UNIVERSIDAD ICESI
Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES. Grupo 07 Profesor: Hendel Yaker A.

PRIMER EXAMEN PARCIAL 24 de febrero de 2009

1. (24 puntos)

   (a) Utilice inducción para probar que $1+2+3+...+n = \dfrac{n(n+1)}{2}$ (2 puntos). Utilice este resultado para determinar la convergencia o divergencia de la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+2+3+...+n}$ (6 puntos)

   (b) Determine si la siguiente sucesión converge o diverge:

   $$\tfrac{1}{e},\ \tfrac{1}{e}+\tfrac{2}{e^2},\ \tfrac{1}{e}+\tfrac{2}{e^2}+\tfrac{3}{e^3},\ \tfrac{1}{e}+\tfrac{2}{e^2}+\tfrac{3}{e^3}+\tfrac{4}{e^4},\ \ldots$$

   (c) Utilice sus conocimientos sobre series para probar que $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{n^2}{n!} = 0$

2. .

   (a) (16 puntos) Determine la convergencia o divergencia de las series:

   $$\text{i)} \sum_{n=1}^{\infty} ne^{-n} \qquad \text{ii)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^n}{(n^n)^2}$$

   (b) (6 puntos) Determine si la siguiente serie converge condicionalmente o absolutamente, o diverge:

   $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sen}[(2n-1)\pi/2]}{n}$$

3. (30 puntos) Determine la **suma** de las siguientes series:

   $$\text{i)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n + 2n}{n5^n} \qquad \text{ii)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1}\frac{1}{n!} \qquad \text{iii)} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!}$$

4. (20 puntos).

   (a) Halle una serie de potencias centrada en cero para la función $f(x) = \ln(2-x)$. Determine el radio y el intervalo de convergencia de la serie.

   (b) Utilice series para dar un valor aproximado de la integral $\displaystyle\int_0^1 \frac{\text{sen}(x^2)}{x}\,dx$

5. (24 puntos) En cada uno de los siguientes casos determine si el enunciado es cierto o falso. Justifique claramente su respuesta:

(a) Si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ converge, entonces $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge.

(b) La serie $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{8} - \frac{1}{27} + \ldots + \frac{1}{2^n} - \frac{1}{3^n} + \ldots$ es divergente

(c) Si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} c_n x^n$ tiene un radio de convergencia de R, entonces la serie $\sum_{n=1}^{\infty} c_n x^{3n}$ tiene un radio de convergencia de R^3

(d) La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(x+1)^n}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}$ converge en el intervalo $(-3, 1)$.

NOTA: Se califica sobre 100 puntos