

Segundo Examen Parcial de Cálculo de Varias Variables

Profesor: Johann Suárez Motato

Octubre 6 de 2009

Grupo: 19

Nombres y apellidos: _____ Código: _____

1. (15 pts) Determine la veracidad o falsedad de cada enunciado (justifique):

a) El dominio de $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2xy + y^2}}$ es $\mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\}$.

b) Si $f(x, y) = \int_{x^2}^{y^2} \sqrt{1 + t^2} dt$ entonces $f_x(1, 1) = 4$.

c) Sea $w(x, y) = 1 - xe^{y^2}$ donde $x(u, v) = 2uv$ y $y(u, v) = u^2v$ entonces, $\frac{\partial w}{\partial u}(1, 4) = -4e$.

d) Si $f(x, y)$ es una función tal que $f_x(0, 0)$ y $f_y(0, 0)$ existen entonces, $f(x, y)$ es diferenciable en $(0, 0)$.

e) Sea $f(x, y) = 4x - 3y$ y $P(1, 1)$, entonces $D_u f(p) = 5$ para todo u .

2. (10 pts) Considere la función $w = f(x, y)$ donde $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$.

Demuestre que: $\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial w}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial w}{\partial \theta}\right)^2$.

3. (6 pts) La temperatura en grados celsius en la superficie de una placa metálica es $T(x, y) = 20 - 4x^2 - y^2$ donde x y y se miden en cm. En qué dirección a partir de $(2, -3)$, aumenta más rápido la temperatura?Cuál es la tasa o ritmo de crecimiento?

4. (8 pts) considere la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy + y^3}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

a) Calcule si es posible $f_x(0, 0)$ y $f_y(0, 0)$.

b) Determine si $f(x, y)$ es diferenciable en $(0, 0)$.

5. (6 pts) Sea $f(x, y) = xe^y - \sin\left(\frac{x}{y}\right) + x^3y^2$ calcule f_{xx} , f_{xy} y f_{yy} .

6. (9 pts) Dada la función $f(x, y) = \frac{1}{3}\sqrt{36 - 9x^2 - 4y^2}$.

a) Dibuje la gráfica de $f(x, y)$ en el primer octante.

b) Encuentre y dibuje sobre la superficie la curva de nivel que pasa por $(1, 2, \frac{\sqrt{11}}{3})$.

c) Calcule el valor máximo para $D_u f(1, 2)$ para cualquier u .