

Econometría 06216
Examen Parcial #1
Cali, Sábado 26 de Febrero de 2011

Profesores: Julio César Alonso - Carlos Giovanni González

Estudiante: _____

Código: _____

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **6** páginas; además, deben tener 2 páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas está expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. **NO** responda en las hojas de preguntas. No se dará crédito por respuestas consignadas en las hojas de preguntas.
5. El examen está diseñado para dos horas, pero ustedes tienen 3 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. El uso de calculadoras está prohibido.
8. No se aceptarán reclamos de exámenes no escritos a lapicero (escritos a lápiz).
9. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las hojas de preguntas.
10. ¡Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1. Falso o Verdadero (25 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

- A. Si el producto de dos matrices AB **NO** existe, entonces BA tampoco existirá.
- B. Al comparar dos estimadores lineales consistentes de α (un parámetro que representa una pendiente de un modelo lineal), por ejemplo $\hat{\alpha}$ y $\tilde{\alpha}$, se encuentra que $\hat{\alpha}$ tiene menor varianza que $\tilde{\alpha}$. Un estudiante del curso de econometría afirma que: “ $\hat{\alpha}$ no puede ser el estimador MCO de α ” ¿Es esta afirmación cierta?
- C. Diga si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: “El siguiente modelo puede ser estimado por MCO”: $y_i = \frac{1}{g_i} + \ln(\gamma \cdot x_i^\theta) + \varphi w_i + \varepsilon_i$.
- D. Un estudiante del curso de econometría el semestre pasado afirmó: “Dado X y Z son dos variables y que $X \neq Z$, entonces no es posible que $Cov[X, Z] = Var[Z]$ ” ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?
- E. Otro estudiante al momento de prepararse para su parcial encontró una matriz $X^T X$, pero no encontró el modelo al cual pertenecía esta muestra.

$$X^T X = \begin{bmatrix} 10 & 5 & 20 & 40 \\ 5 & 5 & 15 & 35 \\ 20 & 15 & 20 & 25 \\ 40 & 35 & 25 & 30 \end{bmatrix}$$

El estudiante le afirma a su amigo, que no tenía mucho tiempo para estudiar, que “La anterior matriz $X^T X$ podría corresponder a un modelo con intercepto, con una variable dummy y con 10 observaciones.” ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

2. Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación. Consigne su respuesta en la hoja de respuestas suministrada.)

- 2.1. Un estudiante de economía que no ha aprobado el curso de econometría está seguro que la tabla ANOVA **no** permite:

- a. Obtener el R-cuadrado de un modelo de regresión
- b. Conocer si el modelo de regresión tiene intercepto.
- c. Analizar la significancia global de los coeficientes
- d. Ninguna de las anteriores

2.2.El gerente de ventas de la empresa de computadores (A) desea saber que sucedería con las unidades vendidas de computadores ante un aumento de 1 por ciento en el porcentaje de descuento a mayoristas. Para ello cuenta con la siguiente información: y_i representa las unidades vendidas de computadores en la ciudad i ; X_{1i} representa el precio unitario de los computadores en pesos en la ciudad i ; y X_{2i} representa el porcentaje de descuento que se otorga al mayorista en la ciudad i . ¿Cuál de los siguientes modelos le permitiría estimar dicho efecto?:

- a. $Ln(y_i) = sen^2(\alpha x_{1i}) + cos^2(\alpha x_{1i}) + \beta_1 \ln(x_{2i}) + \varepsilon_i$
- b. $e^{y_i} = \frac{1}{(e^{\alpha_0 + \alpha_1 Ln(X_{1i}) + \alpha_2 Ln(X_{2i}) + \varepsilon_i})^{-1}}$
- c. $Log Y_i = \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 Ln(X_{1i}) + Ln(X_{2i})} + \varepsilon_i$
- d. Ninguna de las anteriores

2.3.Un econométra destacado escribe en un documento de trabajo “Sabemos que los supuestos del modelo de regresión múltiple son: 1). La relación entre Y y X es lineal. 2). Las X’s son no estocásticas y linealmente dependientes entre sí. 3).i.

$$E[\varepsilon] = 0_{n \times 1} \quad \text{ii. } var[e_j] = \gamma^2 \quad \text{iii. } E[\varepsilon_i, \varepsilon_j] = 0 \quad i \neq j$$

De ii y iii, tenemos:

$$E[\varepsilon^T, \varepsilon] = \begin{bmatrix} \gamma^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \gamma^2 \end{bmatrix},,$$

El econométra posiblemente cometió un error. Identifique en cuál de los supuestos lo cometió:

- a. Supuesto 1
- b. Supuesto 2
- c. Supuesto 3
- d. Ninguna de las anteriores

3. (30 Puntos)

La Facultad está interesada en estimar cuáles son los determinantes de las horas dedicadas a realizar actividad física de sus trabajadores. Para escribir el modelo los investigadores cuentan con las siguientes variables recogidas a 100 empleados directos: (*lndeport*): logaritmo del número de horas semanales dedicadas a realizar actividad física; (*edad*): variable continua que mide la edad en años; (*educ*): mide los años de educación y (*sexo*): que toma el valor uno si el empleado es mujer.

Dos jóvenes vinculados a la Maestría en economía de la Facultad deciden proponer el modelo que se debe estimar para realizar la investigación: (i) El primero, quien es monitor de investigación, decide escribir el modelo de acuerdo a la información del enunciado. (ii) El segundo, quien es un joven investigador, decide basarse en el enunciado y proponer un modelo donde el efecto de la educación y la edad sobre las horas dedicadas a realizar actividad física dependa del género.

- a. Escriba correctamente los dos modelos propuestos por los jóvenes vinculados a la Maestría. **(5 puntos en total, 2.5 por cada modelo)**
- b. Teniendo en cuenta los resultados que se presentan en la Tabla 1: Salida EasyReg. ¿Cuál es la **diferencia aproximada** entre las horas de actividad física semanal de las mujeres frente a los hombres? ¿Es esta diferencia estadísticamente significativa? **(5 puntos en total)**
- c. Interprete los coeficientes del modelo estimado teniendo en cuenta su significancia. Los resultados se presentan en la Tabla 1: Salida EasyReg. **(7 puntos en total, 2 por cada pendiente y 1 por el intercepto).**
- d. Encuentre los valores que fueron reemplazados por “XXX”. No es necesario efectuar el cálculo, pero sí mostrar con qué cantidades se puede encontrar dicho número. **(6 puntos en total, 2 puntos cada uno).**
- e. ¿Qué tan bueno es el modelo estimado? **(3 puntos en total)**
- f. Otro investigador propone estimar dos modelos lineales diferentes para hombres y para mujeres y no estimar el modelo reportado en la Tabla 1. Explique si el modelo propuesto por el joven investigador es más adecuado que esta nueva propuesta o no. Justifique su respuesta. **(4 puntos en total)**

1 (30 puntos)

El jefe de la división de planeación del departamento de mercadeo de un banco comercial espera que la demanda por el nuevo producto (CDTs la pirámide) se comporte de la siguiente manera:

$$y_t = \alpha_1 X_{1,t} + \alpha_2 X_{2,t} + \alpha_3 X_{3,t} + \varepsilon_t \tag{1}$$

donde y_t representa las captaciones diarias (las captaciones son medidas en miles de millones de pesos). $X_{1,t} = X_{2,t}^0$. Además, $X_{2,t}$ y $X_{3,t}$ representa el inverso de la tasa de interés de los CDTs la pirámide en el día t y el logaritmo de la tasa de interés de los CDTs del Banco competidor en el día t . Además, definamos a R_t y i_t como la tasa de interés de los CDTs la pirámide en el día t y la tasa de interés de los CDTs del Banco competidor en el día t , respectivamente. Finalmente, ε_t representa un término de error del que se sabe que $Var[\varepsilon_t] = 5$.

Los economistas de la división de planeación ya han recogido un buen número de observaciones diarias y se han efectuado los siguientes cálculos:

$$X^T X = \begin{bmatrix} 100 & 20 & 0 \\ 20 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \qquad X^T y = \begin{bmatrix} 60 \\ 10 \\ 30 \end{bmatrix}$$

- a) ¿Qué características debe tener ε_t para obtener estimadores insesgados por el método de MCO para las pendientes y el intercepto del modelo (1)? **(2 puntos)**
- b) Encuentre los estimadores de los coeficientes del modelo por el método de MCO. **(6 Puntos)**.
- c) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados en términos de las variables R_t e i_t , cuando sea posible. **(6 Puntos)**
- d) En la última reunión del departamento de planeación, el director de mercadeo argumentó que: “yo estoy empezando a creer que los CDTs del Banco competidor son un bien complementario a nuestro nuevo producto.” Pruebe si esto es verdad o no. Sea lo más claro posible y muestre todos sus cálculos. **(8 Puntos)**
- e) En la misma reunión, el director de estudios económicos argumentó que: “Yo creo que la elasticidad precio de nuestra demanda pasó de ser unitaria antes de la última reforma que cambio el impuesto del tres por mil a los depósitos a cuatro por mil a ser una elasticidad de dos.” Muestre como puede probar la hipótesis de dicho director. Sea lo más claro posible, y muestre cómo se emplea el modelo para lograr el fin, qué fórmulas emplearía, así como la manera en que tomaría la decisión. Para esta pregunta no necesita realizar cálculos. **(8 Puntos)**

Tabla 1 Resultados del modelo estimado EasyReg

Dependent variable: Y = ln(deport)			
Characteristics:			
First observation = 1(=1)			
Last observation = 17(=100)			
Number of usable observations: 100			
X variables:			
X(1) = sexo			
X(2) = edad			
X(3) = educ			
X(4) = 1			
Model:			
Y = b(1)X(1) +.....+ b(4)X(4) + U,			
where U is the error term, satisfying			
E[U X(1),...,X(4)] = 0.			
OLS estimation results			
Parameters	Estimate	XXX	H.C.
	(S.E.)	(H.C. S.E.)	
	[p-value]	[H.C. p-value]	
b(1)	0.07	12.449	0.530
		(0.72193)	(0.61102)
		[0.0000]	[0.59605]
b(2)	-0.012	- 0.754	-3.961
		(XXX)	(0.00708)
		[0.14080]	[0.00007]
b(3)	0.0097	2.891	4.325
		(0.01340)	(0.00896)
		[0.00384]	[0.00002]
b(4)	1.2585	0.313	1.618
		(5.45921)	(4.43286)
		[0.12544]	[0.10577]
Notes:			
1: S.E. = Standard error			
Effective sample size (n):	100		
Variance of the residuals:	0.03624123		
Standard error of the residuals (SER):	0.1903713		
Residual sum of squares (RSS):	0.47113602		
(Also called SSR = Sum of Squared Residuals)			
Total sum of squares (TSS):	4.42150588		
R-square:	0.8434		
Adjusted R-square:	0.8289		
Overall F test: XXX = 36.33			
p-value = 0.00000			
Significance levels:	10%	5%	
Critical values:	2.56	3.41	
Conclusions:	reject	reject	

Econometría 06216
Examen Parcial #1
Respuestas Sugeridas
Cali, Sábado 26 de Febrero de 2011

Profesores: Julio César Alonso - Carlos Giovanni González

Estudiante: _____

Código: _____

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **6** páginas; además, deben tener 2 páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas está expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. **NO** responda en las hojas de preguntas. No se dará crédito por respuestas consignadas en las hojas de preguntas.
5. El examen está diseñado para dos horas, pero ustedes tienen 3 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. El uso de calculadoras está prohibido.
8. No se aceptarán reclamos de exámenes no escritos a lapicero (escritos a lápiz).
9. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las hojas de preguntas.
10. ¡Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1. Falso o Verdadero (25 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

A. Si el producto de dos matrices AB **NO** existe, entonces BA tampoco existirá.
 Falso. Un contra ejemplo basta para demostrar que esta afirmación es falsa. Por ejemplo supongamos que A es $m \times m$ y B es $n \times m$ y $n \neq m$, AB no existe, pero BA si existe

B. Al comparar dos estimadores lineales consistentes de α (un parámetro que representa una pendiente de un modelo lineal), por ejemplo $\hat{\alpha}$ y $\tilde{\alpha}$, se encuentra que $\hat{\alpha}$ tiene menor varianza que $\tilde{\alpha}$. Un estudiante del curso de econometría afirma que: “ $\hat{\alpha}$ no puede ser el estimador MCO de α ” ¿Es esta afirmación cierta?
 Falso, al encontrar que $\hat{\alpha}$ es consistente, este podría ser insesgado. Y al este tener una varianza más pequeña que $\tilde{\alpha}$ podría ser que $\hat{\alpha}$ sea el estimador MELI.

C. Diga si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: “El siguiente modelo puede ser estimado por MCO”: $y_i = \frac{1}{g_i} + \ln(\gamma \cdot x_i^q) + \varphi w_i + \varepsilon_i$.

Verdadero, el modelo podría reparametrizarse como sigue:

$$y_i = \frac{1}{g_i} + \ln(g \cdot x_i^q) + j w_i + e_i$$

$$y_i - \frac{1}{g_i} = \ln(g) + q \ln(x_i) + j w_i + e_i$$

$$z_i = g_1 + q \ln(x_i) + j w_i + e_i$$

donde

$$z_i = y_i - \frac{1}{g_i}$$

$$g_1 = \ln(g)$$

D. Un estudiante del curso de econometría el semestre pasado afirmó: “Dado X y Z son dos variables y que $X \neq Z$, entonces no es posible que $Cov[X,Z]=Var[Z]$ ” ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

Verdadero, pues la única forma que ésto ocurra es que ambas variables fuesen aleatorias e iguales.

- E. Otro estudiante al momento de prepararse para su parcial encontró una matriz $X^T X$, pero no encontró el modelo al cual pertenecía esta muestra.

$$X^T X = \begin{bmatrix} 10 & 5 & 20 & 40 \\ 5 & 5 & 15 & 35 \\ 20 & 15 & 20 & 25 \\ 40 & 35 & 25 & 30 \end{bmatrix}$$

El estudiante le afirma a su amigo, que no tenía mucho tiempo para estudiar, que “La anterior matriz $X^T X$ podría corresponder a un modelo con intercepto, con una variable dummy y con 10 observaciones.” ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

Verdadero. El modelo podría ser $y_i = \beta_1 + \beta_2 D_i + \beta_3 X_{1i} + \beta_4 X_{2i} + \varepsilon_i$.

2. Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación. Consigne su respuesta en la hoja de respuestas suministrada.)

- 2.1. Un estudiante de economía que no ha aprobado el curso de econometría está seguro que la tabla ANOVA **no** permite:
- Obtener el R-cuadrado de un modelo de regresión
 - Conocer si el modelo de regresión tiene intercepto.
 - Analizar la significancia global de los coeficientes
 - Ninguna de las anteriores

Respuesta sugerida: d

- 2.2. El gerente de ventas de la empresa de computadores (A) desea saber que sucedería con las unidades vendidas de computadores ante un aumento de 1 por ciento en el porcentaje de descuento a mayoristas. Para ello cuenta con la siguiente información: y_i representa las unidades vendidas de computadores en la ciudad i ; X_{1i} representa el precio unitario de los computadores en pesos en la ciudad i ; y X_{2i} representa el porcentaje de descuento que se otorga al mayorista en la ciudad i . ¿Cuál de los siguientes modelos le permitiría estimar dicho efecto?:

a. $\ln(y_i) = \sin^2(\alpha x_{1i}) + \cos^2(\alpha x_{1i}) + \beta_1 \ln(x_{2i}) + \varepsilon_i$

- b. $e^{y_i} = \frac{1}{(e^{\alpha_0 + \alpha_1 \ln(X_{1i}) + \alpha_2 \ln(X_{2i}) + \varepsilon_i})^{-1}}$
 c. $\text{Log } Y_i = \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 \ln(X_{1i}) + \ln(X_{2i})} + \varepsilon_i$
 d. Ninguna de las anteriores

Respuesta sugerida: b

- 2.3. Un econométra destacado escribe en un documento de trabajo “Sabemos que los supuestos del modelo de regresión múltiple son: 1). La relación entre Y y X es lineal. 2). Las X’s son no estocásticas y linealmente dependientes entre sí. 3). i. $E[\varepsilon] = 0_{n \times 1}$ ii. $\text{var}[e_j] = \sigma^2$ iii. $E[\varepsilon_i, \varepsilon_j] = 0 \quad i \neq j$

De ii y iii, tenemos:

$$E[\varepsilon^T, \varepsilon] = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \sigma^2 \end{bmatrix},$$

El econométra posiblemente cometió un error. Identifique en cuál de los supuestos lo cometió:

- a. Supuesto 1
 b. Supuesto 2
 c. Supuesto 3
 d. Ninguna de las anteriores

Respuesta sugerida: b

3. (30 Puntos)

La Facultad está interesada en estimar cuáles son los determinantes de las horas dedicadas a realizar actividad física de sus trabajadores. Para escribir el modelo los investigadores cuentan con las siguientes variables recogidas a 100 empleados directos: (*lndeport*): logaritmo del número de horas semanales dedicadas a realizar actividad física; (*edad*): variable continua que mide la edad en años; (*educ*): mide los años de educación y (*sexo*): que toma el valor uno si el empleado es mujer.

Dos jóvenes vinculados a la Maestría en economía de la Facultad deciden proponer el modelo que se debe estimar para realizar la investigación: (i) El primero, quien es monitor de investigación, decide escribir el modelo de acuerdo a la información del enunciado. (ii) El segundo, quien es un joven investigador, decide basarse en el enunciado y proponer un

modelo donde el efecto de la educación y la edad sobre las horas dedicadas a realizar actividad física depende del género.

- a. Escriba correctamente los dos modelos propuestos por los jóvenes vinculados a la Maestría. **(5 puntos en total, 2.5 por cada modelo)**

Modelo i: Monitor de investigación

$$\ln(\text{deport}_i) = \beta_1 + \beta_2 \text{sexo}_i + \beta_3 \text{edad}_i + \beta_4 \text{educ}_i + \varepsilon_i$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, 100.$$

$$\text{sexo}_i = \begin{cases} 1 & : \text{si el empleado es mujer} \\ 0 & : \text{o.w} \end{cases}$$

Modelo ii: Joven investigador

$$\ln(\text{deport}_i) = \alpha_1 + \alpha_3 \text{edad}_i + \alpha_4 \text{educ}_i + \alpha_5 (\text{edad} * \text{sexo})_i + \alpha_6 (\text{educ} * \text{sexo})_i + \mu_i$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, 100.$$

$$\text{sexo}_i = \begin{cases} 1 & : \text{si el empleado es mujer} \\ 0 & : \text{o.w} \end{cases}$$

- b. Teniendo en cuenta los resultados que se presentan en la Tabla 1: Salida EasyReg. ¿Cuál es la **diferencia aproximada** entre las horas de actividad física semanal de las mujeres frente a los hombres? ¿Es esta diferencia estadísticamente significativa? **(5 puntos en total)**

Según la tabla 1. se estima que una mujer en promedio dedicadas a realizar actividad física en $e^{0.07} \approx 1.07$ horas más que los hombres (4 puntos) El p-valor del coeficiente asociado a sexo es 0.000, por lo que concluimos que la diferencia es significativa (se debe escribir la hipótesis, usar el criterio y concluir) 1 punto.

- c. Interprete los coeficientes del modelo estimado teniendo en cuenta su significancia. Los resultados se presentan en la Tabla 1: Salida EasyReg. **(7 puntos en total, 2 por cada pendiente y 1 por el intercepto).**

$\hat{\beta}_1 = 1.2585$ Es el valor del logaritmo de las horas trabajadas que no depende del sexo, la edad ni los años de educación. No es significativo. Noten que al ser este logaritmo cero, quiere decir que el número de horas dedicada por los hombres al ejercicio que no depende de la edad ni los años de educación es de uno.

$\hat{\beta}_2 = 0.07$ Ser mujer aumenta en promedio aumenta el número de horas semanales dedicadas a realizar actividad física en $e^{0.07} \approx 1.07$ (ceteris paribus). Significativo al 99%.

$\hat{\beta}_3 = -0.012$ la edad no tiene efecto sobre el número de horas semanales dedicadas a realizar actividad física. **No es significativo**

$\hat{\beta}_4 = 0.0097$ Ante un aumento de un año de educación se espera que en promedio el número de horas semanales dedicadas a realizar actividad física aumente en un 0.97 (0.0097*100) por ciento. Significativo al 99%.

- d. Encuentre los valores que fueron reemplazados por “XXX”. No es necesario efectuar el cálculo, pero sí mostrar con qué cantidades se puede encontrar dicho número. **(6 puntos en total, 2 puntos cada uno).**

XXX= corresponde al valor t: **t-value**

XXX= Es el error estandar de $\hat{\beta}_2$.

$$ee_{\hat{\beta}_2} = \frac{\hat{\beta}_2}{t} = \frac{-0.012}{-0.754} = 0.01591$$

XXX= Son los grados de libertad (k-1/n-k): **F(3, 96)**

- e. ¿Qué tan bueno es el modelo estimado? **(3 puntos en total)**

Para probar que tan bueno es el modelo se plantean las siguientes hipótesis a contrastar $H_0: \beta_2 = \beta_2 = \beta_2 = 0$ vs $H_a: No H_0$. Esto se puede comprobar mediante una prueba F, donde el valor-p=0.0000, dado que éste es menor a un nivel de significancia de 1%, entonces se rechaza la hipótesis, por lo que el modelo es significativo en su conjunto. (1 punto).

Ahora bien, R^2 el indica que el 84,34% de la variabilidad de la variable dependiente es explicada por el modelo. (1 punto) Por tanto se puede concluir que el modelo presenta un buen ajuste. . (1 punto)

- f. Otro investigador propone estimar dos modelos lineales diferentes para hombres y para mujeres y no estimar el modelo reportado en la Tabla 1. Explique si el modelo propuesto por el joven investigador es más adecuado que esta nueva propuesta o no. Justifique su respuesta. **(4 puntos en total)**

El nuevo modelo implica suponer que las varianzas son diferentes para la regresión de los hombres y las mujeres. La diferencia entre las dos opciones, es que la última puede ser adecuada si se tiene un número suficientemente grande de datos tanto para hombres como para las mujeres. Pero por otro lado, la última aproximación no nos permitiría hacer inferencia para comparar los coeficientes de las dos regresiones; mientras que al

aproximación del joven investigador si lo permite. Por eso esta última aproximación no es tan buena.

También era importante discutir la diferencia en el tratamiento del intercepto.

1 (30 puntos)

El jefe de la división de planeación del departamento de mercadeo de un banco comercial espera que la demanda por el nuevo producto (CDTs la pirámide) se comporte de la siguiente manera:

$$y_t = \alpha_1 X_{1,t} + \alpha_2 X_{2,t} + \alpha_3 X_{3,t} + \varepsilon_t \quad (1)$$

donde y_t representa las captaciones diarias (las captaciones son medidas en miles de millones de pesos). $X_{1,t} = X_{2,t}^0$. Además, $X_{2,t}$ y $X_{3,t}$ representa el inverso de la tasa de interés de los CDTs la pirámide en el día t y el logaritmo de la tasa de interés de los CDTs del Banco competidor en el día t . Además, definamos a R_t y i_t como la tasa de interés de los CDTs la pirámide en el día t y la tasa de interés de los CDTs del Banco competidor en el día t , respectivamente. Finalmente, ε_t representa un término de error del que se sabe que $Var[\varepsilon_t] = 5$.

Los economistas de la división de planeación ya han recogido un buen número de observaciones diarias y se han efectuado los siguientes cálculos:

$$X^T X = \begin{bmatrix} 100 & 20 & 0 \\ 20 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad X^T y = \begin{bmatrix} 60 \\ 10 \\ 30 \end{bmatrix}$$

- a) ¿Qué características debe tener ε_t para obtener estimadores insesgados por el método de MCO para las pendientes y el intercepto del modelo (1)? **(2 puntos)**

Se debe cumplir únicamente que el error tenga media cero

Se quitará un punto si se incluyen otros supuestos.

- b) Encuentre los estimadores de los coeficientes del modelo por el método de MCO. **(6 Puntos)**.

En este caso tenemos que:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y = \begin{bmatrix} 1/60 & -1/30 & 0 \\ -1/30 & 1/6 & 0 \\ 0 & 0 & 1/5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 60 \\ 10 \\ 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 \\ -1/3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

- c) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados en términos de las variables R_t e i_t , cuando sea posible. **(6 Puntos)**

Noten que el correspondiente modelo es: $\text{captaciones}_t = y_t = \alpha_1 + \alpha_2 \frac{1}{R_t} + \alpha_3 \ln(i_t) + \varepsilon_t$

$\hat{\alpha}_1 = 2/3$. Carece de interpretación económica (2 puntos)

$\hat{\alpha}_2 = -1/3$ Un aumento de un uno por ciento en la tasa de interés de los CDTs la pirámide en el día t provoca un aumento de las captaciones de $10/3 \frac{1}{R_t}$ millones de pesos. (2 puntos)

$$\frac{\partial y_t}{\partial R_t} = -\alpha_2 \frac{1}{R_t^2}$$

$$\frac{\partial y_t}{\Delta \% R_t} = -\frac{\alpha_2}{100} \frac{1}{R_t}$$

$\hat{\alpha}_3 = 6$. Un aumento del uno por ciento en la tasa de interés de los CDTs del Banco competidor en el día t, implica que la captación disminuirá en 60 millones de pesos (6/100 miles de millones de pesos). (2 puntos)

$$\frac{\partial y_t}{\partial i_t} = \alpha_3 \frac{1}{i_t}$$

$$\frac{\partial y_t}{\Delta \% i_t} = \frac{\alpha_3}{100}$$

- d) En la última reunión del departamento de planeación, el director de mercadeo argumentó que: “yo estoy empezando a creer que los CDTs del Banco competidor son un bien complementario a nuestro nuevo producto.” Pruebe si esto es verdad o no. Sea lo más claro posible y muestre todos sus cálculos. **(8 Puntos)**

Noten que en este caso, queremos probar que $\alpha_3 > 0$. Por tanto las hipótesis nula y alternas serán:

$$H_0 : \alpha_3 \leq 0 \text{ V.s. } H_A : \alpha_3 > 0 \text{ (3 puntos)}$$

En este caso sabemos que la varianza del error es 5 ($\text{Var}[\varepsilon_t] = 5$). Por tanto no será necesario estimar la varianza del error y podremos emplear directamente la distribución normal para realizar nuestra inferencia (1 punto. En este caso, el estadístico será:

$$t_c = \frac{\hat{\alpha}_3}{\sigma_{\hat{\alpha}_3}} = \frac{6}{\sqrt{5 \frac{1}{5}}} = \frac{6}{1} = 6 \text{ (3 puntos)}$$

Este estadístico es relativamente grande, y por tanto podemos rechazar la hipótesis nula. Es decir, con un 99% de confianza podemos concluir que el director de mercado tiene razón. (1 punto)

- e) En la misma reunión, el director de estudios económicos argumentó que: “Yo creo que la elasticidad precio de nuestra demanda pasó de ser unitaria antes de la última reforma que cambio el impuesto del tres por mil a los depósitos a cuatro por mil a ser una elasticidad de dos.” Muestre como puede probar la hipótesis de dicho director. Sea lo más claro posible, y muestre cómo se emplea el modelo para lograr el fin, qué fórmulas emplearía, así como la manera en que tomaría la decisión. Para esta pregunta no necesita realizar cálculos. **(8 Puntos)**

Para probar esta afirmación podemos crear una variable dummy de la siguiente manera:

$$D_t = \begin{cases} 1 & \text{si } t > \text{aumento del tributo} \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$$

El respectivo modelo será:

$$y_t = \alpha_1 + \alpha_2 X_{2,t} + \alpha_3 X_{3,t} + \gamma D_t X_{2,t} + \varepsilon_t$$

(1 punto por el modelo y 1 punto por mostrar que el modelo si recoge la hipótesis (es decir por calcular el valor esperado del modelo).

Así la afirmación del director equivale a

elasticidad antes del aumento del tributo = 1

y

elasticidad despues del aumento del tributo = 2

Es decir, la hipótesis nula será:

$$\frac{D\% y_t}{D\% R_t} = - \frac{a_2}{100 \bar{R}_{\text{antes del aumento del tributo}}} \frac{1}{\bar{y}_{\text{antes del aumento del tributo}}} \frac{100}{1} = 1$$

$$\frac{D\% y_t}{D\% R_t} = - \frac{(a_2 + g)}{100 \bar{R}_{\text{despues del aumento del tributo}}} \frac{1}{\bar{y}_{\text{despues del aumento del tributo}}} \frac{100}{1} = 2$$

Versus la hipótesis alterna no H_o . **(4 puntos por plantear la Ho y la Ha. Incluye escribir bien la forma R y C.)**

Esta hipótesis se puede escribir de la forma $R\beta = C$ donde:

$$R = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{\bar{R}_{\text{antes del aumento del tributo}}} & \frac{1}{\bar{y}_{\text{antes del aumento del tributo}}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{\bar{R}_{\text{despues del aumento del tributo}}} & \frac{1}{\bar{y}_{\text{despues del aumento del tributo}}} & 0 & \frac{-1}{\bar{R}_{\text{despues del aumento del tributo}}} & \frac{1}{\bar{y}_{\text{despues del aumento del tributo}}} \end{bmatrix}$$

y $C = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

Esto implica el siguiente F calculado:

$$F_c = \frac{(c - R\hat{\beta})^T (R(X^T X)^{-1} R^T)^{-1} (c - R\hat{\beta}) / r}{SSE/n - k}$$

(1 punto)

Este estadístico se debe comparar con el F de la tabla con 2 grados de libertad en el numerador y 96 (100-4) grados de libertad en el denominador y con un nivel de significancia del 1%, 5% o 10% por ciento. Se rechazará si el $F_{\text{calculado}}$ es mayor que el de la tabla. **(1 punto)**

Tabla 1 Resultados del modelo estimado EasyReg

Dependent variable:			
Y = ln(deport)			
Characteristics:			
First observation = 1(=1)			
Last observation = 17(=100)			
Number of usable observations: 100			
X variables:			
X(1) = sexo			
X(2) = edad			
X(3) = educ			
X(4) = 1			
Model:			
Y = b(1)X(1) ++ b(4)X(4) + U,			
where U is the error term, satisfying			
E[U X(1),...,X(4)] = 0.			
OLS estimation results			
Parameters	Estimate	XXX	H.C.
	(S.E.)	(H.C. S.E.)	
	[p-value]	[H.C. p-value]	
b(1)	0.07	12.449	0.530
		(0.72193)	(0.61102)
		[0.0000]	[0.59605]
b(2)	-0.012	- 0.754	-3.961
		(XXX)	(0.00708)
		[0.14080]	[0.00007]
b(3)	0.0097	2.891	4.325
		(0.01340)	(0.00896)
		[0.00384]	[0.00002]
b(4)	1.2585	0.313	1.618
		(5.45921)	(4.43286)
		[0.12544]	[0.10577]
Notes:			
1: S.E. = Standard error			
Effective sample size (n):	100		
Variance of the residuals:	0.03624123		
Standard error of the residuals (SER):	0.1903713		
Residual sum of squares (RSS):	0.47113602		
(Also called SSR = Sum of Squared Residuals)			
Total sum of squares (TSS):	4.42150588		
R-square:	0.8434		
Adjusted R-square:	0.8289		
Overall F test: XXX = 36.33			
p-value = 0.00000			
Significance levels:	10%	5%	
Critical values:	2.56	3.41	
Conclusions:	reject	reject	

