

Profesor Michell A. Gómez L.

14 de Septiembre de 2007.

Cálculo de varias variables. Período Académico 072. G-15. Primer parcial.

Nombre _____ Código _____

1. (10 puntos) a) Determine los vectores velocidad y posición sabiendo que $\mathbf{a}(t) = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{k}$, $\mathbf{v}(0) = 4\mathbf{j}$ y $\mathbf{r}(0) = \mathbf{0}$.

b) Evalúe el límite, si existe, $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2+y^2}{xy}$.

2. (12 puntos) a) Escriba $\mathbf{a}(\pi/2)$ como combinación lineal de \mathbf{T} y \mathbf{N} para la curva espacial $\mathbf{r}(t) = 2 \cos t \mathbf{i} + 2 \sin t \mathbf{j} + t \mathbf{k}$.

b) Halle la curvatura de la parábola $y = x - \frac{1}{4}x^2$ en $x = 2$.

3. (12 puntos) a) Halle $f_{yx}(0,0)$ para $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3y-xy^3}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$.

b) Sea $w = f(x,y)$ en donde $x = r \cos \theta$ y $y = r \sin \theta$. Demuestre que

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial r} \cos \theta - \frac{\partial w}{\partial \theta} \frac{\sin \theta}{r}$$

c) Encuentre las primeras derivadas parciales de z por derivación implícita de

$$w - \sqrt{x-y} - \sqrt{y-z} = 0$$

4. (6 puntos) Utilice la diferencial total para aproximar la cantidad

$$\sin[(1.05)^2 + (0.95)^2] - \sin(1^2 + 1^2)$$

5. (10 puntos) Considere la función $f(x,y) = 36 - 9x^2 - 4y^2$.

a) Identifique la superficie $z = f(x,y)$. Trace la curva de nivel para $c = 0$ y encuentre un vector normal a dicha curva en el punto $(2,0)$.

b) Calcule la derivada direccional de f en $(1,2)$ en la dirección de $\mathbf{u} = \frac{1}{2}\mathbf{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{j}$.