



ECUACIONES DIFERENCIALES. Grupo 05

Profesor: Hendel Yaker A.

QUIZ No. 1 10 de agosto de 2009

1. (20 puntos) Considere la ecuación diferencial $\frac{dy}{dx} = |2 - y|$
 - (a) Encuentre las soluciones no constantes de la ecuación.
 - (b) Determine si la gráfica de alguna de las soluciones no constantes pasa por el punto $(1,3)$. ¿Existe más de una solución cuya gráfica pase por este punto? Explique claramente su respuesta.
2. (14 puntos)
 - (a) Verifique que la función $y = (1 - \operatorname{sen}x)^{-1/2}$ satisface la ecuación diferencial $2y' = y^3 \cos x$. Identifique un intervalo apropiado de definición, donde la función $y(x)$ es una solución de la ecuación dada.
 - (b) Verifique que la familia uniparamétrica $y = 1 - \frac{1}{x+c}$ satisface la ecuación $y' = (y-1)^2$. Utilice esta familia para resolver el Problema de valor inicial que consiste en la ecuación dada y la condición inicial $y(0) = -1$. Identifique claramente los conjuntos \mathbf{R} , \mathbf{I} , \mathbf{I}_0 mencionados en el teorema de Piccard.
3. (18 puntos)
 - (a) Encuentre una ecuación diferencial lineal de segundo orden $F(x, y, y', y'') = 0$ para la cual $y = c_1x + c_2x^2$ es una familia biparamétrica de soluciones. Asegúrese de que su ecuación esté libre de parámetros arbitrarios.
 - (b) Determine una función $y = f(x)$ cuya segunda derivada es $y'' = 30x + 2$ en cada punto (x, y) sobre su gráfica y $2x + y + 3 = 0$ es tangente a la gráfica en el punto que corresponde a $x = 0$
 - (c) Describa los intervalos de concavidad, en el eje y , de las soluciones de la ecuación $y' = (y-3)^{-1}$. ¿Puede determinar si alguna solución tiene puntos de inflexión? Explique.
4. (8 puntos) De una ecuación autónoma $y' = f(y)$ se tiene la siguiente información: f es continua en $(-\infty, \infty)$, $f(0) = f(4) = 0$, $f'(y) < 0$ en $(-\infty, 2)$ y $f'(y) > 0$ en $(2, \infty)$. Haga el retrato de fase y trace las curvas solución de la ecuación, identificando y clasificando los equilibrios.

NOTA: Se califica sobre 50 puntos.