

**PRIMER EXAMEN PARCIAL 19 de febrero de 2009**

**NOTA:** El siguiente cuestionario consta de **60** puntos. Se califica sobre **50** puntos.

1) (12 puntos) Calcule los siguientes límites:

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+7} - \sqrt{7}}{x}$ .
- b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\text{sen}(6x)}{5x} + \frac{1 - \cos x}{x} + \frac{1}{3} \right)$ .
- c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x-3}{\sqrt{3x^2+2}}$ .
- d)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \text{sen} \left( \frac{1}{x} \right)$ .

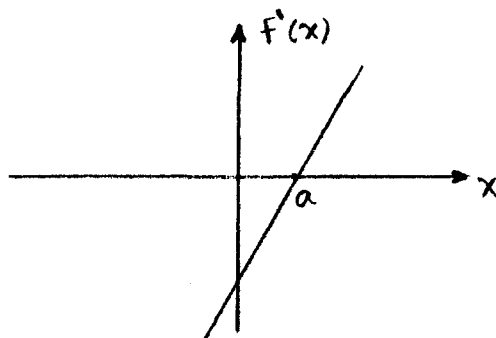
2) (8 puntos) Encuentre  $\frac{dy}{dx}$  si:

- a)  $y = x^2 \cos x$ .
- b)  $y = \frac{3x+4}{4x-3}$ .
- c)  $y = 3 \tan^2(\pi x + 1)$ .
- d)  $\cot y = x - y$ .

3) (12 puntos) Considere la función  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$ .

- a) Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto  $(3, -2)$ .
- b) Determine los puntos donde la gráfica de  $f$  tiene una recta tangente horizontal.
- c) Justifique por qué  $f$  tiene un cero en el intervalo  $(0,1)$ .

4) (8 puntos) La gráfica de la derivada de una función  $f$  es la línea recta que se muestra a continuación.



Haga una posible gráfica de  $f$  y explique cómo la obtuvo.

5) (10 puntos) Considere la función  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + x, & \text{si } x \leq 1 \\ 6x - 2, & \text{si } x > 1 \end{cases}$ .

- a) Utilice la definición de continuidad para explicar por qué  $f$  es continua en  $x = 1$ .
- b) Utilice la fórmula alternativa de la derivada para justificar por qué  $f$  no es derivable en  $x = 1$ .

6) (10 puntos) Una escalera de 25 *pies* de longitud está apoyada sobre una pared. Su extremo superior se desliza por la pared a razón de  $-2$  *pies por segundo*. ¿A qué ritmo se desliza la base de la escalera por el suelo cuando su extremo superior está a una altura de 20 *pies*?