Supletorio del examen final Teoría de Probabilidades
Cali, Mayo 27 de 2006

NO SE RESPONDERÁN PREGUNTAS DURANTE EL EXAMEN.

1. Se usa una baraja estándar para jugar póquer que tiene cuatro palos (diamantes, picas, corazones y tréboles). Sabiendo que son 52 cartas, 13 por cada palo (as, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K); las cartas se revuelven de manera exhaustiva y usted recibe las 2 primeras cartas de la baraja sin reemplazo:
    a. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas cartas sean Q?
    b. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera carta sea10 y la segunda sea un 5 o un 6?
    c. En el juego de veintiuna (blackjack) las cartas con retrato (J, Q, K) valen 10 puntos y el as 1 u 11 puntos. El resto de las cartas tiene el valor del número. Se logra blackjack si las 2 cartas que usted recibió sin reemplazo suman 21 puntos ¿Cuál es la probabilidad de obtener blackjack en esas 2 primeras cartas que usted recibió?

2. El editor de una gran compañía que edita libros de texto, quiere decidir si va a publicar un libro de estadística para administración. El análisis de los libros de texto que se publicaron anteriormente indica que el 10% fueron grandes éxitos, 20% tuvieron un éxito modesto, 40% lograron recuperar los gastos de inversión y 30% fueron un fracaso. Sin embargo, antes de tomar una decisión, se realiza un dictamen del libro. En el pasado, 99% de los grandes éxitos, tuvieron dictámenes favorables; 70% de los éxitos modestos tuvieron dictámenes favorables; 40% de los títulos que alcanzaron a recuperar los gastos de inversión, tuvieron dictámenes favorables y 20% de los fracasos fueron sometidos a esa clase de dictámenes.
    a. ¿Qué proporción de libros de texto reciben dictámenes favorables?
    b. Si el libro propuesto obtiene un dictamen favorable, ¿cómo debe revisar el editor las probabilidades de los diferentes resultados para tomar en cuenta esta información?

3. Para ciertas muestras minerales, la proporción de impurezas por muestra, es una variable aleatoria Y, con función de densidad dada por:

$$f(y)=\begin{cases} cy^2+y & 0\le y\le 1 \\ 0, & en\ otro\ caso \end{cases}$$

    a. Encuentre c, de tal forma que la función descrita efectivamente sea función de densidad de probabilidad.
    b. Halle el valor esperado de la variable aleatoria Y e interprete su significado.
    c. Halle el percentil 75 de la variable aleatoria Y e interprete su significado.

4. Un lote de 300 fusibles fue producido con un 5% de fusibles defectuosos por un problema de producción en la máquina. Suponga que el lote es despachado con ese porcentaje de defectuosos. El comprador de dicho lote efectúa un muestreo aleatorio simple para inspeccionar el lote en cuestión y aprueba el lote si en la muestra aleatoria que es de 20 unidades, le salen como máximo 2 fusibles defectuosos.
    a. ¿Cuál es la probabilidad de que en la muestra acepte el lote?
    b. ¿Cuál es la probabilidad de que en la muestra rechace el lote?

5. El diámetro de los tornillos de una fábrica, tiene una distribución normal con una media de 950 milímetros y una desviación de 10 milímetros.
   a. Cuál es la probabilidad de que un tornillo escogido al azar entre la producción tenga un diámetro entre 947 y 958 milímetros.
   b. Cuál es el valor apropiado de C tal que un tornillo escogido al azar tenga un diámetro menor que C con una probabilidad del 0.8531.
   c. Seleccionando al azar 20 tornillos, qué tan probable es que 3 o más de ellos tengan un diámetro superior a 955 milímetros.
   d. Seleccionando al azar 200 tornillos, qué tan probable es que 50 o más tengan un diámetro superior a 955 milímetros.

Cada punto tiene un valor de 20% de la nota del examen.

ANEXOS:

Regla de Bayes: $$P(B_i/A)=\frac{P(A/B_i)P(B_i)}{P(A/B_1)P(B_1)+P(A/B_2)P(B_2)+...+P(A/B_k)P(B_k)},$$

donde $\boldsymbol{B_i}$ es el ***i-ésimo*** de ***K*** eventos mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos.

Distribución de la función de probabilidad Binomial:

$$P(X)=\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}$$

Valor esperado de una variable aleatoria continua:

$$E(x)=\int_{-\infty}^{\infty}xf(x)dx$$, donde $f(x)$ es una función de densidad de probabilidad de X.

Aproximación de la Binomial mediante la normal

$$P(a\leq X\leq b)\approx P\left(\left(\frac{a-0.5-np}{\sqrt{np(1-p)}}\leq Z\leq\frac{b+0.5-np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)\right)$$ con corrección de continuidad