



Profesor Michell A. Gómez L.

24 de Febrero de 2009.

Álgebra lineal. Período Académico 091. G-29. Primer parcial.

Nombre \_\_\_\_\_ Código \_\_\_\_\_

1. (10 puntos) Determine si  $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$  es una solución del sistema lineal  $Ax = b$  cuya matriz aumentada es

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right]$$

¿Cuál es la solución del sistema homogéneo asociado?

2. (10 puntos) Calcule el determinante de la matriz

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \\ 6 & 11 & 0 & 7 \\ 5 & 9 & 1 & 6 \end{bmatrix}.$$

¿Es  $B^T$  una matriz no singular? Explique.

3. (10 puntos) Sean  $\mathbf{u} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$  y  $\mathbf{v} = \mathbf{i} + \alpha\mathbf{j}$ . Encuentre  $\alpha$  tal que i)  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{v}$  sean ortogonales, ii)  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{v}$  sean paralelos.
4. (10 puntos) Determine si el vector  $(-3, 2, -13)$  es combinación lineal de los vectores  $(1, 2, -1)$  y  $(3, 2, 5)$ .
5. (10 puntos) Responda verdadero o falso justificando su respuesta.
- a) Si  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{v}$  son soluciones de  $Ax = \mathbf{b}$ , entonces  $\mathbf{w} = \frac{2}{5}\mathbf{u} + \frac{3}{5}\mathbf{v}$  también es solución.

b) La matriz  $\begin{bmatrix} \cos \theta & \operatorname{sen} \theta \\ -\operatorname{sen} \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$  es equivalente por filas a  $I_2$  para todo  $\theta$ .

c) Sean  $A$ ,  $B$  y  $C$  matrices de  $3 \times 3$  tales que  $|A| = 4$ ,  $|B| = 2$  y  $|C| = \frac{1}{2}$ . Entonces  $|2CB(AB^{-1})^T \operatorname{adj} A| = 256$ .

d) Si  $\mathbf{u}$  es ortogonal a  $\mathbf{v}$  y  $\mathbf{v}$  es ortogonal a  $\mathbf{w}$ , entonces  $\mathbf{u}$  es ortogonal a  $\mathbf{w}$ .

e)  $\|\mathbf{u} + \mathbf{v}\|^2 + \|\mathbf{u} - \mathbf{v}\|^2 = 2\|\mathbf{u}\|^2 + 2\|\mathbf{v}\|^2$  para  $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$ .

*Opcional* (5 puntos) ¿Existen matrices no nulas  $A$ ,  $B$  y  $C$  de  $2 \times 2$  tales que  $AB = AC$  y  $B \neq C$ ?