



ÁLGEBRA Y FUNCIONES.

SUPLETORIO DEL EXAMEN FINAL.

03 de diciembre de 2005

NOMBRE: _____

GRUPO: _____

NOTA: el valor total de las preguntas del presente cuestionario es de **120** puntos. SE CALIFICA SOBRE 100 PUNTOS.

1. (15 puntos)

- (a) Resuelva la ecuación: $e^x - 12e^{-x} - 1 = 0$
- (b) Resuelva la desigualdad: $\log 2 + \log|x + \frac{1}{2}| \geq 0$

2. (15 puntos)

- (a) Pruebe la identidad: $\frac{1 - \operatorname{sen} x}{1 + \operatorname{sen} x} = (\sec x - \tan x)^2$
- (b) Resuelva la ecuación trigonométrica: $2\operatorname{sen} x \tan x - \tan x = 1 - 2\operatorname{sen} x$, en el intervalo $[0, 2\pi)$
- (c) Transforme la expresión $\cos(2 \tan^{-1} x)$ en una expresión algebraica en términos de la variable x

3. (25 puntos) Considere las funciones: $f(x) = 2 - \frac{\ln x}{\ln 3}$, $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x-10}}$ y $h(x) = \frac{3x^2 + 6}{x^2 - 2x - 3}$

- (a) Pruebe que la función f es **invertible** y halle una fórmula explícita para $f^{-1}(x)$. Verifique su respuesta usando la **composición** de funciones.
- (b) Halle el dominio y el rango de la función g .
- (c) Determine los interceptos con los ejes coordenados, las asíntotas y después trace la gráfica de la función h

4. (15 puntos)

- (a) Trace la gráfica de la función $f(x) = 2 - \frac{\ln x}{\ln 3}$. Debe apoyarse en el comportamiento conocido de las funciones logarítmicas y exponenciales así como en las propiedades de simetría de las mismas. Explique en forma clara y breve su dibujo.
- (b) Trace la gráfica de la función $f(x) = \csc x$ en el intervalo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$. Debe apoyarse en el comportamiento conocido de la función y además ubicar por lo menos 6 (seis) puntos sobre su gráfica. Explique en forma clara y breve su dibujo.
- (c) Determine si la función $f(x) = x - 3x^2$ tiene algún **valor extremo**. En caso afirmativo decida si se trata de un **máximo** o de un **mínimo**. Explique en forma clara y breve su respuesta.