ECUACIONES DIFERENCIALES
PRIMER EXAMEN PARCIAL
Grupo 3

Profesor ANIBAL SOSA

NOTA: El exámen se califica sobre 50 puntos.

1. (9 ptos) Considere la ecuación diferencial $xy'' - y' = 0$
   (a) Muestre que $y = c_1 + c_2x^2$ es una familia biparamétrica de soluciones de dicha ecuación en el intervalo $(-\infty, \infty)$.
   (b) Muestre que no existe una solución del problema de valor inicial formado por la ecuación diferencial dada y las condiciones iniciales $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$. Argumente por qué en este caso no se contradice el teorema de existencia y unicidad de soluciones.
   (c) Muestre que el problema de valor de frontera formado por la ecuación diferencial dada y las condiciones de frontera $y(0) = 1$, $y'(1) = 1$, si tiene solución.
2. (5 ptos) El conjunto $\{x^3, x^4\}$ es un conjunto de soluciones de la ecuación diferencial $x^2y'' - 6xy' + 12y = 0$ en el intervalo $(0, \infty)$. Muestre que el conjunto $\{x^3, x^4\}$ es un conjunto fundamental de soluciones y escriba la solución general.
3. (5 ptos) Halle una segunda solución y_2 de la ecuación $x^2y'' - xy' + 2y = 0$, sabiendo que una solución es $y_1 = x\,\mathrm{sen}(\ln x)$.
4. (18 ptos) Encuentre la solución general de cada una de las siguientes ecuaciones diferenciales:

   a) $x\dfrac{dy}{dx} - 4y = 1$ b) $(y^2\cos x - 3x^2y - 2x)dx + (2y\mathrm{sen}x - x^3 + \ln y)dy = 0$ c) $\dfrac{dy}{dx} = y(xy^3 - 1)$
5. Un voltaje $E(t) = \begin{cases} 60, & \text{si } 0 \leq t \leq 10 \\ 0, & \text{si } t > 10 \end{cases}$, es aplicado a un circuito RL en serie donde $R = 1\,\Omega$, $L = 10\,H$ y la corriente inicial es de $0\,A$.
   (a) (4 ptos) Escriba el problema de valor inicial correspondiente al modelo que mejor se ajuste al problema.
   (b) (8 ptos) Determine la corriente $i(t)$ del circuito. ¿Cuando ha transcurrido mucho tiempo, qué valor tendrá la corriente?
6. (6 ptos) Determine el valor de verdad de cada una de las siguientes afirmaciones. Justifique su respuesta.
   (a) La ecuación diferencial $2x\ \mathrm{sen}^2y\,dx - (x^2+10)\cos y\,dy = 0$ tiene como soluciones a las funciones implícitas definidas por $\ln(x^2+10) + \csc y = c$ y tiene soluciones constantes.
   (b) Suponga que $y_1, ..., y_k$ son soluciones linealmente independientes de una ecuación diferencial lineal homogénea de orden n. Entonces como $y_{k+1} = 0$ también es solución, el conjunto de soluciones $\{y_1, ..., y_k, y_{k+1}\}$ es linealmente independiente.