesis nula $\frac{\beta_2}{\beta_3} = 1$. La cual es equivalente a $\beta_2 = \beta_3$, es decir $\beta_2 - \beta_3 = 0$. Por tanto la hipótesis nula $\frac{\beta_2}{\beta_3} = 1$ es equivalente a $\beta_2 - \beta_3 = 0$. Esta última hipótesis se puede escribir de la forma $R\beta = c$, donde

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad c = 0$$

Entonces sabemos que el F calculado esta dado por

$$F_c = \frac{\dfrac{((C - R\cdot \beta hat))^T \cdot \left(R\left((X)^T \cdot X\right)^{-1} \cdot (R)^T\right) \cdot (C - R\cdot \beta hat)}{r}}{s^2}$$

Ustedes no necesitaban calcular este número. Sólo necesitaban mostrar la anterior fórmula y decir que este F calculado se compara con el F de la tabla con 2 grados de libertad en el númerador y17 grados de libertad en el denominador. En caso que el F calculado es mayor que el F de la tabla se rechaza la hipótesis nula. En caso contrario no se puede rechazar la hipótesis nula.

Resultados de las estimaciones por medio de EasyReg.

```
Dependent variable:
Y = D
Characteristics:
D
  First observation = 1(=1.1)
  Last observation  = 50(=13.2)
  Number of usable observations: 50
  Minimum value: 4.4740260E+003
  Maximum value: 8.2042350E+003
  Sample mean:   6.4242750E+003

X variables:
X(1) = P
X(2) = M
X(3) = 1

Model:
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3)  + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.

OLS estimation results
Parameters   Estimate     t-value    H.C. t-value
                           (S.E.)    (H.C. S.E.)
                          [p-value]  [H.C. p-value]
b(1)        3.12416        XXXX         7.962
                         (0.41423)     (0.39236)
                         [0.00000]     [0.00000]
b(2)        0.01552        0.511        2.857
                         (0.03037)     (0.00543)
                         [0.60923]     [0.00427]
b(3)     1319.94131        3.639        2.281
                         (362.75697)   (578.73690)
                         [0.00027]     [0.02256]

Effective sample size (n):                        50
Variance of the residuals:                 202157.603128
Standard error of the residuals (SER):         449.619398
Residual sum of squares (RSS):               9501407.347035
(Also called SSR = Sum of Squared Residuals)
Total sum of squares (TSS):                 51136623.42404
R-square:                                  XXXX
Adjusted R-square:                             0.8063

Overall F test: F(2,47) = 102.98
p-value = 0.00000
Significance levels:       10%        5%
Critical values:          2.42       3.2
Conclusions:            reject    reject

Test for first-order autocorrelation:
Durbin-Watson test = 2.231774
```

Resultados de las estimaciones por medio de EasyReg. (Cont.)

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 1864.649328
Null hypothesis: The errors are normally distributed
Null distribution: Chi-square(2))
p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 4.61 5.99
Conclusions: reject reject

Breusch-Pagan test = 41.496588
Null hypothesis: The errors are homoskedastic
Null distribution: Chi-square(2)
p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 4.61 5.99
Conclusions: reject reject

Information criteria:
Akaike: 1.22749E+01
Hannan-Quinn: 1.23186E+01
Schwarz: 1.23896E+01

If the model is correctly specified, in the sense that the conditional expectation of the model error U relative to the X variables and all lagged dependent (Y) variables and lagged X variables equals zero, then the OLS parameter estimators b(1),..,b(3), minus their true values, times the square root of the sample size n, are (asymptotically) jointly normally distributed with zero mean vector and variance matrix:

8.57940965E+00 -5.23035900E-01 -4.44093177E+03
-5.23035900E-01 4.61179483E-02 2.98087647E+01
-4.44093177E+03 2.98087647E+01 6.57963103E+06

provided that the conditional variance of the model error U is constant (U is homoskedastic), or

7.69731590E+00 -1.00620634E-01 -1.13534010E+04
-1.00620634E-01 1.47620583E-03 1.48115341E+02
-1.13534010E+04 1.48115341E+02 1.67468202E+07

if the conditional variance of the model error U is not constant (U is heteroskedastic).

****

Variables:
X(1)=M
X(2)=P
First chosen observation: t = 1 (=1.1)
Last chosen observation: t = 50 (=13.2)

Variable	Sample mean	Sample standard error
X(1)	16929.2000000	3807.2030764
X(2)	1549.7000000	279.1337365

Resultados de las estimaciones por medio de EasyReg. (Cont.)

Sample variance matrix
1.44947953E+07 8.83662000E+05
8.83662000E+05 7.79156429E+04
Eigenvalues:
14548756.0931465 23954.8150167
Orthogonal matrix of eigenvectors:
0.9981407 -0.0609515
0.0609515 0.9981407
Standardized eigenvectors:
1.0000000 -0.0610650
0.0610650 1.0000000

Sample correlation matrix
1.0000000 0.8315106
0.8315106 1.0000000
Eigenvalues:
1.8300000 0.1600000
Orthogonal matrix of eigenvectors:
0.7071068 0.7071068
0.7071068 -0.7071068
Standardized eigenvectors:
1.0000000 1.0000000
1.0000000 -1.0000000

$$Var(b) = \begin{bmatrix} 1 & -.8315 & .05411 \\ & 1 & -.5911 \\ & & 1 \end{bmatrix}$$