Universidad ICESI — Facultad de Ingeniería — Departamento de Matemáticas y Estadística

PARCIAL II DE ÁLGEBRA LINEAL

NOMBRE:

I. 1. Encuentre la ecuación del plano que contiene la recta $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{-1}$ y la recta que pasa por los puntos $A(2,3,4)$ y $B(-1,3,0)$

2. Encuentre la ecuación de la recta de intersección de los planos cuyas ecuaciones son $x+y-z=2$ y $2x-y+3z=1$.

II. 1. Considere el conjunto V de todas las ternas ordenadas de números reales (x,y,z) con las operaciones

$$(x,y,z)\oplus(a,b,c)=(x+a,\ y-b,\ z+c)$$
$$c\otimes(x,y,z)=(x,1,z)$$

Diga si en este conjunto con estas operaciones se cumplen las propiedades

$$1\otimes u = u \text{ para todo } u \text{ en } V$$
$$u\oplus v = v\oplus u \text{ para todo } u,v \text{ en } V$$

2. Diga si el conjunto $W=\{a_2t^2+a_1t+a_0 : a_2+a_1=a_0\}$ es un subespacio de P_2.

III. 1. Considere el siguiente sistema homogéneo

$$\begin{array}{cccccc} x_1 & +2x_2 & +x_3 & +2x_4 & +x_5 & =0 \\ x_1 & +2x_2 & +2x_3 & +x_4 & +2x_5 & =0 \\ 2x_1 & +4x_2 & +3x_3 & +3x_4 & +3x_5 & =0 \\ & & x_3 & -x_4 & -x_5 & =0 \end{array},$$

a. Determine una base y la dimensión del espacio solución del sistema homogéneo dado.

b. Escriba el vector $\begin{pmatrix}-5\\1\\0\\-1\\0\end{pmatrix}$ como combinación lineal de los vectores de la base encontrada en el ítem a.

IV. Conteste falso (F) o verdadero (V), justificando su repuesta.

a) Si V es un espacio vectorial de dimensión finita, entonces todo subespacio no nulo tiene base finita, y dimensión menor o igual a la de V.

b) Si $P=\{x_1,x_2,x_3\}$ es un conjunto de soluciones de un sistema homogéneo $Ax=O$ entonces todo vector en el conjunto $gen\,P$ es una solución de $Ax=O$.

c) Si V es un espacio vectorial de dimensión finita (n), entonces ningún conjunto con n-1 elementos puede generar a V.

V. Demuestre los siguientes enunciados

a. Si $P=\{x_1,x_2,x_3\}$ es una base para $\Re^3$, entonces si A es no singular, $\{Ax_1,Ax_2,Ax_3\}$ también es base de $\Re^3$,

b. Si V es un espacio vectorial de dimensión finita entonces todo subespacio no nulo W de V, tiene una base finita y dim W$\leq$ dim V.

c. Si dim V = n, entonces ningún conjunto con n-1 vectores de V puede generar a V.