

Examen Final de Álgebra y funciones

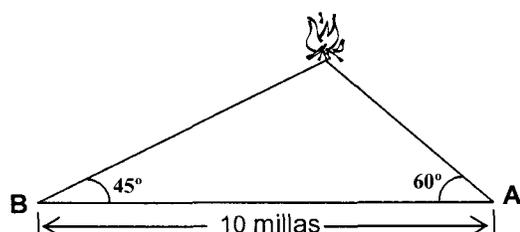
Cali, Mayo 16 de 2007

Nombre: \_\_\_\_\_ Código: \_\_\_\_\_

Grupo: \_\_\_\_\_ Profesor: \_\_\_\_\_

TENGA EN CUENTA: En este examen no se permite el uso de calculadora. Sus respuestas numéricas deben quedar indicadas en la forma más simplificada posible.

1. (10 puntos). Trace la gráfica de la sección cónica cuya ecuación es  $9x^2 - 72x + 4y^2 + 16y + 124 = 0$ . Localice en ella sus focos y sus vértices.
2. (15 puntos) Dados los puntos del plano  $A(-7, 4)$  y  $B(5, -12)$ . Determine:
  - a. La longitud del segmento  $AB$
  - b. El punto medio del segmento  $AB$
  - c. La ecuación de la recta que pasa por los puntos  $A$  y  $B$
  - d. La ecuación de la recta perpendicular al segmento  $AB$  que pasa por su punto medio
  - e. Encuentre la ecuación del círculo para el cual el segmento  $AB$  es un diámetro
3. (10 puntos) En un bosque hay torres de observación para tratar de localizar inicios de incendios. Suponga que hay dos torres de la misma altura. Una en el punto  $A$  y otra a 10 millas hacia el oeste, en el punto  $B$  (observe la figura). Un guardabosque localiza un incendio hacia el noroeste, y su visual forma un ángulo de  $60^\circ$  con la línea que une las torres. Llama al otro guardabosque del punto  $B$ , y éste último dice que el fuego está en una visual que forma un ángulo de  $45^\circ$  con la línea que une las torres. ¿A qué distancia de cada torre está el incendio?



$\text{sen } 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$
--

$\text{sen } 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
---

$\text{sen } 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
---

4. (20 puntos) Dada la función  $f(x) = (x - 2)^2 + 1$ 
  - a. Determine un dominio de  $f$  donde la función sea inyectiva
  - b. Calcule  $f^{-1}$
  - c. Utilice la propiedad de las funciones inversas para comprobar su respuesta de c.
  - d. Trace las gráficas de  $f$  y  $f^{-1}$  en el mismo plano

5. (20 puntos) Resuelva las siguientes ecuaciones:

a.  $3 \operatorname{sen} x = 2 \cos^2 x$ ,  $x \in [0, 2\pi)$

b.  $2 \ln(x+2) - \ln x = \ln 8$

c.  $2 \cdot 3^{-x} = 2^{3x}$

d.  $x^4 + x^3 + 7x^2 + 9x - 18 = 0$ , sabiendo que  $-3i$  es una solución

6. (10 puntos) Resuelva la desigualdad y exprese su respuesta en forma de intervalo

$$\left| \frac{2x+1}{x-3} \right| < 4$$

7. (15 puntos) Dada la función  $f(x) = \frac{3x-2}{x^2-2x-3}$ , determine sus ceros, sus asíntotas, la intersección con el eje  $Y$  y trace su gráfica.