UNIVERSIDAD ICESI

Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

EXAMEN FINAL DE TEORÍA DE PROBABILIDADES 08131 período 082
Cali, Noviembre 21 de 2008.

1. Los siguientes datos corresponden al arreglo ordenado del tiempo en minutos que una muestra de empleados de una empresa A que toman de descanso a la hora del refrigerio de la mañana.

16	17	18	18	18	19	19	19
20	20	20	21	21	21	22	22
22	23	23	23	24	25	25	25
25	26	27	27	27	28	28	30

   a. Construya el diagrama de cajas y bigotes de estos datos
   b. Describa cuál es la forma de estos datos.
   c. En otra empresa B, se tiene que el promedio descanso a la hora del refrigerio de la mañana es de 15 minutos con una desviación estándar de 2.5 minutos. ¿En cuál de las dos empresas se puede decir que hay menor variabilidad en el tiempo que los empleados se gastan a la hora del descanso?

(10%)

2. El numero de personas que llegan a la estación del MIO sigue un Proceso de Poisson con parámetro $\lambda = 9$ personas por minuto.
   a. ¿Cuál es la probabilidad de que en 9 minutos, hayan llegado como máximo 90 personas?
   b. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo entre la llegada de dos personas exceda en 2 minutos?
   c. Muestre la función de densidad de probabilidad para el tiempo entre la llegada de personas a la estación.

(20%)

3. Los porcentajes de impurezas de ciertos empaques de materia prima en un proceso de producción sigue una distribución normal con media 2.6 y varianza 0.25
   a. Se elige un empaque al azar del proceso, cuál es la probabilidad de que el porcentaje de sus impurezas esté entre 2.25 y 4.15.
   b. Cuál es el porcentaje de impurezas mínimo que se requiere para que un empaque esté en el grupo del 10% de porcentajes más impuros
   c. Se toma una muestra aleatoria de 10 empaques del proceso, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 8 de ellos tengan un porcentaje de impurezas mayor de 3?
   d. Si se toma una muestra aleatoria de 100 empaques del proceso, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 60 tengan un porcentaje de impurezas mayor que 3.5?

(30%)

4. Un fabricante de reproductores de DVD compra un microchip en particular de referencia LS24, a tres Proveedores: Hall (H), Schuler (S) y Crawford ©. El 30% de los repuestos se le compran a Hall, el 20% se le compran a la empresa Schuler y el restante 50% a Crawford. El fabricante de DVD cuenta con amplios historiales sobre los tres provedores y sabe que: Si el microchip ha sido fabricado por Hall la probabilidad de estar defectuoso es del 3%, si el microchip ha sido fabricado por Schuller la probabilidad de que salga defectuoso es del 5% y si es fabricado por Crawford la probabilidad de que sea defectuoso es del 4%. Cuando los repuestos llegan a la empresa son colocados en un depósito, sin etiquetar quien ha sido el fabricante.
   a. Si un trabajador selecciona un chip para instalarlo en un reproductor de DVD y lo encuentra defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que este repuesto haya sido fabricado por Schuller?
   b. Cuál es la probabilidad que al seleccionar un repuesto del depósito éste se encuentre No defectuoso.
   c. Cuál es la probabilidad que un microchip seleccionado del depósito éste no sea defectuoso y sea fabricado por la empresa Hall.

(20%)

5. El número total de horas, medida en unidades de 100 horas, que una familia cualquiera utiliza una aspiradora durante un año es una variable aleatoria continua X, cuya función de densidad dada por:

$$f(x)=\begin{cases} x & 0<x<1 \\ c-x & 1<x<2 \\ 0 & \textit{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

   a. Encuentre el valor de **c** tal que efectivamente, la función dada es una función de densidad de probabilidad
   b. Encuentre la probabilidad de que una familia utilice la aspiradora entre 80 y 120 horas durante un año.
   c. Halle el tiempo medio de utilización de la aspiradora por familia

(20%)

Algunas fórmulas de interés:

$$P(B_i/A)=\frac{P(A/B_i)P(B_i)}{P(A/B_1)P(B_1)+P(A/B_2)P(B_2)+...+P(A/B_k)P(B_k)}$$

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$$P(A)=P(A/B_1)P(B_1)+P(A/B_2)P(B_2)+...+P(A/B_K)P(B_K)$$

$$f(x)=\frac{\lambda^x}{x!}e^{-\lambda}$$

$$f(x)=\lambda\, e^{-\lambda x} \quad 0<x<\infty$$

$$Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$$

$$P(X=x)=\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}$$

$$Z=\frac{X-np}{\sqrt{np(1-p)}}$$

$$Z=\frac{X-\lambda}{\sqrt{\lambda}}$$

$$\mu=E(X)$$