



CUARTO EXAMEN DE CÁLCULO EN VARIAS VARIABLES

1. (20 puntos)

(a) Calcule la integral  $\iiint_E z \, dV$  donde  $E$  está acotada por los planos

$$x=0, y=0, z=0, y+z=1 \text{ y } x+z=1.$$

(b) Determine el volumen del sólido  $E$  que está arriba del cono

$$z = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ y debajo de la esfera } x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$

2. (10 puntos)

Evalúe la integral  $\iint_R \operatorname{sen}(9x^2 + 4y^2) \, dA$ , donde  $R$  es la región en el primer cuadrante acotada por la elipse  $9x^2 + 4y^2 = 1$ . cambiando las variables apropiadas.

3. (20 puntos)

(a) Determine si la sucesión converge o diverge. Si converge, establezca el límite.

$$(i) a_n = \frac{\cos^2 n}{2^n}, \quad (ii) a_n = \ln(n+1) - \ln n, \quad (iii) a_n = (-1)^n \operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right).$$

(b) Demuestre que la sucesión definida por  $a_1 = 2$   $a_{n+1} = \frac{1}{3 - a_n}$  para  $n \geq 2$ . Satisface  $0 < a_n \leq 2$  y que es decreciente. Deduzca que la sucesión es convergente y determine su límite.