UNIVERSIDAD ICESI

Facultad de Ingeniería

Departamento de Matemáticas y Estadística

Profesor Michell A. Gómez L. 7 de Mayo de 2009.

Álgebra lineal. Período Académico 091. G-29. Examen corto #5.

Nombre ______________________________ Código __________

1. (12 puntos) Sea $L : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ la transformación lineal dada por $L(x, y, z) = (x + z, x + y + 2z, 2x + y + 3z)$.

   a) Halle, de ser posible, una base para núcleo(L) y explique si L es uno a uno.

   b) Determine una base para imag(L) y explique si L es sobre.

2. (12 puntos) Considere la transformación lineal $L : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definida por $L(x, y, z) = (x + y + z, x + 2y + 3z)$.

   a) Encuentre la matriz de L con respecto a las bases $S = \{(1, 1, 0), (0, 1, 1), (0, 0, 1)\}$ de $\mathbb{R}^3$ y $T = \{(1, 2), (1, 3)\}$ de $\mathbb{R}^2$.

   b) Calcule $L(2, -1, 2)$ utilizando la matriz encontrada en la parte a).

3. (12 puntos) Halle una forma cuadrática equivalente a $g(\mathbf{x}) = 3x^2 + 4y^2 - 8xz - 3z^2$.

4. (14 puntos) a) Sea $L : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una transformación lineal tal que $L(1, -1) = (1, 2, -1)$ y $L(2, -1) = (0, 1, 2)$. Determine $L(a, b)$.

   b) Suponga que la matriz de la transformación lineal $L : P_1 \longrightarrow P_1$ respecto a la base $S = \{t - 2, t + 1\}$ es $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$. Halle $L(t + 2)$.

Opcional (5 puntos) Considere dos compañías de comida rápida R y S. Cada año, la compañía R conserva el 40 % de sus clientes mientras que el 60 % de ellos se cambian S. Cada año, la compañía S conserva el 80 % de sus consumidores mientras que el 20 % de ellos se cambian a R. Determine la distribución estable del mercado.